

Stacionárius és rádiófrekvenciás elektromágneses terek vizsgálata a momentumok módszerének segítségével

Előadó:

UNGER TAMÁS ISTVÁN
M.Sc. szakos villamosmérnök jelölt

Konzulens:

PROF. DR. KUCZMANN MIKLÓS
egyetemi tanár

Széchenyi István Egyetem
Távközlési Tanszék

ZÁRÓVIZSGA, 2016/2017/I.
SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM
GYŐR

2017. január 26.

Tartalom

- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 Sugárzási összefüggések
 - Az elektromos és a mágneses térerősség egyenlete
 - A Green-függvények
- 3 A momentumok módszere
 - A súlyozott maradék elve és a momentumok módszere
 - Az egyenletrendszer felépítése
 - A momentumok módszere és a végeselem-módszer
- 4 Stacionárius problémák vizsgálata
 - Laplace-Poisson-egyenlet és általános megoldása
 - Egydimenziós probléma: töltött huzal
 - Eredmények, kiértékelés
 - Kétdimenziós probléma: töltött lemez
 - Az impedanciamátrix elemeinek kiértékelése: kvadratúra kétdimenzióban
 - Eredmények, kiértékelés
- 5 Rádiófrekvenciás problémák vizsgálata
 - Vékony huzal problémája és a Hallén-egyenlet
 - Eredmények, kiértékelés
 - Iránykarakterisztika meghatározása

A Maxwell-egyenletek teljes rendszere

Az egyenletek integrális és differenciális alakja az idő- és frekvenciatartományban:

$$\text{I.} \quad \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{A} \rightarrow \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \rightarrow \nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D} \quad (1)$$

$$\text{II.} \quad \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_A -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \rightarrow \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \rightarrow \nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (2)$$

$$\text{III.} \quad \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \rightarrow \nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\text{IV.} \quad \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \int_V \rho \, dV \rightarrow \nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (4)$$

Konstitúciós relációk:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{E}_b) \quad (5)$$

Tartalom

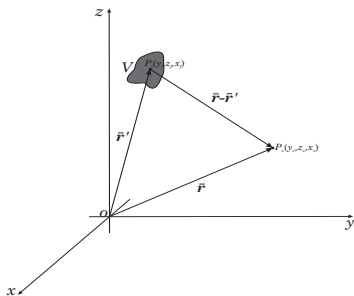
- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 Sugárzási összefüggések
 - Az elektromos és a mágneses térerősség egyenlete
 - A Green-függvények
- 3 A momentumok módszere
 - A súlyozott maradék elve és a momentumok módszere
 - Az egyenletrendszer felépítése
 - A momentumok módszere és a végeselem-módszer
- 4 Stacionárius problémák vizsgálata
 - Laplace-Poisson-egyenlet és általános megoldása
 - Egydimenziós probléma: töltött huzal
 - Eredmények, kiértékelés
 - Kétdimenziós probléma: töltött lemez
 - Az impedanciamátrix elemeinek kiértékelése: kvadratúra kétdimenzióban
 - Eredmények, kiértékelés
- 5 Rádiófrekvenciás problémák vizsgálata
 - Vékony huzal problémája és a Hallén-egyenlet
 - Eredmények, kiértékelés
 - Iránykarakterisztika meghatározása

Az egyenletek általános alakjai:

$$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = j\omega\mu \left[\vec{J} + \frac{1}{k^2} \nabla (\nabla \cdot \vec{J}) \right] \quad (6)$$

$$\Delta \vec{H} + k^2 \vec{H} = j\omega\varepsilon \left[\vec{M} + \frac{1}{k^2} \nabla (\nabla \cdot \vec{M}) \right] \quad (7)$$

Megoldásuk a Green-függvények segítségével:



Helmholtz-operátorral jellemezhető rendszer impulzusválasza:

$$\Delta G(\vec{r}, \vec{r}') + k^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r}, \vec{r}') \quad (8)$$

Válasz meghatározása térbeli konvolúcióval:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega\mu \int_V G(\vec{r}, \vec{r}') \left[\vec{J}(\vec{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla' \cdot \vec{J}(\vec{r}') \right] \cdot d\vec{r}' \quad (9)$$

