

OPERÁCIÓKUTATÁS (MBLA13)

2. HÁZI DOLGOZAT

2020. április 26. → 2020. május 17.

2019/2020. TAVASZI FÉLÉV

1. Oldja meg a

$$\begin{array}{rrrrrrrrcl} 2x_1 & + & 3x_2 & + & x_3 & - & 2x_4 & = & 6 \\ 2x_1 & - & 8x_2 & - & x_3 & + & 3x_4 & = & 3 \\ -5x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & - & 2x_4 & = & 5 \\ & & & & & & x_i & \geq & 0 \text{ (} i = 1, 2, 3, 4 \text{)} \\ \hline 3x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & - & 7x_4 & \rightarrow & \max \end{array}$$

lineáris programozási feladatot a „szimplex módszer” alkalmazásával.

(10) pont

2. Legyen $C = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 9 \\ 5 & 2 & 7 & 8 \\ 6 & 1 & 4 & 9 \\ 2 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

(a) Oldja meg a $H(C)$ hozzárendelési feladatot.(b) Oldja meg a $H(C)$ hozzárendelési feladatot az $x_{1,4} = x_{2,1} = x_{3,2} = x_{4,3} = 0$ tiltásokkal is.

(10 + 10) pont

3. Oldja meg az $S(\mathbf{a}, \mathbf{b}, C)$ szállítási feladatot, ahol

$$\mathbf{a}^T = (11, 7, 10), \quad \mathbf{b} = (7, 5, 9, 7),$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 4 \\ 2 & 4 & 2 & 6 \\ 2 & 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

(10) pont

Jó munkát kívánok!

1. feladat

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 6$$

$$2x_1 - 8x_2 - x_3 + 3x_4 = 3$$

$$-5x_1 + 4x_2 + x_3 - 2x_4 = 5$$

$$x_i \geq 0 \quad (i=1,2,3,4)$$

$$-3x_1 - 4x_2 + x_3 + 7x_4 \rightarrow \min.$$

szimplex módszerrel megadni.

	x_1	x_2	x_3	x_4	
V_1	2	3	1	-2	6
V_2	2	-8	-1	3	3
V_3	-5	4	1*	-2	5
	1	1	-1	1	-14

↓ 1. lépés

	x_1	x_2	V_3	x_4	
V_1	7*	-1	-1	0	1
V_2	-3	-4	1	1	8
X_3	-5	4	1	-2	5
	-4	5	1	-1	-9

↓ 2. lépés

	V_1	x_2	V_3	x_4	
x_1	1/7	-1/7	-1/7	0	1/7
V_2	3/7	-3/7	4/7	1*	59/7
x_3	5/7	23/7	2/7	-2	40/7
	4/7	31/7	3/7	-1	-59/7

3. lépés
=>

	V_1	X_2	V_3	V_2	
X_1	$1/7$	$-1/7$	$-1/7$	0	$1/7$
X_4	$3/7$	$-31/7$	$4/7$	1	$59/7$
X_3	$11/7$	$-39/7$	$10/7$	2	$158/7$
	1	0	1	1	0

A mese úgy szól, hogy:

"Mivel az optimum értéke 0, ezért az eljárás

2. lépése következik."

A bázisváltókat között minden mesterséges, ezért a

3. lépéssel folytatjuk.

$$X_1 + \frac{1}{7} V_1 - \frac{1}{7} V_3 - \frac{1}{7} X_2 = \frac{1}{7}$$

$$X_4 + \frac{3}{7} V_1 + V_2 + \frac{4}{7} V_3 - \frac{31}{7} X_2 = \frac{59}{7}$$

$$X_i \geq 0 \quad \forall i. \quad X_3 + \frac{11}{7} V_1 + 2V_2 + \frac{10}{7} V_3 - \frac{39}{7} X_2 = \frac{158}{7}$$

$$V_1 + V_2 + V_3 \rightarrow \min.$$

Innen:

$$X_1 - \frac{1}{7} X_2 = \frac{1}{7}$$

$$X_4 - \frac{31}{7} X_2 = \frac{59}{7}$$

$$X_3 - \frac{39}{7} X_2 = \frac{158}{7}$$

$$X_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 4$$

$$-3X_1 - 4X_2 + X_3 + 7X_4 \rightarrow \min$$

- 3 -

$$x_1 - \frac{1}{7}x_2 = \frac{1}{7}$$

$$x_4 - \frac{31}{7}x_2 = \frac{59}{7}$$

$$x_3 - \frac{39}{7}x_2 = \frac{158}{7}$$

$$x_i \geq 0, i=1, \dots, 4.$$

$$\frac{225}{7}x_2 = Z(x) - \frac{568}{7} \rightarrow \min$$

	x_2	
x_1	-1/7	1/7
x_3	-39/7	158/7 158/7
x_4	-31/7	59/7
	225/7	568/7

Itt az algoritmus véget is ér. $\Rightarrow$

Az optimum: $\frac{568}{7}$ (mat max feladat volt!)

