

OPERÁCIÓKUTATÁS (MBLA13)

1. HÁZI DOLGOZAT

2020. április 5. → 2020. április 26.

2019/2020. TAVASZI FÉLÉV

1. Oldja meg *grafikusan* a

$$\begin{array}{rclcl}
 2x & + & y & \geq & 13 \\
 -2x & + & y & \leq & 1 \\
 -x & + & 2y & \leq & 14 \\
 3x & + & y & \leq & 28 \\
 -2x & + & 3y & \geq & 7 \\
 \hline
 4x & + & 3y & \rightarrow & \max
 \end{array}$$

lineáris programozási feladatot.

10 pont

2. Egy üzemben háromféle terméket állítanak elő (t_1 , t_2 és t_3), amelyhez négyféle nyersanyagot használnak fel (n_1 , n_2 , n_3 és n_4). Az egyes készítmények egy-egy darabjának előállításához felhasznált nyersanyagok mennyiségét az alábbi táblázat tartalmazza:

	n_1 (kg/db)	n_2 (kg/db)	n_3 (kg/db)	n_4 (kg/db)
t_1	2	1	3	1
t_2	1	1	3	2
t_3	2	3	1	1

Az egyes nyersanyagokból rendre 1000, 900, 800, illetve 400 kg áll rendelkezésükre. A haszon egy-egy darabon rendre 8, 7, illetve 9 EUR. Milyen termelés szerkezet esetén lesz a haszon maximális? Mennyi lesz a maximális haszon? Írja fel és oldja meg a megfelelő lineáris programozási feladatot *szimplex algoritmussal*.

10 pont

3. Végezze el az

$$\begin{array}{rclcl}
 x_1 & & +3x_4 & + & 8x_5 & - & x_6 & + & x_7 & = & 3 \\
 x_2 & & +2x_4 & + & 4x_5 & & & + & 2x_7 & = & 4 \\
 x_3 & & -x_4 & & & + & 3x_6 & + & x_7 & = & 5 \\
 \hline
 & & & & & & & & x_i & \geq & 0 \quad (i = 1, \dots, 7) \\
 & & -3x_4 & - & 4x_5 & - & x_6 & + & 3x_7 & \rightarrow & \min
 \end{array}$$

lineáris programozási feladat *legnagyobb csökkentés módszerével* való megoldását.

10 pont

4. Végezze el az

b. vált.	$b^{(v)}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
x_1	1	1	0	0	1	2	3	-1
x_2	2	0	1	0	0	-2	1	-1
x_3	1	0	0	1	1	-1	4	2
$v = 0$	0	0	0	0	-3	-3	-1	-2

lineáris programozási feladat *lexikografikus szimplex algoritmussal* való megoldását.

10 pont

1. feladat

$$2x + y \geq 13$$

$$-2x + y \leq 1$$

$$-x + 2y \leq 14$$

$$3x + y \leq 28$$

$$-2x + 3y \geq 7$$

$$4x + 3y \rightarrow \max$$

$$y = -\frac{4}{3}x$$

Az irány-

tangens

$$-\frac{4}{3}$$

grafikus LP.

