

Mágneses hiszterézis mérése, analízise és szimulációja végeselem-módszer és skalár Preisach-modell segítségével

Előadó:

UNGER TAMÁS ISTVÁN
B.Sc. szakos villamosmérnök jelölt

Konzulens:

PROF. DR. HABIL. KUCZMANN MIKLÓS, PH.D.
tanszékvezető egyetemi tanár

Széchenyi István Egyetem
Automatizálási Tanszék
Elektromágneses Terek Laboratórium

*

SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM
GYŐR

2014. december 19.

Tartalom

- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 A mágneses hiszterézis
 - Rendszermodell
 - Hiszterézis mérése toroid transzformátoron
 - Mérőrendszer, mérési eredmények
- 3 Skalár Preisach-modell
 - Nemlinearitás megvalósítása
 - A modell kimenetének számítása
 - A modell működése
- 4 Végeselem-módszer
- 5 Nemlinearitás implementációja végeselemes környezetben
 - Fixpontos iterációs séma
 - Polarizációs formula
- 6 Egydimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált probléma
 - A problémát leíró egyenletek
 - Elemegyenlet, szimulációs eredmények
- 7 Kétdimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált geometria, elemegyenlet
 - Szimulációs eredmények
- 8 Kétdimenziós probléma: örvényáramú $\vec{A}$ -formalizmus
 - Egyenletek, vektorpotenciál bevezetése
 - A vizsgált probléma geometriája
 - Szimulációs eredmények

A Maxwell-egyenletek teljes rendszere

Az egyenletek integrális és differenciális alakja:

$$\text{I.} \quad \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{A} \quad \rightarrow \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{II.} \quad \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad \rightarrow \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{III.} \quad \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\text{IV.} \quad \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho \, dV \quad \rightarrow \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (4)$$

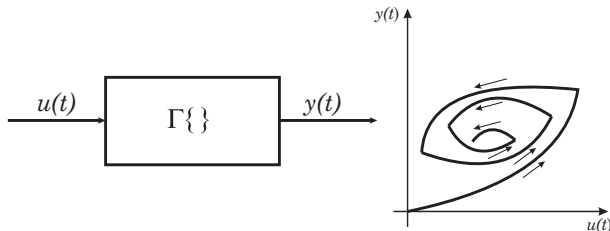
Konstitúciós relációk:

$$\vec{B} = \mathcal{B} \{ \vec{H} \}, \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{J} = \sigma \left(\vec{E} + \vec{E}_b \right) \quad (5)$$

Tartalom

- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 A mágneses hiszterézis
 - Rendszermodell
 - Hiszterézis mérése toroid transzformátoron
 - Mérőrendszer, mérési eredmények
- 3 Skalár Preisach-modell
 - Nemlinearitás megvalósítása
 - A modell kimenetének számítása
 - A modell működése
- 4 Végeselem-módszer
- 5 Nemlinearitás implementációja végeselemes környezetben
 - Fixpontos iterációs séma
 - Polarizációs formula
- 6 Egydimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált probléma
 - A problémát leíró egyenletek
 - Elemegyenlet, szimulációs eredmények
- 7 Kétdimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált geometria, elemegyenlet
 - Szimulációs eredmények
- 8 Kétdimenziós probléma: örvényáramú $\vec{A}$ -formalizmus
 - Egyenletek, vektorpotenciál bevezetése
 - A vizsgált probléma geometriája
 - Szimulációs eredmények

A mágneses hiszterézis értelmezése



1. ábra. Hisztérézis rendszer modellje

$$y(t) = \Gamma\{u(t)\} \quad (6)$$

$$y(t) = M(t) \quad u(t) = H(t) \quad (7)$$

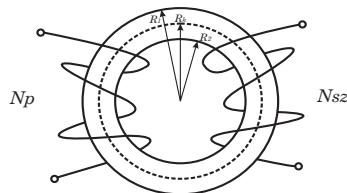
$$M(t) = \mathcal{H}\{H(t)\} \quad (8)$$

$$B(t) = \mu_0 (H(t) + \mathcal{H}\{H(t)\}) \quad (9)$$

$$B(t) = \mathcal{B}\{H(t)\} \rightarrow B(t) \approx \mu_0 M(t) \quad (10)$$

- └ A mágneses hiszterézis
- └ Hiszterézis mérése toroid transzformátoron

Hiszterézis mérése toroid transzformátoron



2. ábra. A mérési elrendezés

Mágneses térerősség mérése:

