

2019. 10. 19.

2. KérdőívVimut-játékok

Játékok összege.

Többszörös nim

$$x \oplus x = 0.$$

$$? = a' < a$$

$$a' \oplus b \oplus c \oplus d = 0 \quad / \oplus b \oplus c \oplus d$$

$$a' = b \oplus c \oplus d \oplus a' \text{ kell.}$$

$$a' = s \oplus a$$

3 feladat

(25, 45, 51, 12)

	32	16	8	4	2	1
25 =	0	1	1	0	0	1
45 =	1	0	1	1	0	1
51 =	1	1	0	0	1	1
12 =	0	0	1	1	0	0

$$0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 = 11 \neq 0.$$

Kell:

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$$

$$\text{Legyen } a' = 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 = 18 < 25 \checkmark \Rightarrow (18, 45, 51, 12)$$

$$b' = 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 = 38 < 45 \checkmark \Rightarrow (25, 38, 51, 12)$$

$$c' = 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 = 56 > 51 \times$$

$$d' = 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 = 7 < 12 \checkmark \Rightarrow (25, 45, 51, 7)$$

↑
ez a jó
lehetőség

Rantom-bantom játék

$$K = \{2, 6\} \quad \gamma(n) = \max \{ \gamma(n-4), \gamma(n-6) \}$$

$$K = \{2, 5\} \quad \gamma(n) = \max \{ \gamma(n-2), \gamma(n-5) \}$$

Kivonási halmas véges $\Rightarrow$ S-G-függvény periodikus.
bizonyítás a dőn.

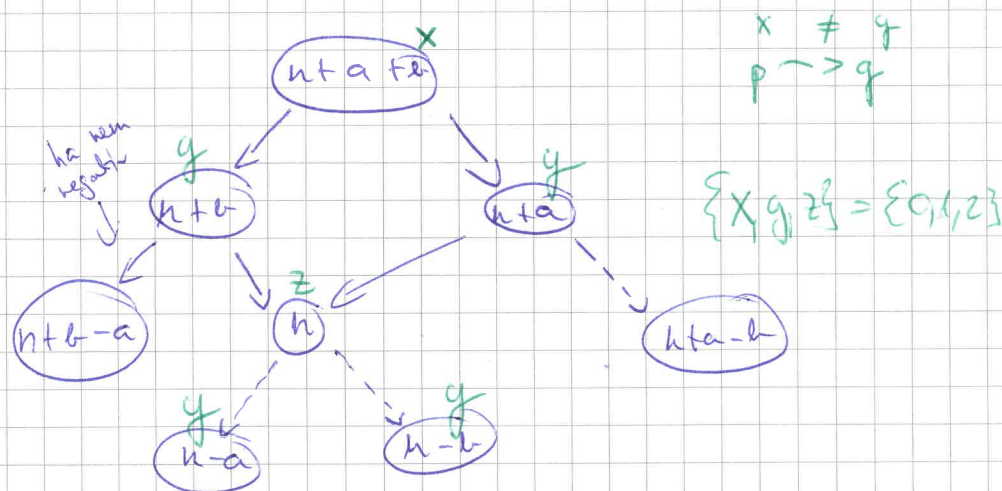
Tétel: $K = \{a, b\}$ periodosszi legfeljebb $a+b$.

$$\forall n \in \mathbb{N}_0 : \gamma(n) = \gamma(n + a+b)$$

Biz: Tfh az állítás nem igaz, n a legkisebb elláplda.

$$\gamma(n) \neq \gamma(n + a+b) \text{ de}$$

$$\forall z < n \text{ esetén } \gamma(z) = \gamma(z + a+b)$$



$$z = \gamma(n) = \max \{y, y\}$$

$$x = \gamma(n+a+b) = \max \{y, y\}$$

$$\Rightarrow z = x \quad \text{!}$$

$$z = \max \emptyset = 0$$

1) $x=1, y=2$

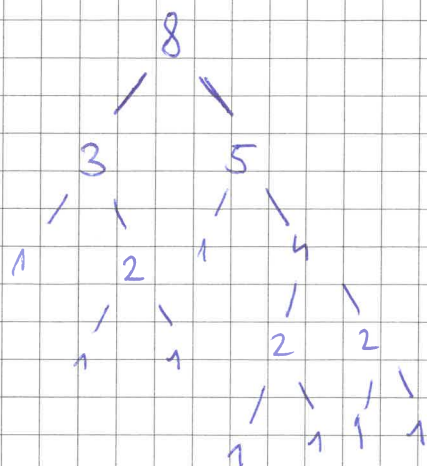
$$\max \{x, y\} = 0$$

2) $x=2, y=1$

$$\max \{x, y\} = 0$$

(2)

Grundys - nim játéka.



páratlan lépéssel végzünk,
ha bontható azonos méretű
szupercsoma!