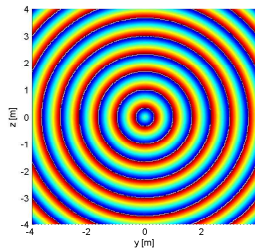
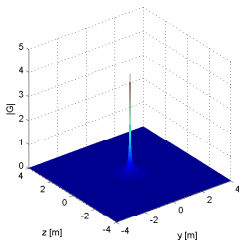
$$\vec{H}(\vec{r}) = -j\omega\varepsilon \int_V G(\vec{r}, \vec{r}') \left[\vec{M}(\vec{r}') + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla' \cdot \vec{M}(\vec{r}') \right] \cdot d\vec{r}' \quad (10)$$

ábra: Általános vizsgálati koordináta-rendszer

Green-függvények:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-jk r}}{4\pi r} = \frac{e^{-jk |\vec{r} - \vec{r}'|}}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (11)$$

$$G(\vec{\rho}, \vec{\rho}') = -\frac{j}{4} H_0^{(2)}(k |\vec{\rho} - \vec{\rho}'|) \quad (12)$$



ábra: A Green-függvény yz -metszetének abszolút értéke és fázisa ($\vec{r}' = [0, 0]$)

Tartalom

- 1 Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 Sugárzási összefüggések
 - Az elektromos és a mágneses térerősség egyenlete
 - A Green-függvények
- 3 A momentumok módszere
 - A súlyozott maradék elve és a momentumok módszere
 - Az egyenletrendszer felépítése
 - A momentumok módszere és a végeselem-módszer
- 4 Stacionárius problémák vizsgálata
 - Laplace-Poisson-egyenlet és általános megoldása
 - Egydimenziós probléma: töltött huzal
 - Eredmények, kiértékelés
 - Kétdimenziós probléma: töltött lemez
 - Az impedanciamátrix elemeinek kiértékelése: kvadratúra kétdimenzióban
 - Eredmények, kiértékelés
- 5 Rádiófrekvenciás problémák vizsgálata
 - Vékony huzal problémája és a Hallén-egyenlet
 - Eredmények, kiértékelés
 - Iránykarakterisztika meghatározása

Általánosan megoldandó összefüggés:

$$\mathcal{S} \{f\} = g \quad (13)$$

A keresett függvény közelítése:

$$f \approx \sum_{n=1}^N a_n f_n, \quad (14)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \mathcal{S} \{f_n\} \approx g, \rightarrow R = g - \sum_{n=1}^N a_n \mathcal{S} \{f_n\} \quad (15)$$

A belső szorot (momentum) és alkalmazása:

$$\langle f_m, f_n \rangle = \int_{f_m} f_m(\vec{r}) f_n(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad (16)$$

$$\langle f_m, R \rangle = \langle f_m, g \rangle - \sum_{n=1}^N a_n \langle f_m, \mathcal{S} \{f_n\} \rangle = 0 \quad (17)$$

- └ A momentumok módszere
- └ Az egyenletrendszer felépítése

A megoldandó egyenletrendszer:

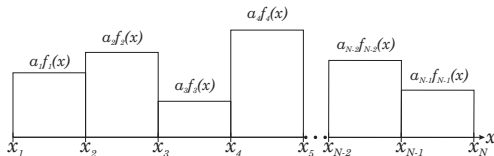
$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{f_m} f_m(\vec{r}) \mathcal{S}\{f_n(\vec{r})\} \cdot d\vec{r} = \int_{f_m} f_m(\vec{r}) g(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad (18)$$

Mátrixos alak:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{b} \quad (19)$$

$$z_{mn} = \langle f_m, \mathcal{S}\{f_n\} \rangle = \int_{f_m} f_m(\vec{r}) \mathcal{S}\{f_n(\vec{r})\} \cdot d\vec{r}, \quad b_m = \int_{f_m} f_m(\vec{r}) g(\vec{r}) \cdot d\vec{r} \quad (20)$$

Alkalmazott bázisfüggvények:



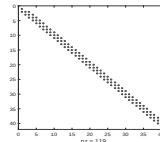
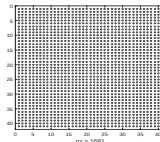
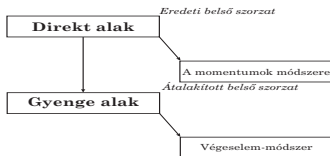
ábra: Az ugrás bázisfüggvény

- └ A momentumok módszere
- └ A momentumok módszere és a végelelem-módszer

A megoldandó egyenlet:

$$\langle N, \mathcal{PDE} \rangle = \int_{\Omega} N \cdot \mathcal{PDE} \, d\Omega = 0 \quad (21)$$

Kétféle út és az együtthatómátrixok:



ábra: A direkt és a gyenge alak

ábra: A teljes impedanciamátrix és a ritka mátrix

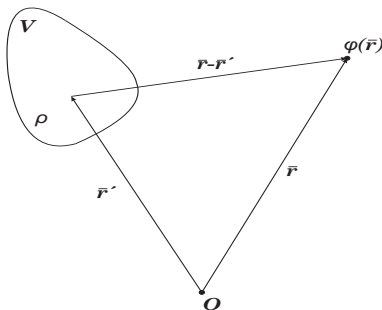
Diszkretizálás, peremfeltételek:

- Megoldás diszkretizált problémataromány felett;
- A momentumok módszerének alkalmazása esetén a teret a Green-függvények zárják le.

Tartalom

- 1 Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 Sugárzási összefüggések
 - Az elektromos és a mágneses térerősség egyenlete
 - A Green-függvények
- 3 A momentumok módszere
 - A súlyozott maradék elve és a momentumok módszere
 - Az egyenletrendszer felépítése
 - A momentumok módszere és a végeselem-módszer
- 4 Stacionárius problémák vizsgálata
 - Laplace-Poisson-egyenlet és általános megoldása
 - Egydimenziós probléma: töltött huzal
 - Eredmények, kiértékelés
 - Kétdimenziós probléma: töltött lemez
 - Az impedanciamátrix elemeinek kiértékelése: kvadratúra kétdimenzióban
 - Eredmények, kiértékelés
- 5 Rádiófrekvenciás problémák vizsgálata
 - Vékony huzal problémája és a Hallén-egyenlet
 - Eredmények, kiértékelés
 - Iránykarakterisztika meghatározása

Az elektrosztatika alapfeladata:



ábra: Általános elektrosztatika-probléma

A Laplace-Poisson-egyenlet és általános megoldása:

$$\nabla \cdot \nabla \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon} \rightarrow \Delta \varphi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (22)$$

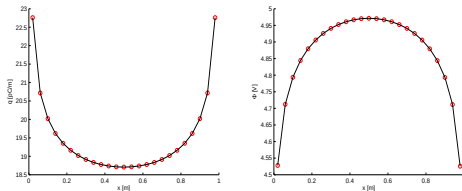
$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \quad (23)$$

Az egyenlet megoldása:

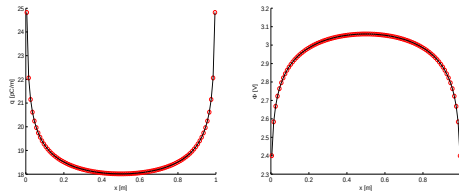
$$\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \sum_{n=1}^N a_n \int_{(n-1)\Delta x}^{n\Delta x} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' \rightarrow \mathbf{Z} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{b} \quad (24)$$

$$z_{mn} = \int_{(n-1)\Delta x}^{n\Delta x} \frac{1}{\sqrt{(x_m - x')^2 + a^2}} dx', \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4\pi\epsilon\varphi_0 \\ 4\pi\epsilon\varphi_0 \\ \vdots \\ 4\pi\epsilon\varphi_0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

Szimulációs eredmények:

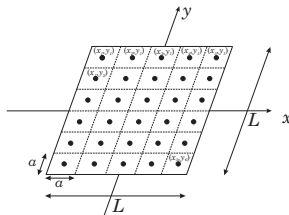


ábra: A töltés- és potenciáeloszlás 25 elem esetén



ábra: A töltés- és potenciáeloszlás 100 elem esetén

Vizsgált geometria:



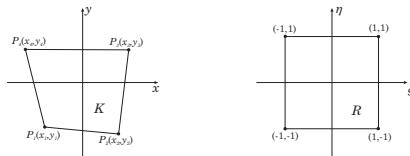
ábra: A vizsgált, diszkretizált geometria harminc elem esetén

Megoldandó egyenlet és az impedanciamátrix elemei:

$$\varphi_0 = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{q(x', y')}{4\pi\epsilon |\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' \quad (26)$$

$$z_{mn} = \iint_{K_n} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dx' dy' = \iint_{K_n} \frac{1}{\sqrt{(x_m - x')^2 + (y_m - y')^2}} dx' dy'$$

Kvadratúra négyszögek felett:



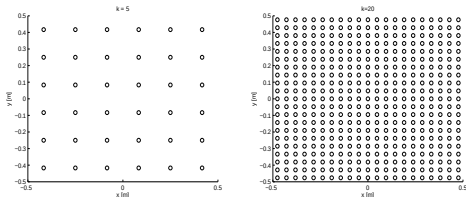
ábra: Transzformáció a kvadratúrához

$$\iint_K F(x, y) \, dx dy = \iint_R F(P(\xi, \eta), Q(\xi, \eta)) \det J(\xi, \eta) \, d\xi d\eta \quad (27)$$

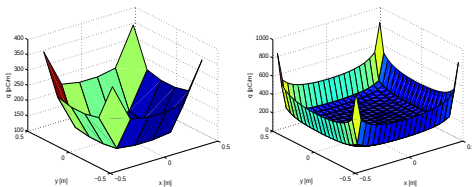
Impedanciamátrix elemeinek kiértékelése:

$$z_{mn} \approx \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k c_i c_j \frac{1}{\sqrt{(x_m - P(\xi_i, \xi_j))^2 + (y_m - Q(\xi_i, \xi_j))^2}} \det J(\xi_i, \xi_j) \quad (28)$$

Diszkretizálás és a töltéeloszlás:



ábra: Diszkretizálás öt és húsz "vágás" esetén

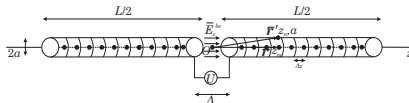


ábra: A lemez töltéeloszlása ($N=36$ és $N=441$ ismeretlennel)

Tartalom

- 1 A Maxwell-egyenletek teljes rendszere
- 2 Sugárzási összefüggések
 - Az elektromos és a mágneses térerősség egyenlete
 - A Green-függvények
- 3 A momentumok módszere
 - A súlyozott maradék elve és a momentumok módszere
 - Az egyenletrendszer felépítése
 - A momentumok módszere és a végeselem-módszer
- 4 Stacionárius problémák vizsgálata
 - Laplace-Poisson-egyenlet és általános megoldása
 - Egydimenziós probléma: töltött huzal
 - Eredmények, kiértékelés
 - Kétdimenziós probléma: töltött lemez
 - Az impedanciamátrix elemeinek kiértékelése: kvadratúra kétdimenzióban
 - Eredmények, kiértékelés
- 5 Rádiófrekvenciás problémák vizsgálata
 - Vékony huzal problémája és a Hallén-egyenlet
 - Eredmények, kiértékelés
 - Iránykarakterisztika meghatározása

Dipólusantenna vizsgálata Hallén-egyenlettel:



ábra: A vizsgált félhullámú dipólus

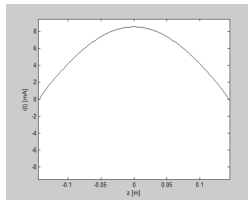
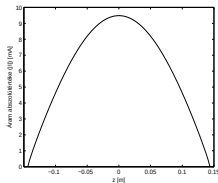
$$A_z(\rho, z) = \mu \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I_z(z') \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} dz' \quad (29)$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] A_z(z) = -j\omega\mu\varepsilon E_z^{be} \rightarrow \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I_z(z') \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} dz' = \sum_{n=1}^N a_n \int_{f_n} f_n(z') \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} dz' \quad (30)$$