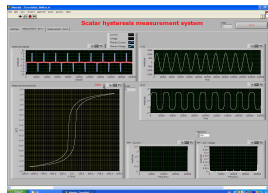
$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad \rightarrow \quad H(t) = \frac{N_p I(t)}{2R_k \pi} \quad (11)$$

Mágneses indukció mérése:

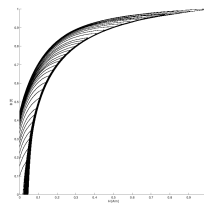
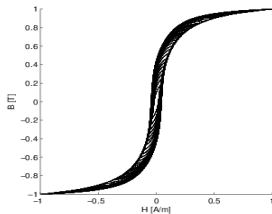
$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad \rightarrow \quad B(t) = B_0 + \frac{1}{N_{sz} A} \int_0^t u_i(\tau) d\tau \quad (12)$$

- └ A mágneses hiszterézis
- └ Mérőrendszer, mérési eredmények

Mérőrendszer, mérési eredmények



3. ábra. LabVIEW mérőrendszer

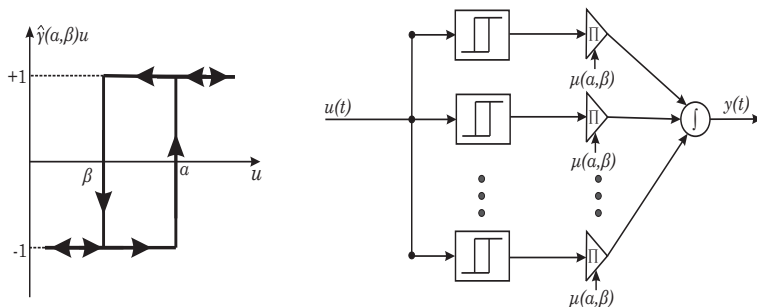


4. ábra. Mért koncentrikus görbék

Tartalom

- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 A mágneses hiszterézis
 - Rendszermodell
 - Hiszterézis mérése toroid transzformátoron
 - Mérőrendszer, mérési eredmények
- 3 Skalár Preisach-modell
 - Nemlinearitás megvalósítása
 - A modell kimenetének számítása
 - A modell működése
- 4 Végeselem-módszer
- 5 Nemlinearitás implementációja végeselemes környezetben
 - Fixpontos iterációs séma
 - Polarizációs formula
- 6 Egydimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált probléma
 - A problémát leíró egyenletek
 - Elemegyenlet, szimulációs eredmények
- 7 Kétdimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált geometria, elemegyenlet
 - Szimulációs eredmények
- 8 Kétdimenziós probléma: örvényáramú $\vec{A}$ -formalizmus
 - Egyenletek, vektorpotenciál bevezetése
 - A vizsgált probléma geometriája
 - Szimulációs eredmények

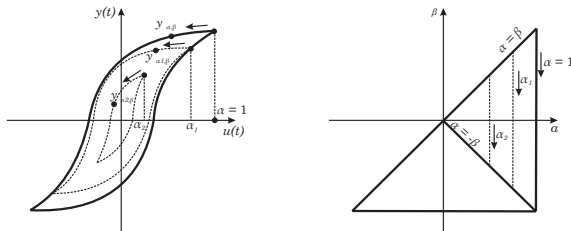
Nemlinearitás értelmezése: elemi hiszteronok súlyozott szuperpozíciója



