

32. feladat

Bimatrixjáték.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A' = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

legyen $\underline{X} = (x, 1-x)$ és $\underline{Y}^T = (y, 1-y)$.

$$Q = 1 - 3 - 5 + 2 = \underline{\underline{-5}},$$

$$q = 2 - 3 = \underline{\underline{-1}},$$

$$R = 2 - 4 - 3 + 1 = \underline{\underline{-4}},$$

$$r = 1 - 3 = \underline{\underline{-2}},$$

és $\frac{q}{Q} = \frac{1}{5}$ és $\frac{r}{R} = \frac{2}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}.$

A következő esetek lehettek:

(iii) $Q < 0$

(vi) $R < 0$

1a) $x=0, y \geq \frac{1}{5},$

2a) $x \geq \frac{1}{2}, y=0,$

1b) $x=1, y \leq \frac{1}{5},$

2b) $x \leq \frac{1}{2}, y=1,$

1c) $0 < x < 1, y = \frac{1}{5},$

2c) $x = \frac{1}{2}, 0 < y < 1.$

• 1a) és 2a) egyszerre nem teljesülhet. X

• 1a) és 2b) teljesülhet. ✓

• 1a) és 3b) egyszerre nem teljesülhet. X

• ~~2a)~~ és 2a) teljesülhet. ✓

• 1b) és 2b) nem. X

• 1b) és 2c) nem. X

- 1c) és 2a) nem X
- 1c) és 2b) nem X
- 1c) és 2c) igen ✓

Három eset lehetséges tehát, ezeket nézzük meg.

$$\textcircled{1} \quad \left(x=0, y \geq \frac{1}{5} \right) \wedge \left(x \leq \frac{1}{2}, y=1 \right).$$

$$\text{itt } \underline{X} = (0, 1) \quad \text{és} \quad \underline{Y}^T = (1, 0).$$

Az első játékos kifizetése:

$$\begin{aligned} E_1(X, y) &= E_1(0, 1) = XAY = (0 \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \\ &= (5 \ 2) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{5}}. \end{aligned}$$

A második játékos kifizetése:

$$\begin{aligned} E_2(X, y) &= E_2(0, 1) = XA^T Y = (0 \ 1) \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \\ &= (3 \ 1) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{\underline{3}}. \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \left(x=1, y \leq \frac{1}{5} \right) \wedge \left(x \geq \frac{1}{2}, y=0 \right).$$

$$\text{itt } \underline{X} = (1, 0) \quad \text{és} \quad \underline{Y}^T = (0, 1).$$

Az első játékos kifizetése:

$$\begin{aligned} E_1(X, y) &= E_1(1, 0) = XAY = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \\ &= (1 \ 3) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{3}}. \end{aligned}$$

A második játékos kifizetése:

$$\begin{aligned} E_2(X, y) &= E_2(1, 0) = XA^T Y = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \\ &= (2 \ 4) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{4}}. \end{aligned}$$

$$\textcircled{3} \quad (0 < x < 1, y = \frac{1}{5}) \quad \wedge \quad (x = \frac{1}{2}, 0 < y < 1).$$

$$\text{itt } X = (1/2, 1/2) \quad \text{és} \quad Y^T = (1/5, 4/5).$$

Az első játékos kifizetése:

$$\begin{aligned} E_1(x, y) &= E_1(1/2, 1/5) = XAY = (1/2 \quad 1/2) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/5 \\ 4/5 \end{pmatrix} = \\ &= (3 \quad 5/2) \begin{pmatrix} 1/5 \\ 4/5 \end{pmatrix} = \frac{13}{5} = \underline{\underline{2,6}}. \end{aligned}$$

A második játékos kifizetése:

$$\begin{aligned} E_2(x, y) &= E_2(1/2, 1/5) = XA^T Y = (1/2 \quad 1/2) \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/5 \\ 4/5 \end{pmatrix} = \\ &= (5/2 \quad 5/2) \begin{pmatrix} 1/5 \\ 4/5 \end{pmatrix} = \frac{5}{2} = \underline{\underline{2,5}}. \quad \square \end{aligned}$$