

inhomogén (IH):

$$a_0, a_1, a_2, a_3, \underline{b} \in \mathbb{R}$$



$$a_3 z^{(3)} + a_2 z^{(2)} + a_1 z^{(1)} + a_0 z + b = 0$$

homogén (H)

$$a_3 z^{(3)} + \dots + a_0 z = 0$$

Homogén egyenlet általános megoldása

Karakterisztikus egyenlet

$$a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0$$

① megoldásai: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{C}$

Tegyük fel, hogy $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ páronként különböző. Ekkor (H) általános megoldása: 3 lin. független megoldás lin. kombinációi.

$$z_H(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t}$$

C_1, C_2, C_3 konstansok

$\nwarrow$ ez lehet komplex

"általános" szó jelentése: 1) C_1, C_2, C_3 bármely választására megoldást kapunk, 2) minden megoldás ilyen alakú.

Ha $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$:

$$z_H(t) = \sum_{i=1}^3 C_i e^{\lambda_i t}$$

Heggyegypis:

(2)

$$\text{Ha } \lambda_1 \in \mathbb{R}$$

$$\lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{C} : \lambda = \overline{\lambda}$$

komplex hangjüggélt
 $\lambda = \alpha + i\beta$

A fűntick alapján

$$\begin{aligned} e^{\lambda t} &= e^{(\alpha + i\beta)t} = e^{\alpha t} (\cos \beta t + i \sin \beta t) \\ e^{\overline{\lambda} t} &= e^{(\alpha - i\beta)t} = e^{\alpha t} (\cos \beta t - i \sin \beta t) \end{aligned}$$

is megoldások.

(H) lineáris egyenlet $\Rightarrow$ megoldások

lineáris kombinációja is megoldás

$$\frac{e^{\lambda t} + e^{\overline{\lambda} t}}{2} = e^{\alpha t} \cos \beta t$$

$$\frac{e^{\lambda t} - e^{\overline{\lambda} t}}{2i} = e^{\alpha t} \sin \beta t$$

is megoldások és VALÓSAK.

$$\Rightarrow z_x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\alpha t} \cos \beta t + C_3 e^{\alpha t} \sin \beta t$$

B

$$\lambda_1 = \lambda_2, \quad \lambda_3 \neq \lambda_1 = \lambda_2$$

~~Alt. l'anos~~ Alt. me:

$$c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 t e^{\lambda_1 t} + c_3 e^{\lambda_3 t}$$

A hand-drawn diagram of a cell. It features a large, irregular outer boundary representing the cell membrane. Inside this boundary is a large, roughly circular nucleus. Within the nucleus is a smaller, denser, and more circular structure representing the nucleolus. The drawing is done in blue ink on a white background.

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda$$

$$c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 t e^{\lambda_2 t} + c_3 t^2 e^{\lambda_3 t}$$

(1H) általános megoldása:

$$z_{\text{th}}(t) = z_{\text{h}}(t) + z_p(t),$$

ahol Z_p pedig $(1H)$ partikuláris
megoldása (egy konkrét megoldása)

Híent ez az $(1H)$ ált. megoldása?

① A_2 ilyen alábbi függvények megoldásai
(1H)-nak.

Er behelyettesítéssel ellenőrizhető.

② ~~Hinden~~ Lásni kell minden ^{megoldás} ~~ábrán~~ (*)
aláhú

5. Hydrat Neubank Wassbaum Kas Progen in]] hat

② igazolása:

④

z legyen tetszőleges megoldás:

behintjük $z - z_p - t!$ (IH)-ba való

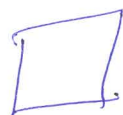
behelyettesítéssel ellenőrizhető:

$$a_3 (z^{(3)} - z_p^{(3)}) + a_2 (z^{(2)} - z_p^{(2)}) +$$

$$+ a_1 (z^{(1)} - z_p^{(1)}) + a_0 (z - z_p) + \underbrace{b - b}_{=0} = 0$$

$\Rightarrow z - z_p$ (IH) a megoldása

$$\Rightarrow z(t) - z_p(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + \dots$$



Most: $z_p(t) = \text{---} -d \quad \forall t \in \mathbb{R}$

megoldása (IH)-nak

Hogyan lehet $z_p - t$ megtalálni?

1) PRÓBAFÜGGVÉN MÓDSZER

(2) KONSTANS VARIÁCIÓ)

5

(1)-(3) rendszer ált. megoldása:

$$c_1 e^{\lambda_1 t} u_1 + c_2 e^{\lambda_2 t} u_2 + c_3 e^{\lambda_3 t} u_3,$$

ahol $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ (esikleg komplex)

megoldásai a kan. egyenletnek,

$c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{C}$ és u_1, u_2, u_3 a

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ -hoz tartozó sajátvektorok.

Ezt meghatározása tetszőleges paraméterértékekhez lehetséges.

Csak a komplex
alakot írtam fel

$$\lambda_1 \in \mathbb{R}, \quad \lambda_3 = \overline{\lambda_2}$$
$$\lambda_2 = \alpha + i\beta$$

$$c_1 e^{\lambda_1 t} u_1 + c_2 e^{\alpha t} \cos \beta t u_1$$
$$+ c_3 e^{\alpha t} \sin \beta t u_2$$