Na legyen bontható azonos méretű szupercsoma!

összejáték az is.

$$\gamma(n_1, \dots, n_k) = \gamma(n_1) \oplus \dots$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\gamma(n)$	0	0	0	1	0	2	1	0	2	1	0	2

18-6d mi a jó lépés: a nim összeg 0 kell
hogy legyen!



$$\gamma(3) = \text{mex} \{ \underbrace{\gamma(1)}_0 \oplus \underbrace{\gamma(2)}_0 \} = \text{mex} \{ 0 \} = 1.$$

$$\gamma(4) = \text{mex} \{ \underbrace{\gamma(1)}_0 \oplus \underbrace{\gamma(3)}_1 \} = \text{mex} \{ 1 \} = 0$$

$$\gamma(5) = \text{mex} \{ \underbrace{\gamma(1)}_0 \oplus \underbrace{\gamma(4)}_0, \underbrace{\gamma(2)}_0 \oplus \underbrace{\gamma(3)}_1 \} = \text{mex} \{ 0, 1 \} = 2$$

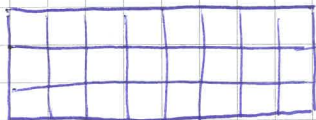
$$\gamma(6) = \text{mex} \{ \underbrace{\gamma(1)}_0 \oplus \underbrace{\gamma(5)}_2, \underbrace{\gamma(4)}_0 \oplus \underbrace{\gamma(4)}_0 \} = \text{mex} \{ 2, 0 \} = 1.$$

Matematikai Feladat

1 vagy 2 kővel egy lépéssel $\Rightarrow$ sorban-banban az is

Nem sok nulla van

Dawson-szám:



ilyen táblán nyomsz...

Okéls játék

6. feladat

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\gamma(n)$	0	1	0	0	1	2	2	1	4	0	1	4	2	1

1 elemű: el lehet venni.

2 elemű: nem szabad.

$$n \geq 3: \gamma(n) = \max \{ \gamma(n-2), \gamma(a) \oplus \gamma(b) \mid a+b=n-2 \}$$

10 lépés: ~~10~~ $(1, 10)$
13 $\rightarrow$ $(2, 9)$
 $(4, 7)$
 $(5, 6)$

ennyi a sorban-banban.

ennyi volt a rantom-bomban.

Wythoff - nim:

sorozat a hiralgorit.

ket szomszédos Fibonacci-szám.

$$18 = 13 + 5 = 13 + (3 + 2)$$

Fibonacci-számok.

$$\begin{array}{cccccc} 21 & 13 & 8 & 5 & 3 & 2 & 1 \\ 18 = & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$28 = 16 + 8 + 4 = 11100_2$$

$$28 = 21 + 5 + 2 = 1001010_F$$

jó lépés $(11, 17)$ -ből?

$$(11, 17) \rightarrow (x, 17)$$

$$\begin{array}{l} \searrow \\ \boxed{(11, x)} \\ \swarrow \\ (11-x, 17-x) \end{array}$$

(táblázat) ILYENKÉNT LEHET
lehet lépésről leletésről

$$(x, 17) = ?$$

$$17 = 100101_F$$

páros sorok nullára végződnek
↓
FELSŐ SORBAN VAN

párja: $1001010_F = 28$

$$x = 28 \text{ ez se jó.}$$

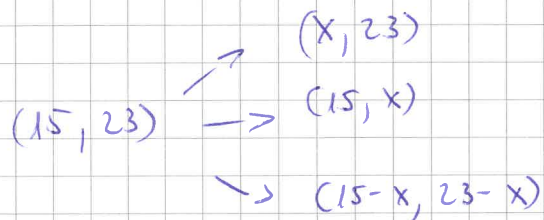
$$\begin{array}{c} 9 \quad 15 \\ \underbrace{\quad} \quad \underbrace{\quad} \\ (11-x, 17-x) \quad \checkmark \\ \underbrace{\quad} \\ 6 \text{ a} \end{array}$$

2-t kell elvenni.

hiányosság. $n=6$ kell! Réplettel!

Példák:

összes jó lépés $(15, 23)$



21 13 8
23: 1 0 0 0 1 0 F pálya 1 0 0 0 1 F 14

21 13 8 5 3 2 1
1 0 0 0 0 1 0

$(14, 23)$

$(15, X)$

$(12, 20)$

nindhárom jó lépés lehet.

Szükség: a táblázat mex-elhető!

n	0	1	2	3	4	5	6
a _n	0	1	3	4	6	8	9
b _n	0	2	5	7	10	13	15

...