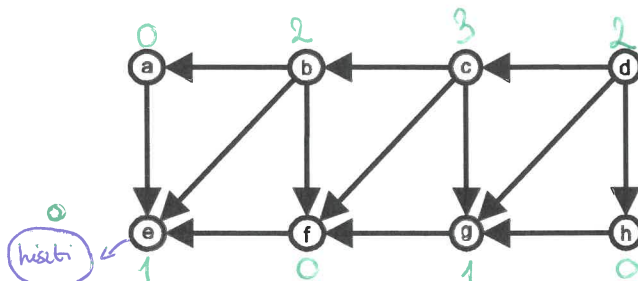


1	2	3	4	5	6	7	8	Σ

Név: Minta elöl

1. feladat (1 pont): Írja fel az alábbi gráfon játszott gráfjáték *betli változatának* Sprague–Grundy-függvényét, és határozza meg a d csúsból az összes jó lépést.

Jó lépések: $d \rightarrow h$, több nincs.

2. feladat (1 pont): Lesántult a bástya: balra legfeljebb hármat tud lépni, lefelé pedig legfeljebb kettőt. Írja fel a *Sarokba a sánta bástyát!* játék *betli változatának* Sprague–Grundy-függvényét, és határozza meg a $(4, 2)$ állásból az összes jó lépést.

4	0	1	3	2	0
3	1	0	2	3	1
2	2	3	0	1	2
1	0	1	3	2	0
0	1	0	2	3	1
	0	1	2	3	4

$\leftarrow 3, \downarrow 2.$

hiszti

Jó lépések: $(4, 2) \rightarrow (2, 2)$ és $(4, 2) \rightarrow (4, 1)$. Nincs több.

3. feladat (1 pont): Határozza meg a négy csomóval játszott nim játék $(25, 45, 51, 12)$ állásából az összes jó lépést.

Jó lépések: 1) $(25, 45, 51, 12) \rightarrow (18, 45, 51, 12)$; 2) $(25, 45, 51, 12) \rightarrow (25, 38, 51, 12)$
3) $(25, 45, 51, 12) \rightarrow (25, 45, 51, \frac{12}{7})$.

4. feladat (1 pont): Határozza meg a Wythoff-nim $(15, 23)$ állásából az összes jó lépést

Jó lépések: $(15, 23) \rightarrow (14, 23)$, vagy $(15, 23) \rightarrow (15, 9)$ vagy $(15, 23) \rightarrow (12, 20)$.

5. feladat (1 pont): Legyen γ a $\{2, 4, 5\}$ kivonási halmazú kivonási játék *betli változatának* Sprague–Grundy-függvénye. Számítsa ki $\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(10)$ értékét, és határozza meg a 10 állásból az összes jó lépést.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\gamma(n)$	1	1	0	0	2	2	3	1	1	0	0

Jó lépések: Nincs jó lépés.

6. feladat (1 pont): Tekintsük azt a rontom-bontom játékot, melynek szabályai a következők:

- 1-elemű kupac: el lehet venni;
- 2-elemű kupac: nem szabad hozzányúlni;
- legalább 3-elemű kupac: kettőt kell elvenni, és a maradékot ketté szabad osztani.

Legyen γ ennek a játéknak a Sprague–Grundy-függvénye. Számítsa ki $\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(13)$ értékét, és határozza meg a 13 állásból az *összes* jó lépést.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\gamma(n)$	0	1	0	0	1	2	2	1	4	0	1	4	2	1

Jó lépések: $(1,10); (2,9); (4,7); (5,6)$

7. feladat (1 pont): Rakja ki a tizenötös játékot.

Az algoritmus szerint...

8. feladat (2 pont): Mutasson példát olyan kétszemélyes kombinatorikai játékra, ami normál és szimmetrikus, mégsem létezik Sprague–Grundy-függvénye. (A választ indokolni kell!)

3. feladat

Négyesombis nim.

(25, 45, 51, 12).

	32	16	8	4	2	1	
25 =	0	1	1	0	0	1	
45 =	1	0	1	1	0	1	
51 =	1	1	0	0	1	1	
12 =	0	0	1	1	0	0	
$\Sigma =$	$\oplus$ 0	$\oplus$ 0	$\oplus$ 1	$\oplus$ 0	$\oplus$ 1	$\oplus$ 1	

$= 1 + 2 + 8 = 11 \neq 0 \Rightarrow (25, 45, 51, 12)$ nem jó állás

Lehetséges lépések:

a = 25. $a' = 010010 = 2 + 16 = 18 < 25$

$\Rightarrow (25, 45, 51, 12) \rightarrow (18, 45, 51, 12)$ jó lépés.

b = 45. $b' = 100110 = 2 + 4 + 32 = 38 < 45$

$\Rightarrow (25, 45, 51, 12) \rightarrow (25, 38, 51, 12)$ jó lépés.

c = 51. $c' = 111000 = 32 + 16 + 8 = 56 > 51$.

