

2019.12.06

6. konzultáció

Logika

Feltételes bizonyítás

példán jön.

- Tfh 1. $A \rightarrow (B \wedge C)$
 2. $(B \vee D) \rightarrow E$

kell levezetni; hogy $A \rightarrow E$

Implikáció szabályai hasznos.

Ezt használhatjuk itt is?	3. Tfh A.	FBF (Feltételes Feltevés)
	4. $B \wedge C$	1, 3 MP
	5. B	4 E
	6. $B \vee D$	5 Add
	7. E	2, 6 MP
	8. $A \rightarrow E$	FB 3-7 alapján

így meggyez.

- 0

1. $G \rightarrow (H \wedge I)$
 2. $\exists \rightarrow (K \wedge L)$
 3. $G \vee \exists$
- } HVK kell

4. G	FBF
5. $H \wedge I$	1, 4 MP
6. H	5 E
7. $G \rightarrow H$	4, 6 FB
8. $\exists$	FBF
9. $K \wedge L$	2, 8 MP
10. K	9 E
11. $\exists \rightarrow K$	8-10 FB

12. $(G \rightarrow H) \wedge (G \rightarrow K)$ 7, 11 konj

12

HVK

3, 12 KD

□

nég az példa.

$$1. \quad L \rightarrow (M \rightarrow (N \vee O))$$

$$2. \quad M \rightarrow \neg N$$

$$L \rightarrow (\neg M \vee O)$$

$M \rightarrow O$ tulajdonképpen.

$$3. \quad L \quad \text{FBF}$$

$$4. \quad M \rightarrow (N \vee O) \quad 1,3 \text{ MP}$$

$$5. \quad M \quad \text{FBF}$$

$$6. \quad N \vee O \quad 4,5 \text{ MP}$$

$$7. \quad \neg N \quad 2,5 \text{ MP}$$

$$8. \quad O \quad 6,7 \text{ DS}$$

$$9. \quad M \rightarrow O \quad 5-8 \text{ FB}$$

$$10. \quad \neg M \vee O \quad 9 \text{ Impl}$$

$$11. \quad L \rightarrow (\neg M \vee O) \quad 3-10 \text{ FB} \quad . D$$

Egymásbadisztott feltételes bizonyítások ezek.

Indirekt bizonyítás

példát vesünk.

$$1. \quad (A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$$

$$2. \quad C \rightarrow \neg D$$

} JA kell.

$$3. \quad A$$

IBF (Indirekt Biz. Feltétele)

$$4. \quad A \vee B$$

3, Add

$$5. \quad C \wedge D$$

1,4 MP

$$6. \quad C$$

5 E

$$7. \quad D$$

5 Kamm + 6 SE

$$8. \quad \neg D$$

2,6 MP

$$9. \quad D \wedge \neg D$$

7,8 Konj

↯

$$10. \quad \neg A$$

$$2-9 \text{ TR}$$

$$(A)$$

Kérdés: persze, hogy mit tekintünk elemi mondatnak?

$(A \wedge B) \wedge \neg (A \wedge B)$ - Ezzel mi van?

Nem tudjuk...

Példa:

$$1. \quad L \rightarrow (TM \rightarrow (N \wedge O)) \quad \left. \vphantom{L \rightarrow (TM \rightarrow (N \wedge O))} \right\} L \rightarrow (M \wedge P)$$

$$2. \quad \neg N \wedge P$$

$$3. \quad L \quad \text{FBF}$$

$$4. \quad TM \rightarrow (N \wedge O) \quad 1, 3 \text{ MP}$$

$$5. \quad TM \quad \text{IBF}$$

$$6. \quad N \wedge O \quad 4, 5 \text{ MP}$$

$$7. \quad N \quad 6 \text{ E}$$

$$8. \quad \neg N \quad 2 \text{ E}$$

$$9. \quad \neg(TM) \quad 5-8 \text{ IB}$$

$$10. \quad M \quad 9 \text{ KT}$$

$$11. \quad P \quad 2 \text{ Konn+E}$$

$$12. \quad M \wedge P \quad 10, 11 \text{ Konj}$$

$$13. \quad L \rightarrow (M \wedge P) \quad 3-12 \text{ FB. } \square$$

ennyit a tanúsítás levezetésével.