5. ábra. Egy elemi hiszteron és a modellt reprezentáló jelfolyam-típusú hálózat

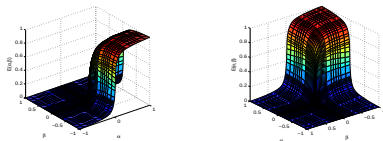
$$y(t) = \Gamma\{u(t)\} = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\alpha, \beta) \hat{\gamma}(\alpha, \beta) u(t) \, d\alpha d\beta \quad (13)$$

Nemlinearitás értelmezése: Preisach-háromszög, Everett-függvény



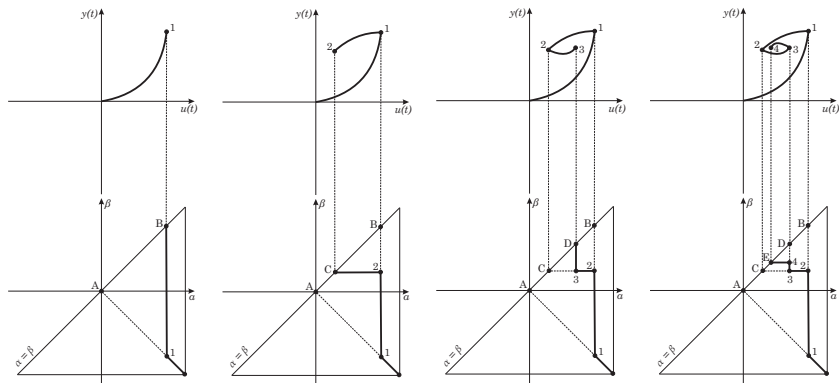
6. ábra. Az Everett-függvény felépítése a koncentrikus görbékéből

$$\mu(\alpha, \beta) = \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} E(\alpha, \beta), \quad E(\alpha, \beta) = \frac{y_{\alpha_1} - y_{\alpha_1\beta_j}}{2} \quad (14)$$



7. ábra. A koncentrikus görbékéből felépített Everett-függvény

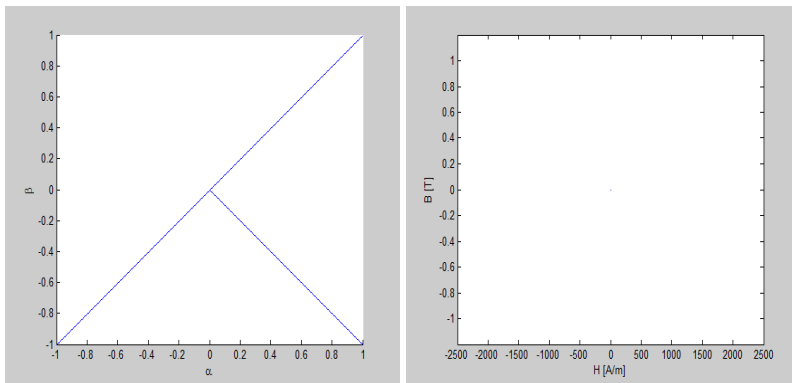
Többértékűség megvalósítása: lépcsős függvény



8. ábra. A modell kimenetének meghatározása

$$y(t) = -E(\alpha_0, \beta_0) + 2 \sum_{i=1}^K [E(\alpha_i, \beta_{i-1}) - E(\alpha_i, \beta_i)] \quad (15)$$

