

2019. 11. 16.

6. ZsebkalkulációNem-életbiztosVolt:

$$S = X_1 + \dots + X_n$$

adott.

$$S = X_1 + \dots + X_N$$

$$X_1, X_2, \dots : 0, 1, 2.$$

Diszkrét nemnegatív valószínűségi változók.

Esetet vizsgálunk. Azzal foglalkozunk most, hogy $PC(S=n) = ?$.Legyen $S = X_1 + X_2$, X_1 és X_2 fgtl.

$$PC(S=n) = \sum_{z=0}^n PC(X_1=z \text{ és } X_2=n-z) = \sum_{z=0}^n PC(X_1=z) PC(X_2=n-z)$$

$$\text{röviddelben írva: } f_S(n) = \sum_{z=0}^n f_{X_1}(z) f_{X_2}(n-z) = f_{X_1} * f_{X_2}(n)$$

fgtlenség.

↑ a jó öreg Zsebkalkuláció... :)

Numerikus példát nézzünk.

Eloszlások van:

X	$f_X(X)$	f_X^{*2}	f_X^{*3}
0	0,1	0,01	0,001
1	0	0	0
2	0,4	0,16	0,064
3	0,5	0,25	0,125
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0

grafikusan

címké:

* "csillag"

①

$$f_X^{*2}$$

Zsebkalkulációval.

önmagával vett Zsebkalkuláció.

$$S = X_1 + X_2 + X_3$$

$$Z = X_1 + X_2$$

$$f_Z(0) = f_{X_1}(0) \cdot f_{X_2}(0) = 0,1^2$$

$$f_Z(1) = f_{X_1}(0) \cdot f_{X_2}(1) + f_{X_1}(1) \cdot f_{X_2}(0) =$$

$$= 0$$

$$f_Z(2) = f_{X_1}(0) \cdot f_{X_2}(2) + f_{X_1}(1) \cdot f_{X_2}(1) + f_{X_1}(2) \cdot f_{X_2}(0) =$$

$$= 0,008$$

az lg. tovább.

ennyit az egyes kockázat modelljéről.

Most: $S = X_1 + \dots + X_N$

$$f_S(n) = \sum_{z=0}^{\infty} \underbrace{P(S=n | N=z)}_{P(X_1 + \dots + X_z = n)} \underbrace{P(N=z)}_{f_N(z)} = \sum_{z=0}^{\infty} f_X^{*z}(n) f_N(z).$$

Ene is nézzük példát. Nevezetesen.

$N \sim \text{Poi}(2)$

0-adik konvolúció					
X	f_X^{*0}	f_X^{*1}	f_X^{*2}	f_X^{*3}	$f_S(X)$
0	1	0	0	0	0,1353
1	0	0,45	0	0	0,1218
2	0	0,35	0,2025	0	0,1495
3	0	0,2	0,150	0,05125	0,1558
N	0,1353	0,2707	0,2707	0,1804	

$P(S=z) = ? \quad z = 0, 1, 2, 3.$

$P(N=0) = e^{-2}$

$$P_n = \left(\alpha + \frac{\lambda}{n} \right) P_{n-1}$$

$\frac{\lambda}{n}$

ennyi. □

Volt: $X \quad E(X^n) = M_X^{(n)}(0).$

$P(X=n) = \frac{P_X^{(n)}(0)}{n!}$

$S = X_1 + \dots + X_N$
összetett modell:

$P_S(t) = P_N(P_X(t)).$
②

lejj.
"csal" derivatívái kell.
függvénykompozíció.

$$P(S=0) = P_S(0) = P_N(P_X(0)).$$

A deriválás bonyolítja...

$$P'_S(t) = P'_N(P_X(t)) \cdot P'_X(t) \quad \text{és ez egyre hosszabb lesz...}$$

Csak látszólag könnyű a. Egy példát nézzük meg.

Példa: $N \sim \text{Poi}(\lambda), \quad X \sim \text{Geom}(p)$

$$f_S(0) = ? \quad f_S(1) = ?$$

$$P_N(t) = e^{\lambda(t-1)} \quad P_X(t) = \frac{p}{1-qt}$$

$$P_S(t) = \exp\left(\lambda\left(\frac{p}{1-qt} - 1\right)\right)$$

$$f_S(0) = P_S(0) = \underline{\underline{e^{\lambda(p-1)}}}$$

$$f_S(1) = ? \quad P'_S(t) = \cancel{\exp\left(\lambda\left(\frac{p}{1-qt} - 1\right)\right)}$$

$$P'_N(t) = \lambda e^{\lambda(t-1)}$$

$$P'_S(t) = \lambda \cdot \exp\left(\lambda\left(\frac{p}{1-qt} - 1\right)\right) \cdot p(-1)(1-qt)^{-2} \cdot (-q)$$

$$f_S(1) = P'_S(0) = \underline{\underline{e^{\lambda(p-1)}}} \lambda p q.$$

Jön egy másik módszer: TURBO-MÓDSZER

Panjer-módszer: (a, b, c) -eloszlásra adott.

Példát nézzük.

$$N \sim \text{Po.}(2), \quad X \sim \text{Geom}(0,2).$$

$$f_S(0) = ?, \quad f_S(1) = ?, \dots \quad \text{amennyig lehet.}$$

$$a=0, \quad b=\lambda, \quad N \sim (0, \lambda, 0).$$

$$f_S(0) = e^{\lambda(p-1)} = e^{-2 \cdot 0,8} \approx \underline{\underline{0,2019}}.$$

$$f_S(1) = \sum_{x=1}^{\infty} \lambda \cdot f_X(1) f_S(0) = 2 \cdot 0,2019 \cdot \underbrace{pq}_{0,2 \cdot 0,8} = \underline{\underline{0,0646}}$$

$$f_X(n) = pq^n$$

$$f_S(2) = \frac{2}{2} \underbrace{f_X(1)}_{0,2 \cdot 0,8} \underbrace{f_S(1)}_{0,0646} + \frac{2 \cdot 2}{2} \underbrace{f_X(2)}_{0,2 \cdot 0,8^2} \underbrace{f_S(0)}_{0,2019} =$$

$$= \frac{2}{2} \dots = \underline{\underline{0,0620}}.$$

Még egyet...

$$f_S(3) = \frac{2}{3} f_X(1) f_S(2) + \frac{2 \cdot 2}{3} f_X(2) f_S(1) + \frac{2 \cdot 3}{3} f_X(3) f_S(0) =$$

$$\dots = \underline{\underline{0,0590}} \quad \square$$