Felolvas: $\alpha_1, \dots, \alpha_n \vdash \beta$

β levezethető $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ formulaiból
tanúsítás levezetéssel.

A teljesítési tétel: Ha $\alpha_1, \dots, \alpha_n \models \beta$, akkor $\alpha_1, \dots, \alpha_n \vdash \beta$.

(Lehet végtelen sok formula is...)

Spec eset:

$$\boxed{\models \beta} \Rightarrow \neg \vdash \beta$$

es mi? $\Leftrightarrow \beta$ tautológia.

$\alpha \neq \beta$, ha $\alpha = i$ és $\beta = h$. $\Rightarrow \not\models \beta$ $\beta = h$ kell. csak.
ehh β tautológia.

Tehát: $\forall$ tautológia levezethető.

TBVA
 $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ tautológia. Vesszük le!

1.	A	FBF
2.	$A \vee B$	1 Add
3.	$B \rightarrow A$	2 Komm + Imp
4.	$A \rightarrow (B \rightarrow A)$	1-3 FB. $\square$

ennyi.

$A \rightarrow A$ tautológia. Ezt tudjuk

1.	A	FBF
2.	$A \vee A$	1 Add
3.	A	2 Dup
4.	$A \rightarrow A$	1-3 FB. $\square$

-o-

1.	A	FB
2.	$A \rightarrow A$	1 FB $\square$ enyi.

-o-

1.	A	FB	6.	$\neg(A \wedge A)$	5 DM
2.	$A \rightarrow A$	1 FB	7.	$\neg(A \wedge \neg A)$	6 Komm
3.	$\neg A \vee A$	2 Impl			
4.	$A \vee \neg A$	3 Komm			
5.	$\neg \neg(A \vee \neg A)$	4 KT			

Köszik pelela

$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

önmagára disztributív.

1.	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	FBF
2.	$A \rightarrow B$	FBF
3.	A	FBF
4.	$B \rightarrow C$	1,3 MP
5.	B	2,3 MP
6.	C	4,5 MP
7.	$A \rightarrow C$	3-6 FB
8.	$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$	2-7 FB

$$9. ((A \rightarrow B) \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \quad \text{1-8 FB}$$

— 0 —

$P \Leftrightarrow P \wedge (P \vee Q)$ veressük le ezt a tautológiát.

$P \rightarrow (P \wedge (P \vee Q))$ esetet kell levezetnünk.

$$(P \wedge (P \vee Q)) \rightarrow P$$

1.	P	FBF
2.	$P \vee Q$	1 Add
3.	$P \wedge (P \vee Q)$	1,2 Konj
4.	$P \rightarrow (P \wedge (P \vee Q))$	1-3 FB
5.	$P \wedge (P \vee Q)$	FBF
6.	P	5 E
7.	$P \wedge (P \vee Q) \rightarrow P$	5-6 FB
8.	$(P \rightarrow (P \wedge (P \vee Q))) \wedge (P \wedge (P \vee Q) \rightarrow P)$	4,7 Konj
9.	$P \Leftrightarrow P \wedge (P \vee Q)$	8 EV. $\square$

Még egy példa

$$P \leftrightarrow PV(P \wedge Q)$$

1. P FBF
2. $PV(P \wedge Q)$ 1 Ad
3. $P \rightarrow (PV(P \wedge Q))$ 1-2 FB
4. $PV(P \wedge Q)$ FBF
5. $\neg P$ IB
6. $P \wedge Q$ 4, 5 DS
7. P 6 E
8. P 5-7 IB + KT
9. $PV(P \wedge Q) \rightarrow P$ 4-8 FB D

az is szépen jön...