A modell működése

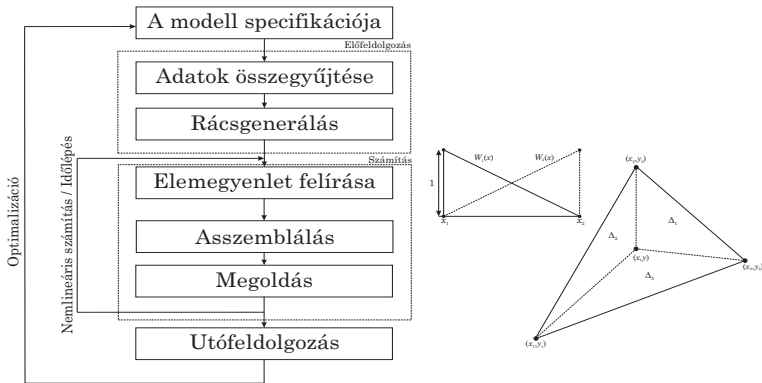


9. ábra. A lépcsős függvény és a modell kimenete

Tartalom

- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 A mágneses hiszterézis
 - Rendszermodell
 - Hiszterézis mérése toroid transzformátoron
 - Mérőrendszer, mérési eredmények
- 3 Skalár Preisach-modell
 - Nemlinearitás megvalósítása
 - A modell kimenetének számítása
 - A modell működése
- 4 Végeselem-módszer
- 5 Nemlinearitás implementációja végeselemes környezetben
 - Fixpontos iterációs séma
 - Polarizációs formula
- 6 Egydimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált probléma
 - A problémát leíró egyenletek
 - Elemegyenlet, szimulációs eredmények
- 7 Kétdimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált geometria, elemegyenlet
 - Szimulációs eredmények
- 8 Kétdimenziós probléma: örvényáramú $\vec{A}$ -formalizmus
 - Egyenletek, vektorpotenciál bevezetése
 - A vizsgált probléma geometriája
 - Szimulációs eredmények

Végelem-módszer



10. ábra. A végelem-módszer lépései, formafüggvények

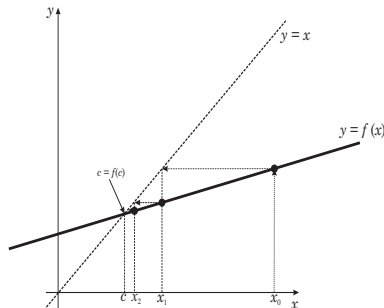
$$\int_{\Omega} \langle \mathcal{PDE} \rangle \cdot W_i \, d\Omega = 0 \quad \forall W_i \in W \quad (16)$$

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{u} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{b} \quad (17)$$

Tartalom

- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 A mágneses hiszterézis
 - Rendszermodell
 - Hiszterézis mérése toroid transzformátoron
 - Mérőrendszer, mérési eredmények
- 3 Skalár Preisach-modell
 - Nemlinearitás megvalósítása
 - A modell kimenetének számítása
 - A modell működése
- 4 Végelelem-módszer
- 5 **Nemlinearitás implementációja végelelemes környezetben**
 - Fixpontos iterációs séma
 - Polarizációs formula
- 6 Egydimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált probléma
 - A problémát leíró egyenletek
 - Elemegyenlet, szimulációs eredmények
- 7 Kétdimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált geometria, elemegyenlet
 - Szimulációs eredmények
- 8 Kétdimenziós probléma: örvényáramú $\vec{A}$ -formalizmus
 - Egyenletek, vektorpotenciál bevezetése
 - A vizsgált probléma geometriája
 - Szimulációs eredmények

Fixpontos iterációs séma



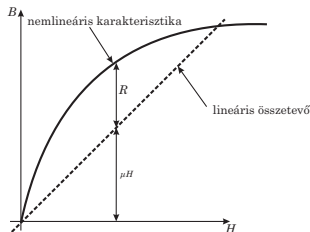
11. ábra. Fixpontos iteráció

$$x_{n+1} = x_n - \lambda F(x_n) \equiv f(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (18)$$

Kontraktív leképzés feltétele:

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq K |x_1 - x_2| \quad \forall x_1, x_2 \in \mathbb{I} \quad (19)$$

Polarizációs formula



12. ábra. Nemlineáris karakterisztika felbontása

Séma a mágneses térerősségre építve:

$$\vec{B} = \mu_o \vec{H} + \vec{R} \rightarrow \vec{R} = \mathcal{B} \{ \vec{H} \} - \mu_o \vec{H} \quad \mu_o = \frac{\mu_{max} + \mu_{min}}{2} \quad (20)$$