$\Rightarrow (25, 45, 51, 12) \rightarrow (25, 45, 56, 12)$ nem jó lépés

d = 12. $d' = 000111 = 1 + 2 + 4 = 7 < 12$.

$\Rightarrow (25, 45, 51, 12) \rightarrow (25, 45, 51, 7)$ jó lépés $\square$

4. feladat

Wythoff - nim

(15, 23) van.

meg:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a _n	0	1	3	4	6	8	9	11	12	14	16
b _n	0	2	5	7	10	13	15	18	20	23	26

a) (15, 23) $\rightarrow$ (15 - a, 23)

$a_9 = 14$
 $b_9 = 23 \Rightarrow (15, 23) \rightarrow (14, 23)$ JÓ LÉPÉS.

b) (15, 23) $\rightarrow$ (15, 23 - b)

$a_6 = 9$
 $b_6 = 15 \Rightarrow (15, 23) \rightarrow (15, 9)$ JÓ LÉPÉS.

c) (15, 23) $\rightarrow$ (15 - a, 23 - b)

$23 - 15 = 8$
 $a_8 = 12$
 $b_8 = 20 \Rightarrow (15, 23) \rightarrow (12, 20)$ JÓ LÉPÉS.

5. feladat

$$K = \{2, 4, 5\}$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\gamma_{\text{sim}}(n)$	0	0	1	1	2	2	3	0	0	1	1
$\gamma(n)$	1	1	0	0	2	2	3	1	1	0	0

$n=10$ jó állás a betűi változatban. $\Rightarrow$ nincs jó LÉPÉS. $\square$

6. feladat

$$\gamma(3) = \max \{ \gamma(1) \} = \max \{ 1 \} = \underline{\underline{0}}$$

$$\gamma(4) = \max \{ \gamma(2), \gamma(1) \oplus \gamma(1) \} = \max \{ 0, 0 \} = \underline{\underline{1}}$$

$$\gamma(5) = \max \{ \gamma(3), \gamma(1) \oplus \gamma(2) \} = \max \{ 0, 1 \} = \underline{\underline{2}}$$

$$\begin{aligned} \gamma(6) &= \max \{ \gamma(4), \gamma(1) \oplus \gamma(3), \gamma(2) \oplus \gamma(2) \} = \\ &= \max \{ 1, 1, 0 \} = \underline{\underline{2}} \end{aligned}$$

$$\gamma(7) = \max \{ \gamma(5), \gamma(1) \oplus \gamma(4), \gamma(2) \oplus \gamma(3) \} = \max \{ 2, 0, 0 \} = \underline{\underline{1}}$$

$$\begin{aligned} \gamma(8) &= \max \{ \gamma(6), \gamma(1) \oplus \gamma(5), \gamma(2) \oplus \gamma(4), \gamma(3) \oplus \gamma(3) \} = \\ &= \max \{ 2, 3, 1, 0 \} = \underline{\underline{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma(9) &= \max \{ \gamma(7), \gamma(1) \oplus \gamma(6), \gamma(4) \oplus \gamma(5), \gamma(3) \oplus \gamma(4) \} = \\ &= \max \{ 1, 3, 2, 1 \} = \underline{\underline{0}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma(10) &= \max \{ \gamma(8), \gamma(1) \oplus \gamma(7), \gamma(4) \oplus \gamma(6), \gamma(3) \oplus \gamma(5), \gamma(2) \oplus \gamma(4) \} = \\ &= \max \{ 4, 0, 2, 2, 0 \} = \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma(11) &= \max \{ \gamma(9), \gamma(1) \oplus \gamma(8), \gamma(4) \oplus \gamma(7), \gamma(3) \oplus \gamma(6), \gamma(2) \oplus \gamma(5) \} = \\ &= \max \{ 0, 5, 1, 2, 3 \} = \underline{\underline{4}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma(12) &= \max \{ \gamma(10), \gamma(1) \oplus \gamma(9), \gamma(4) \oplus \gamma(8), \gamma(3) \oplus \gamma(7), \gamma(2) \oplus \gamma(6), \gamma(5) \oplus \gamma(5) \} = \\ &= \max \{ 1, 1, 4, 1, 3, 0 \} = \underline{\underline{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma(13) &= \max \{ \gamma(11), \gamma(1) \oplus \gamma(10), \gamma(4) \oplus \gamma(9), \gamma(3) \oplus \gamma(8), \gamma(2) \oplus \gamma(7), \gamma(5) \oplus \gamma(6) \} = \\ &= \max \{ 4, 0, 0, 4, 0, 0 \} = \underline{\underline{1}} \end{aligned}$$