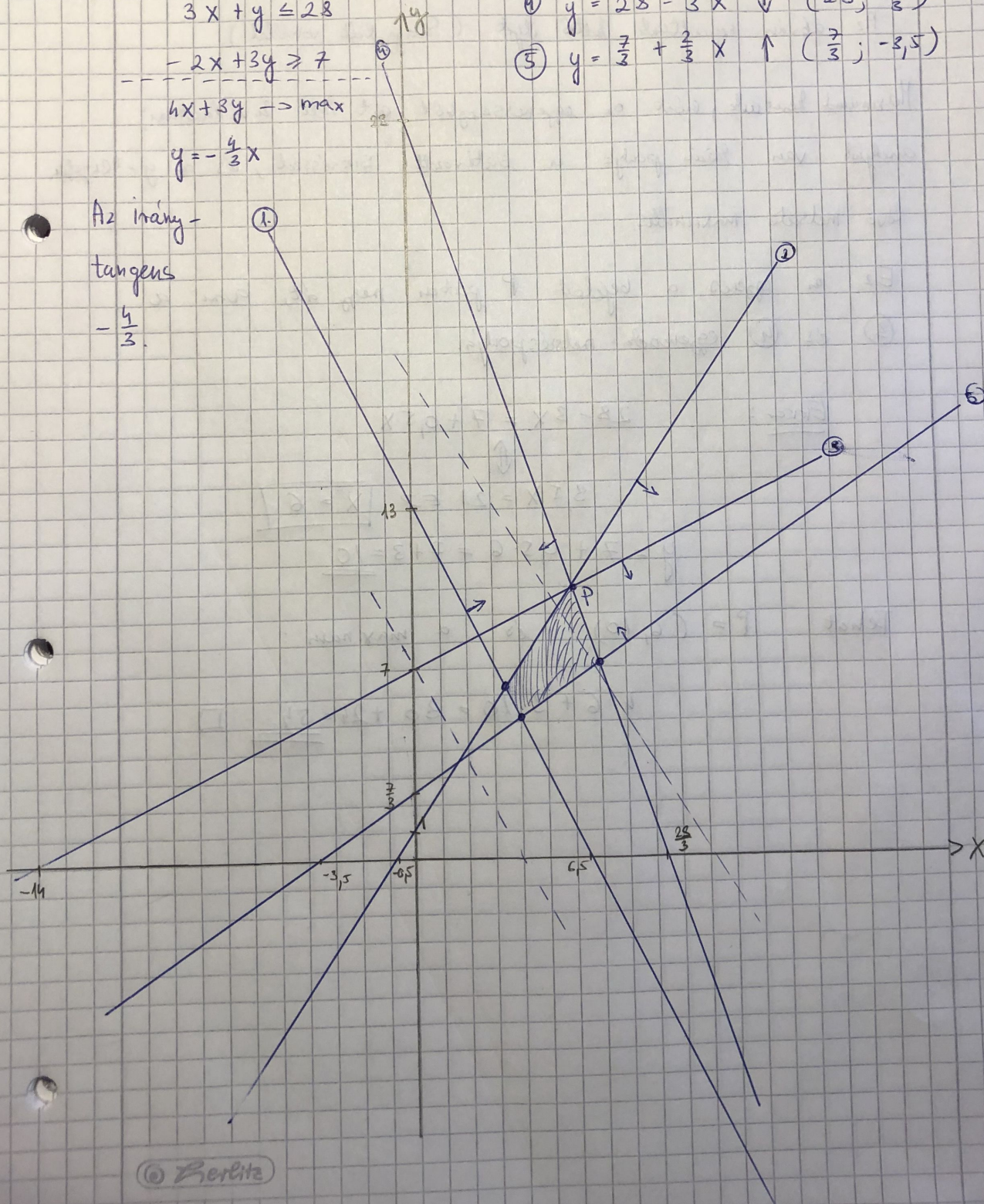
$$① y = 13 - 2x \quad \uparrow \quad (13; 6,5)$$

$$② y = 1 + 2x \quad \downarrow \quad (1; -0,5)$$

$$③ y = 7 + 0,5x \quad \downarrow \quad (7; -14)$$

$$④ y = 28 - 3x \quad \downarrow \quad (28; \frac{28}{3})$$

$$⑤ y = \frac{7}{3} + \frac{2}{3}x \quad \uparrow \quad (\frac{7}{3}; -3,5)$$



Vizsgáljuk most a $z(x, y) = 4x + 3y$ célfüggvényt.

Különböző z_0 értékek mellett olyan egyenest kapunk, melynek

$-\frac{4}{3}$ az iránytangense.

Az ábrán megadtunk két ilyen egyenest. (Szaggatott vonallal.)

Maximumot keresünk, ezért az egyenessorozatból azt kell kiválasztani, amelynek van közös pontja a szabványt síkjával, és az y -tengelyen lévő metszete maximális.

Ez az egyenes a bejelölt P ponton megy át, ami a
(3) és (4) egyenestek metszéspontja.

Ekvív:

$$28 - 3x = 7 + 0,5x$$



$$3,5x = 21 \Rightarrow \boxed{x = 6}$$

$$y = 7 + 0,5 \cdot 6 = 7 + 3 = \underline{\underline{10}}$$

Tehát $P = (6, 10)$ és a maximum:

$$4 \cdot 6 + 3 \cdot 10 = 30 + 24 = \underline{\underline{54}} \quad \square$$

2. feladat

$$2t_1 + t_2 + 2t_3 \leq 1000$$

$$t_1 + t_2 + 3t_3 \leq 900$$

$$3t_1 + 3t_2 + t_3 \leq 800$$

$$t_1 + 2t_2 + t_3 \leq 400$$

$$t_1, t_2, t_3, t_4 \geq 0$$

$$8t_1 + 7t_2 + 9t_3 \rightarrow \max.$$

Simplex algoritmussal. Keressük az optimális megoldást.

	t_1	t_2	t_3	
u_1	2	1	2	1000
u_2	1	1	3*	900
u_3	3	3	1	800
u_4	1	2	1	400
	8	7	9	0

megoldás: $Z = 3450$,

$(t_1, t_2, t_3) = (150, 0, 250)$.