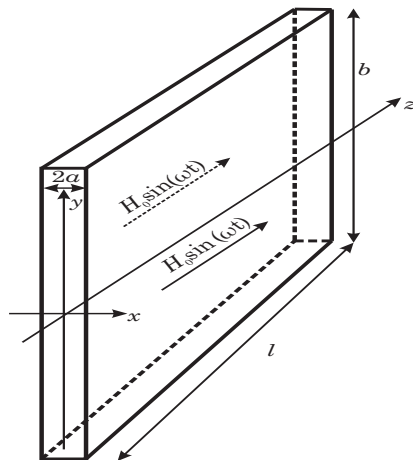
Séma a mágneses indukcióra építve:

$$\vec{H} = \nu_o \vec{B} + \vec{I} \rightarrow \vec{I} = \vec{H} - \nu_o \mathcal{B} \{ \vec{H} \} \quad \nu_o = \frac{2 \frac{1}{\mu_{min}} \frac{1}{\mu_{min}}}{\frac{1}{\mu_{min}} + \frac{1}{\mu_{max}}} \quad (21)$$

Tartalom

- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 A mágneses hiszterézis
 - Rendszermodell
 - Hiszterézis mérése toroid transzformátoron
 - Mérőrendszer, mérési eredmények
- 3 Skalár Preisach-modell
 - Nemlinearitás megvalósítása
 - A modell kimenetének számítása
 - A modell működése
- 4 Végeselem-módszer
- 5 Nemlinearitás implementációja végeselemes környezetben
 - Fixpontos iterációs séma
 - Polarizációs formula
- 6 Egydimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált probléma
 - A problémát leíró egyenletek
 - Elemegyenlet, szimulációs eredmények
- 7 Kétdimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált geometria, elemegyenlet
 - Szimulációs eredmények
- 8 Kétdimenziós probléma: örvényáramú $\vec{A}$ -formalizmus
 - Egyenletek, vektorpotenciál bevezetése
 - A vizsgált probléma geometriája
 - Szimulációs eredmények

Vezető lemez mágneses térben



13. ábra. A vizsgált probléma

A problémát leíró egyenletek

Maxwell-egyenletek:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (22)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (23)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (24)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{R} \quad (25)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (26)$$

A problémát leíró parciális differenciálegyenlet:

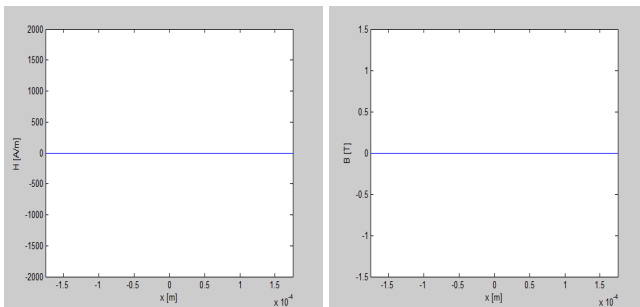
$$\nabla \times \nabla \times \vec{H} + \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\sigma \frac{\partial \vec{R}}{\partial t} \quad (27)$$

Gyenge alak:

$$\int_{\Omega} \nabla \times \vec{H} \cdot \nabla \times \vec{W} \, d\Omega + \mu\sigma \int_{\Omega} \vec{W} \cdot \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \, d\Omega = -\sigma \int_{\Omega} \vec{W} \cdot \frac{\partial \vec{R}}{\partial t} \, d\Omega \quad (28)$$

Elemegyenlet, szimulációs eredmények

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} \left\{ \begin{bmatrix} \nabla W_1 \\ \nabla W_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \nabla W_1 & \nabla W_2 \end{bmatrix} \right\} d\Omega \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} + \mu\sigma \int_{\Omega} \left\{ \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \end{bmatrix} \right\} d\Omega \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1}{\partial t} \\ \frac{\partial H_2}{\partial t} \end{bmatrix} = \\
 & = -\sigma \int_{\Omega} \left\{ \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \end{bmatrix} \right\} d\Omega \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial t} \\ \frac{\partial R_2}{\partial t} \end{bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