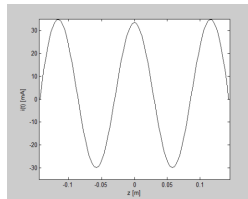
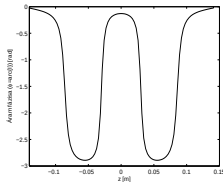
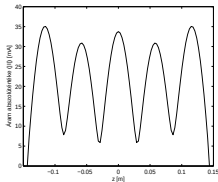
$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{a} = D_1 \mathbf{s} + \mathbf{b}, \quad z_{mn} = \int_{z_n - \frac{\Delta}{2}}^{z_n + \frac{\Delta}{2}} \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} dz' \quad (31)$$

Az antennán kialakuló áram:

$f = 516,12456$ MHz, $U = 100$ V, $N = 101$, $a = 1,5 \cdot 10^{-4}$ m.

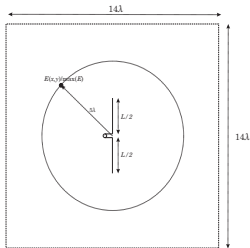


ábra: Az áram abszolútértéke és időfüggvénye rezonancia esetén



ábra: Az áram abszolútértéke, fázisa és időfüggvénye $L = 2,5\lambda$ esetén

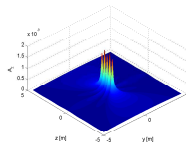
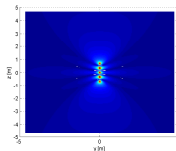
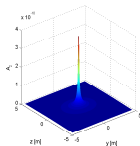
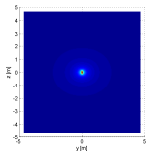
Az antenna körül kialakuló vektorpotenciál és elektromos térerősség segítségével:



$$A_z(z, y) = \mu \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} G(\vec{r}, z') I_z(z') dz' \quad (32)$$

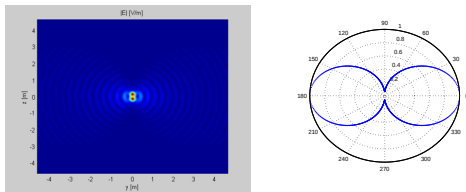
$$E_y = -j \frac{1}{\omega \mu \varepsilon} \frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial z}, \quad E_z = -j \frac{1}{\omega \mu \varepsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) A_z \quad (33)$$

ábra: Az
iránykarakterisztika
felvétele



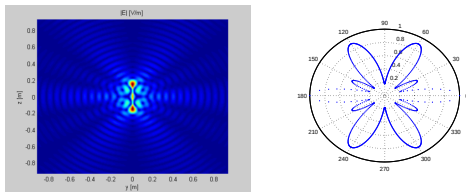
ábra: A vektorpotenciál alakulása rezonancia és $2,5\lambda$ esetén

Rezonancia esetén:



ábra: A térerősség abszolútértéke és az iránykarakterisztika

$L = 2,5\lambda$ esetén:

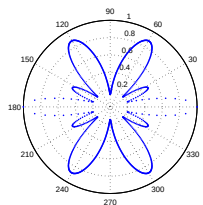
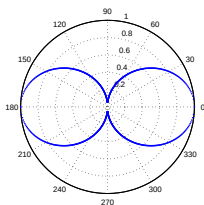


ábra: A térerősség abszolútértéke és az iránykarakterisztika

Az elektromos térerősség integrálegyenletének megoldásával:

$$\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega\mu \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} G(\vec{r}, z') I_z(z') \vec{e}_z dz' - \frac{j\omega\mu}{k^2} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\partial I_z(z')}{\partial z'} \nabla G(\vec{r}, z') dz' \quad (34)$$

$$E_z = -j\omega\mu \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} G(\vec{r}, z') I_z(z') dz' - \frac{j\omega\mu}{k^2} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\partial I_z(z')}{\partial z'} \frac{\partial G}{\partial z} dz', \quad E_y = -\frac{j\omega\mu}{k^2} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{\partial I_z(z')}{\partial z'} \frac{\partial G}{\partial y} dz' \quad (35)$$