1. lépés

	t_1	t_2	u_2	
u_1	4/3	1/3	-2/3	400
t_3	1/3	1/3	1/3	300
u_3	8/3	8/3	-1/3	500
u_4	2/3*	5/3	-1/3	100
	5	4	-3	-2700

2. lépés
 $\Rightarrow$

	u_4	t_2	u_2	
u_1	-2	-3	0	200
t_3	-1/2	-1/2	1/2	250
u_3	-4	-4	1	100
t_1	3/2	5/2	-1/2	150
	-7,5	-8,5	-0,5	-3450

A célfüggvény nem tartalmaz pozitív együtthatót, az algoritmus itt véget ér.

A maximális haszon 3450 €, ha 150 db t_1 -et, 0 db t_2 -t és 250 db t_3 -at gyártunk.

3. feladat

Keressük meg a simplex táblázat felírásával. Az a tétel:

	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_1	3*	8	-1	1	3
x_2	2	4	0	2	4
x_3	-1	0	3	1	5
	-3	-4	-1	3	0

$$\Delta_5 = \min \left\{ \frac{3}{8}, 1 \right\} = \frac{3}{8}$$

$$\Delta_4 = \min \{ 1, 2 \} = 1, \quad \Delta_6 = \min \left\{ \frac{5}{3}, -\frac{5}{3} \right\}$$

$$\ominus = \min \left\{ -3, -\frac{3}{2}, -\frac{5}{3} \right\} = \underline{\underline{-3}} \Rightarrow -3\text{-as oszlopot választ.$$

1. lépés
 $\Rightarrow$

	x_1	x_5	x_6	x_7	
x_1	1/3	8/3	-1/3	1/3	1
x_2	-2/3	-4/3	2/3	4/3	2
x_3	1/3	8/3	8/3*	4/3	6
	1	4	-2	4	3

2. lépés
 $\Rightarrow$

	x_1	x_5	x_3	x_7	
x_1	3/8	3	1/8	1/2	7/4
x_2	-3/4	-2	-1/4	1	1/2
x_6	1/8	1	3/8	1/2	9/4
	5/4	6	3/4	5	15/2

Az algoritmus itt áll.

$$x_2 = 0, 5$$

$$x_4 = 1, 75$$

$$x_6 = 2, 25$$

$$x_1 = x_3 = x_5 = x_7 = 0.$$

$$z(\bar{x}) = \underline{\underline{-\frac{15}{2}}}. \quad \square$$

4. feladat

b. vált.	$b^{(v)}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_1	1	1	0	0	1	2	3	-1	1
x_2	2	0	1	0	0	-2	1	-1	2
x_3	1	0	0	1	1*	-1	4	2	1
$v = 0$	0	0	0	0	-3	-3	-1	-2	0

$$C_j = -3, j = 4.$$

$$\frac{P_1}{a_{14}^{(1)}} = (1, 1, 0, 0, 1, 2, 3, -1)$$

$$\frac{P_3}{a_{34}^{(1)}} = (1, 0, 0, 1, 1, -1, 4, 2) \Leftrightarrow \text{Ez lexicografikusan a kisebb.}$$

a_{34} a generálóelem.

1. lépés:

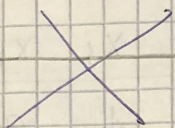
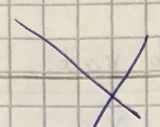
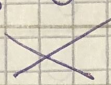
b. vált.	$b^{(v)}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_1	0	1	0	-1	-1	3*	-1	-3	0
x_2	2	0	1	0	0	-2	1	-1	2
x_4	1	0	0	1	1	-1	4	2	1
$v = 1$	3	0	0	3	3	-6	11	4	3

2. lépés:

b. vált.	$b^{(v)}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	
x_5	0	1/3	0	-1/3	-1/3	1/3	-1/3	-1	0
x_2	2	2/3	1	-2/3	-2/3	2/3	1/3	-3	2
x_4	1	1/3	0	2/3	2/3	1/3	1/3	1*	1
$v = 2$	3	2	0	1	1	2	9	-2	3

3. lépés:

- 6 -

b. vált.	$b^{(v)}$	x_1	x_2	x_3	x_3	x_1	x_6	x_4
x_5	1							1
x_2	5							3
x_7	1	1/3	0	2/3	2/3	1/3	11/3	1
$v=3$	5				7/3	8/3	49/3	2

itt minden pozitív, az algoritmus véget ér.

Azt kapjuk, hogy:

$$Z(\bar{x}) = -5,$$

$$\bar{x} = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7) =$$

$$= (0 \ 5 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1). \quad \square$$