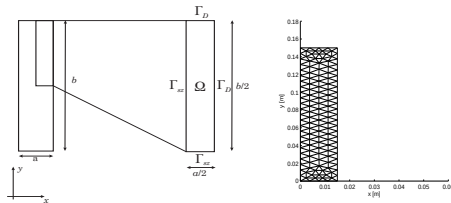


14. ábra. A mágneses térerősség és a mágneses indukció alakulása

Tartalom

- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 A mágneses hiszterézis
 - Rendszermodell
 - Hiszterézis mérése toroid transzformátoron
 - Mérőrendszer, mérési eredmények
- 3 Skalár Preisach-modell
 - Nemlinearitás megvalósítása
 - A modell kimenetének számítása
 - A modell működése
- 4 Végeselem-módszer
- 5 Nemlinearitás implementációja végeselemes környezetben
 - Fixpontos iterációs séma
 - Polarizációs formula
- 6 Egydimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált probléma
 - A problémát leíró egyenletek
 - Elemegyenlet, szimulációs eredmények
- 7 Kétdimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált geometria, elemegyenlet
 - Szimulációs eredmények
- 8 Kétdimenziós probléma: örvényáramú $\vec{A}$ -formalizmus
 - Egyenletek, vektorpotenciál bevezetése
 - A vizsgált probléma geometriája
 - Szimulációs eredmények

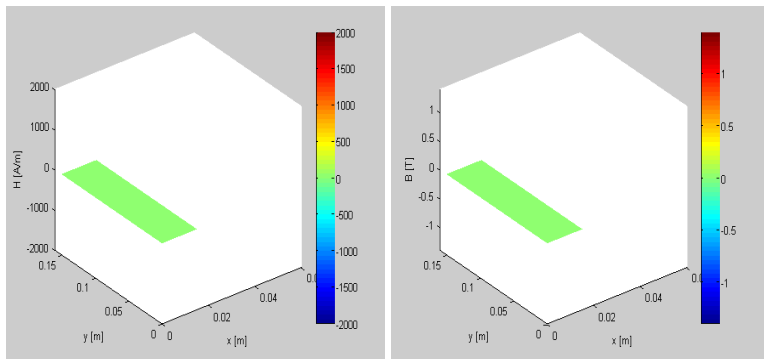
A vizsgált geometria, elemegyenlet



15. ábra. A vizsgált geometria és a generált rács

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} \left\{ \begin{bmatrix} \nabla W_1 \\ \nabla W_2 \\ \nabla W_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \nabla W_1 & \nabla W_2 & \nabla W_3 \end{bmatrix} \right\} d\Omega \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} + \\
 & + \mu\sigma \int_{\Omega} \left\{ \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 \end{bmatrix} \right\} d\Omega \begin{bmatrix} \frac{\partial H_1}{\partial t} \\ \frac{\partial H_2}{\partial t} \\ \frac{\partial H_3}{\partial t} \end{bmatrix} = \\
 & = -\sigma \int_{\Omega} \left\{ \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 \end{bmatrix} \right\} d\Omega \begin{bmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial t} \\ \frac{\partial R_2}{\partial t} \\ \frac{\partial R_3}{\partial t} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{30}$$

Szimulációs eredmények



16. ábra. A mágneses térerősség és a mágneses indukció alakulása

Tartalom

- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 A mágneses hiszterézis
 - Rendszermodell
 - Hiszterézis mérése toroid transzformátoron
 - Mérőrendszer, mérési eredmények
- 3 Skalár Preisach-modell
 - Nemlinearitás megvalósítása
 - A modell kimenetének számítása
 - A modell működése
- 4 Végeselem-módszer
- 5 Nemlinearitás implementációja végeselemes környezetben
 - Fixpontos iterációs séma
 - Polarizációs formula
- 6 Egydimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált probléma
 - A problémát leíró egyenletek
 - Elemegyenlet, szimulációs eredmények
- 7 Kétdimenziós probléma: vezető lemez mágneses térben
 - A vizsgált geometria, elemegyenlet
 - Szimulációs eredmények
- 8 Kétdimenziós probléma: örvényáramú $\vec{A}$ -formalizmus
 - Egyenletek, vektorpotenciál bevezetése
 - A vizsgált probléma geometriája
 - Szimulációs eredmények

