

2019. 11. 29.

5. konzultáció

Logika

December 20-án lesz vizsga!!

Valamelyik tárgyból.

Lovag - Lőrétő.

A, B két ember.

A: Lőrétő vagor, vagy B lovag.

a : A lovag

b : B lovag

A mondja: $\neg a \vee b$ és mivel A mondja:

$$a \leftrightarrow (\neg a \vee b)$$

$$a \leftrightarrow b = \neg ab + a'b'$$

$$a \leftrightarrow a' + b$$

Így:

$$a(a' + b) + a'(a' + b)' = \underbrace{aa'}_0 + ab + \underbrace{a'a'b'}_0 = ab$$

Mindketen lovagok tehát. $\square$

A lovag	B lovag	A állítása	
✓ i	i	i	ez lehetséges
X i	h	h	lovag nem mondhat hamis állítást
X h	i	i	Lőrétő nem mondhat igazat
X h	h	i	

Így pontosan egy állítást kaptuk.

Egy faxkal egyszerűbb.

Másik példa

A, B

A: Ha én lovag vagyok, akkor B is az.

a: A lovag

b: B lovag

A áll: $a \Leftrightarrow (a \rightarrow b)$
Ha $\neg a \vee b$

Igy a feltétele igaz.

Nem ellenben más példa. $\square$

Új példa

A, B

- Ön lovag?

- Ha lovag vagyok, akkor megessen a halálomat

Biz: A hajlamos megenni a halálját

a: A lovag

b:

z: A megessen a halálját

~~$a \leftrightarrow (a \rightarrow b)$~~

~~$a \leftrightarrow (a \rightarrow z)$~~

$a \Leftrightarrow (a \rightarrow z) = \dots = az \cdot \neg z$ is igaznak látszik. $\therefore$

Raymond Smullyan: "talált ki hasonlatot"

A azt mondja: X

?

??

$\Rightarrow A: X \wedge Y$

Lehet ezt tenni.

A utána azt mondja: Y

Nézitek meg!

$$a \leftrightarrow x$$

$$a \leftrightarrow y$$

 $\Rightarrow$

$$(a \leftrightarrow x) \wedge (a \leftrightarrow y)$$

ekvivalens a két formula??

$$a \leftrightarrow (x \vee y)$$

Vizsgáljuk meg!

$$(a \leftrightarrow x) \wedge (a \leftrightarrow y)$$

 $\models$

$$a \leftrightarrow (x \vee y)$$

i	i	i
i	h	h
h	h	i
h	h	h
h	h	h
h	h	i
i	h	h
i	i	i

i	i	i	i
i	h	h	h
i	h	h	i
i	h	h	h
h	h	i	i
h	i	i	h
h	i	h	i
h	i	h	h

a feltétlen nem egyenlő neg! Ezt látjuk!

Ka a beloldali igaz, akkor a jobboldali szűkebb igaz, de
FORDÍTVÁ NEM. $\models$ ért.

— 0 —

Hogyan tesztelhető számolásal a teljes diszjunktív (additív) normál alak?

$$(xy' + z)' = (xy')' \cdot z' = \cancel{xy} \quad (x' + y)z' = \cancel{xy} \quad \underbrace{x'z' + yz'}_{\text{additív normálalak}}$$

de ez még nem teljes!

$$x'z' + yz' = x'(y+y')z' + (x+x')yz' =$$

↑ beszűkít, hogy 1
③

így

$$= x'y'z' + x'y'z + x'yz' + x'yz = x'y'z' + x'y'z + x'yz' \quad \square$$

$$a \rightarrow b = a + b$$

(p) $(a \rightarrow b) \rightarrow c$

additív normálalak

$$(a + b)' + c = a'b' + c = \overbrace{a'b' + c} =$$

$$= ab'(c+c') + (a+a')(b+b')c =$$

$$= ab'c + ab'c' + (a+a')(b+b')c =$$

$$= \cancel{a'b'c} + \cancel{ab'c'} + \cancel{abc} + \cancel{a'bc} + \cancel{ab'c} + \cancel{a'b'c} =$$