ábra: A dipólus iránykarakterisztikája rezonancia és $L = 2,5\lambda$ esetén

Köszönöm a figyelmet!
Kérdések

Bírálóí kérdések:

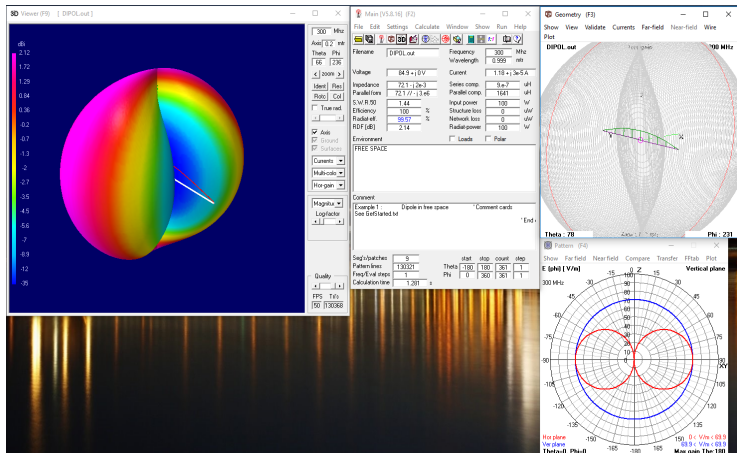
1. EMLÍTSEN MEG NÉHÁNY OLYAN MÓDSZERT, AMELLYEL A HULLÁMHOSSZHOZ KÉPEST NAGY ELRENDEZÉSEK HULLÁMTANI SZIMULÁCIÓJÁT EL LEHET VÉGEZNI, AHOL A MoM MÁR NEM HASZNÁLHATÓ!
2. VALIDÁLJA LEGALÁBB EGY, A DOLGOZATBAN KÖZÖLT SZÁMÍTÁSI EREDMÉNYÉT ÉS AZT MUTASSA BE A BIZOTTSÁGNAK!
3. A 6.5 FEJEZETBEN A TÁVOLTERET ÚGY SZÁMOLJA, HOGY VESZI A TELJES TERET ELÉG TÁVOL AZ ANTENNÁTÓL. EGYRÉSZT HONNAN LEHET TUDNI, HOGY AZ MÁR A TÁVOLTÉR-TARTOMÁNY, ILLETVE MILYEN TÁVOLTÉRKÖZELÍTÉST LEHETT VOLNA ALKALMAZNI MÉG?

1. Említsen meg néhány olyan módszert, amellyel a hullámhosszhoz képest nagy elrendezések hullámtani szimulációját el lehet végezni, ahol a MoM már nem használható!

- Multi Level Fast Multipole Method (MLFMM): Nagyméretű objektumok szimulációjára optimalizált, MoM-alapú szimulációs technika.
- Transmission Line Method (TLM): A hullámterjedési problémákat elemi tápvardarabokkal modellezi.

Mindkét módszert elterjedten alkalmazzák a szimulációs szoftverek (például a CST is).

2. Validálja legalább egy, a dolgozatban közölt számítási eredményét és azt mutassa be a bizottságnak!



ábra: Félhullámú dipólus 4NEC2-környezetben

3. A 6.5 fejezetben a távolteret úgy számolja, hogy veszi a teljes teret elég távol az antennától. Egyrészt honnan lehet tudni, hogy az már a távotér-tartomány, illetve milyen távotérközelítést lehetett volna alkalmazni még?

$$5\lambda > \text{FF} > \frac{2D^2}{\lambda} > \frac{2\frac{\lambda^2}{4}}{\lambda} > \frac{0,5\lambda^2}{\lambda} > 0,5\lambda. \quad (36)$$

Más megközelítés:

$$r \gg \frac{\lambda}{2\pi} \quad (37)$$

Momentumok módszer: Green-függvénnyel a tér bárhol meghatározható (bármilyen távol). Tapasztalati vizsgálódás!