$$\underline{x} = \left(\underbrace{\frac{1}{7}}_{x_1}, \underbrace{0}_{x_2}, \underbrace{\frac{158}{7}}_{x_3}, \underbrace{\frac{59}{7}}_{x_4} \right) \quad \square \text{ ennyi.}$$

2. feladat

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 9 \\ 5 & 2 & 7 & 8 \\ 6 & 1 & 4 & 9 \\ 2 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

(a) $R(C)$ feladat megoldása.

Sorminimumok: 7, 2, 1, 2.

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 5 & 6 \\ 5 & 0 & 3 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Osloppminimumok: 0, 0, 0, 2.

$$C^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & 4 \\ 5 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} +$$

A minimum 3.

Hozzárendelés

1. dolgozó $\leftarrow$ 4. feladat
2. dolgozó $\leftarrow$ 1. feladat
3. dolgozó $\leftarrow$ 2. feladat
4. dolgozó $\leftarrow$ 3. feladat

A feladat független

0-rendszer elemeinek száma

$n=4$.

$$C^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Az optimális összeg: $9 + 5 + 1 + 2 = \underline{\underline{17}}$.

(b) $\mathcal{R}(C)$ $X_{14} = X_{21} = X_{32} = X_{43} = 0$ tiltsákkal.

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & \textcircled{9} \\ \textcircled{5} & 2 & 7 & 8 \\ 6 & \textcircled{1} & 4 & 9 \\ 2 & 3 & \textcircled{2} & 6 \end{pmatrix}$$

$$H = 1 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} = \underline{\underline{89}}.$$

Képezzük az A mátrixot:

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 89 \\ 89 & 2 & 7 & 8 \\ 6 & 89 & 4 & 9 \\ 2 & 3 & 89 & 6 \end{pmatrix}$$

megoldjuk a $\mathcal{R}(A)$ hozzárendelési feladatot.

Sorminimumok: $7, 2, 4, 2$

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 82 \\ 87 & 0 & 5 & 6 \\ 2 & 85 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 87 & 4 \end{pmatrix}$$

Osztóminimumok: $0, 0, 0, 4$

$$A^{(0)} = \begin{pmatrix} \boxed{1} & 0 & \boxed{2} & 78 \\ 87 & 0 & \boxed{5} & 2 \\ 2 & 85 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 87 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} + \\ + \\ + \\ + \end{matrix}$$

A minimum 1. kivonjuk a nem fedettestől, és hozzáadjuk a duplán fedettekhez:

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} \boxed{0}^* & 0 & 1 & 77 \\ 86 & \boxed{0}^* & 4 & 1 \\ 2 & 86 & \boxed{0}^* & 1 \\ 0 & 2 & 87 & \boxed{0}^* \end{pmatrix} \begin{matrix} + \\ + \\ + \\ + \end{matrix}$$

A kijelölt független 0- rangsor elemeinek száma $n=4$.

A hozzárendelés:

- 1. munka $\leftarrow$ 1. feladat
- 2. munka $\leftarrow$ 2. feladat
- 3. munka $\leftarrow$ 3. feladat
- 4. munka $\leftarrow$ 4. feladat

Az optimum: $8 + 2 + 4 + 6 = \underline{\underline{20}} < M \rightarrow$

$\mathcal{K}(A)$ megoldása $\equiv \mathcal{K}(C)$ megoldása tittással. $\square$

3. feladat

Terintettel arra, hogy a feladat nem ly'a elő a magyar módszer használatát, ezért a Least Cost Method-ban fogunk utazni, mert akkor tök jó tutorialok vannak a YouTube-on. 😊

	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	<u>Supply</u>
S ₁	7 1	X 2	2 4	2 4	11
S ₂	X 2	X 4	7 2	X 6	7
S ₃	X 2	5 2	X 6	5 4	10
<u>Demand</u>	8 7	5	9 2	7 2	

A teljes minimum költség:

$$THC = 7 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 7 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 5 \cdot 4 = \underline{67}$$

A mátrix:

$$X = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \square$$