$$= \underbrace{ab'c + ab'c' + abc + a'bc + a'b'c}_{\text{teljes additív normálalak}} \quad \square$$

teljes additív normálalak

Hogypapírs:

$$a + 0 = a + b'b' = (a+b)(a+b') \text{ is üresm.$$

teljes konjunktív normálalak

— 0 —

Természeti levezetés

Natural Deduction

$$\mathcal{L}_1, \dots, \mathcal{L}_n \models \beta$$

igazságtáblázat módszer

„elemzés” módszer (indirekt)

Boole algebra (számolással)

TERMÉSZETES LEVEZETÉS $\Leftarrow$ ÚJ MÓDSZER

Gerhard Gentzen

Stanisław Jaśkowski

(1934)

sz. találatai

Ha valamilyen logikai következtetés, az levezethető.

De azt nem tudjuk ellenőrizni, hogy valamilyen logikai következtetés...

És ez a hiba.

① $\neg A$

$A \rightarrow B$ est kell levezetni.
 $\equiv \neg A \vee B$

② $\neg A \vee B$ (1. Add)

③ $A \rightarrow B$ (2. Imp) $\square$

o

① $F \rightarrow G$

G est kell levezetni

② $F \vee G$

③ $\neg F \vee G$ (2. KT)

④ $\neg F \rightarrow G$ (3 Imp)

⑤ $\neg G \rightarrow \neg F$ (4 Trans)

⑥ $\neg G \rightarrow F$ (5 KT)

⑦ $\neg G \rightarrow G$ (1, 6 HS)

⑧ $\neg G \vee G$ (7 Imp)

⑨ $G \vee G$ (8 KT)

⑩ G (9 Dup)

$$① A \rightarrow (B \rightarrow C)$$

$$B \rightarrow (A \rightarrow C)$$

$$② (A \wedge B) \rightarrow C \quad (1 \text{ Exp})$$

$$③ (B \wedge A) \rightarrow C \quad (2 \text{ Komm})$$

$$④ B \rightarrow (A \rightarrow C) \quad (3 \text{ Exp}) \quad \square$$

— o —

$$① M \rightarrow N$$

$$M \rightarrow (N \wedge O) \text{ Zell.}$$

$$② M \rightarrow O$$

$$③ \neg M \vee N \quad (1 \text{ Imp})$$

$$④ \neg M \vee O \quad (2 \text{ Imp})$$

$$⑤ (\neg M \vee N) \wedge (\neg M \vee O) \quad (3, 4 \text{ Konj.})$$

$$⑥ \neg M \vee (N \wedge O) \quad (5 \text{ Disj.})$$

$$⑦ M \rightarrow (N \wedge O) \quad (6 \text{ Imp}) \quad \square$$

— o —

$$① K \rightarrow M$$

$$(K \vee L) \rightarrow M \text{ Zell.}$$

$$② L \rightarrow M$$

$$\neg (K \vee L) \vee M$$

$$(\neg K \wedge \neg L) \vee M$$

$$(\neg K \vee M) \wedge (\neg L \vee M)$$

$$③ \neg K \vee M \quad (1 \text{ Imp})$$

$$④ \neg L \vee M \quad (2 \text{ Imp})$$

$$⑤ (\neg K \vee M) \wedge (\neg L \vee M) \quad (3, 4 \text{ Konj.})$$

$$⑥ (\neg K \wedge \neg L) \vee M \quad (5 \text{ Disj.}) + \text{Komm} + \text{Komm.}$$

$$⑦ \neg (K \vee L) \vee M \quad (6 \text{ DM})$$

$$⑧ (K \vee L) \rightarrow M \quad (7 \text{ Imp}) \quad \square$$