

Ekvivalenciák vizsgálata.

$$x \rightarrow y \equiv x' + y$$

$$\textcircled{1} \quad p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$p' + (q' + r) \equiv (p' + q')' + (p' + r)$$

$$p' + q' + r \equiv p q' + p' + r \equiv \underbrace{p' + p q'}_{p' + q'} + r \quad \square$$

$$\textcircled{2} \quad p \rightarrow q \equiv \neg q \rightarrow \neg p$$

$$p' + q = q'' + p'$$

$$p' + q = q + p' \quad \square$$

$$\textcircled{3} \quad p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (q \rightarrow p) \rightarrow r$$

$$p' + (q' + r) = (q' + p')' + r$$

$$p' + q' + r = q p' + r \quad \text{NEM!} \quad \square$$

$$\textcircled{3} \quad p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv q \rightarrow (p \rightarrow r)$$

$$p' + q' + r = q' + p' + r \quad \square$$

$$\textcircled{4} \quad q \rightarrow (p \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$$

$$p' + q' + r = (p q)' + r = p' + q' + r \quad \square$$

$$⑤ \quad p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$$

$$p' + qr = (p' + q)(p' + r) \quad (x+y)(x+z) = x+yz$$

$$p' + qr = p' + qr \quad \square$$

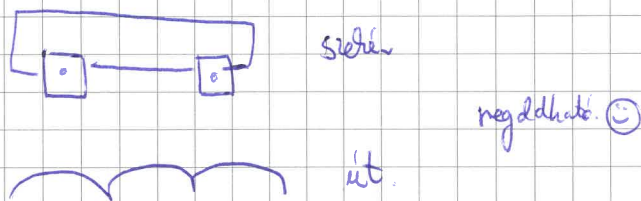
$$⑥ \quad (p \rightarrow q) \rightarrow p \equiv p$$

$$(p' + q)' + p \equiv p$$

$$pq' + p = p \quad \square \quad x + xy = x$$

$$p = p \quad \square \quad \text{ennyi velt.}$$

Szöveges példa van:



① Ha nincs fagy, akkor van fagy.

② Ha fagy és fagy is van, akkor nem lehet sav. ubaka.

③ Ha van savanyú uti vagy nincs fagy, akkor nem lehet fagy.

z : van fagy

f : van fagy

s : van ubaka

$$① \quad \neg z \rightarrow f = z + f$$

$$② \quad (z \wedge f) \rightarrow \neg s = z' + f' + s'$$

$$③ \quad (s \vee \neg z) \rightarrow f = s'z + f$$

Es ezeket kombináljuk

$$(z+f)(z'+f'+0)(s'z+f) =$$

$$= (z+f)(f' + \underbrace{(z'+s')s'z}_{s'z}) = zf' + ff' + z s'z + f s'z = zf' + zs' = z(f'+s') \quad // \quad z(fs)'$$

Más:

$$z+f=1 \Leftrightarrow (z+f)' = 1' = 0$$

↓
 $z'f'$

$$z'f'+0=1 \Leftrightarrow z'f'=0$$

$$\text{az } (sz')f=0$$

$$z'f' + zfo + (s+sz')f = 0$$

$z'f' + \dots$ így is felírható annálgy.

Volt: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \models \beta \Leftrightarrow (\alpha_1 \wedge \alpha_2 \dots \wedge \alpha_n) \Rightarrow \beta$ tautológia

Nem tautológia: $\exists \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n = i$ és $\beta = h$.

$\exists$ értékes, hogy $(\alpha_1 \wedge \alpha_2 \dots \wedge \alpha_n)$ igaz, de β hamis

$$\Leftrightarrow \neg (\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n) \vee \beta \equiv i$$

$$\boxed{\alpha_1' + \dots + \alpha_n' + \beta = 1}$$

Nézzük az alábbi

$$\frac{p \rightarrow q}{p}$$

$$p' + q$$

MP

$$\underbrace{pq' + p' + q}_{p+q} = \underbrace{p + p'}_1 + q = 1 + q = 1 \quad \square$$

MT

$$p \rightarrow q$$

$$p' + q$$

$$\frac{\neg q}{\neg p}$$

$$pq' + q' + p' = \underbrace{pq' + q}_{p+q'} + p' = \cancel{p+q'} + q$$

$$\underbrace{p+q + p'}_q = q$$

$$pq' + q + p' = p + q + p' = 1 + q = 1 \quad \square$$

Modus (HS)

$$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow \neg r}{p \rightarrow \neg r}$$

$$p' + q$$

$$q' + \neg r$$

$$p' + \neg r$$

$$\underbrace{pq' + q' + p' + \neg r}_{\neg r} = \cancel{q' + \neg r} + \cancel{pq' + p'} = \underbrace{p + p'}_1 + q + \neg r = 1 + q + \neg r = 1 \quad \square$$

Még egy:

$$\begin{array}{c|c} p \vee q & p + q \\ \hline \neg p & p' \\ q & q \end{array} \quad \text{DS}$$

$$p'q' + p + q = q' + q = 1 \quad \square$$

Tony Crilly: Matematika: 50 fogalom, amit ismerni kell.

$$C \rightarrow P, C \vee S, S \rightarrow H, \neg H \models P.$$

DS

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} C \rightarrow P & C \vee S & S \rightarrow H & \neg H & // P \\ h & i & h & i & h \end{array}$$

A követelmények teljes.

$$C' + P, C + S, S' + H, H'$$

$$CP' + C'S' + SH' + H + P = \underbrace{CP'}_x + \underbrace{C'S'}_x + S + H + P = \underbrace{P' + P}_1 = 1 \quad \square$$

Még egy példa.

IHa A nem bűnös, akkor B és C is bűnös.

Vagy B ártatlan, vagy B bűnös.

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \text{bűnös}$$

B ártatlan vagy C ártatlan

$$\neg a \rightarrow b \wedge c = a + bc$$

$$\neg a \vee b = a' + b$$

$$\neg b \vee \neg c = b' + c'$$

$$(a + bc)(a' + b)(b' + c) =$$

$$= (a + bc + a'bc + bc)(b' + c) =$$

$$= abc' \Rightarrow A \text{ és } B \text{ helyes, } C \text{ ártatlan. } \square$$

Másik módszer:

$$a + bc = 1 \Leftrightarrow a'(b' + c') = 0$$

$$a' + b = 1 \Leftrightarrow a b' = 0$$

$$a' b' + c' = 1 \Leftrightarrow bc = 0$$

$$a'(b' + c) + ab' + bc = 0$$

$$a'b' + ac' + ab' + bc = 0$$

$$b'(\underbrace{a' + 1}_1)$$

$$b' + \underbrace{ac' + bc}_0 = 0$$

$$a' b' c = 0$$

$$ab' = 1. \quad \square$$

Lovag - lökötő feladatok

A, B két ember.

A : legalább egyhárk lökötő

Mi féle A ill. B ?

a : a lovag

b : b lovag.

$$\neg a \vee \neg b = a' + b'$$

$$a \Leftrightarrow b \equiv xy + x'y'$$

$$a \xrightarrow{\text{or } \neg b} (a' + b')$$

$$a(a' + b') + \underbrace{a'(ab)}_0 = ab'$$

⑥