Egyenletek, vektorpotenciál bevezetése

Maxwell-egyenletek, $\vec{A}$ vektorpotenciál:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (31)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (32)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \rightarrow \vec{B} = \nabla \times \vec{A}, \quad \nabla \cdot \nabla \times \vec{A} = 0, \quad \forall \vec{A}(\vec{r}, t) \quad (33)$$

$$\vec{H} = \nu \vec{B} + \vec{I} \quad (34)$$

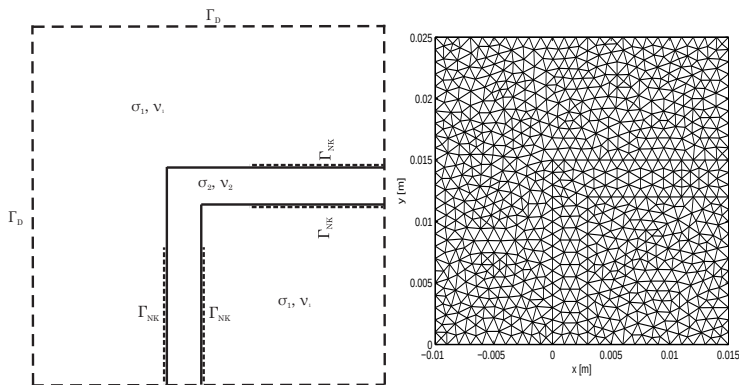
A problémát leíró parciális differenciálegyenlet, peremfeltétel:

$$\nabla \times (\nu \nabla \times \vec{A} + \vec{I}) = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad (\nu \nabla \times \vec{A} + \vec{I}) \times \vec{n} = \vec{K} \quad (35)$$

Gyenge alak:

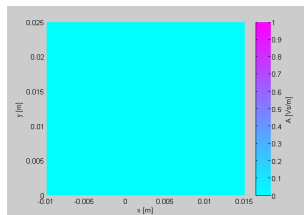
$$\int_{\Omega} \nu \nabla \times \vec{A} \cdot \nabla \times \vec{W} \, d\Omega + \sigma \int_{\Omega} \vec{W} \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \, d\Omega = - \int_{\Omega} \vec{I} \cdot \nabla \times \vec{W} \, d\Omega + \int_{\Gamma_{NK}} \vec{W} \cdot \vec{K} \, d\vec{r} \quad (36)$$

A vizsgált probléma geometriája

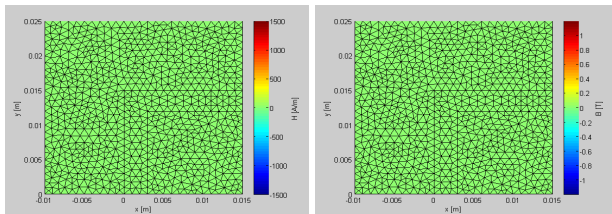


17. ábra. A vizsgált probléma és a generált rács

Szimulációs eredmények



18. ábra. A mágneses vektorpotenciál



19. ábra. A mágneses térerősség és a mágneses indukció alakulása

Köszönetnyilvánítás

SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM
AUTOMATIZÁLÁSI TANSZÉK
ELEKTROMÁGNESES TEREK LABORATÓRIUM

2012 – 2014

BUDAI TAMÁS

FRIEDL GERGELY

KOVÁCS GERGELY

PROF. DR. HABIL. KUCZMANN MIKLÓS, PH.D.

MARCSA DÁNIEL

PÓLIK ZOLTÁN

PRUKNER PÉTER

Köszönöm a figyelmet!
Kérdések