

Bayes-becslés például kell döntési szinten, de vizsgáljuk nem lesz

Bayes-becslés:

$$\underbrace{P(X=x | \Theta=t)}_{L(t)} = \frac{P(X=x, \Theta=t)}{\underbrace{P(\Theta=t)}_{P_t}} \Leftrightarrow \boxed{L(t) q(t) = P(X=x, \Theta=t)}$$

$$P(\Theta=0 | X=x) = \frac{L(0) q_0}{P(X=x)}$$

Bayes-tétel:

$$P(\Theta=0 | X=x) = \frac{\overbrace{P(X=x | \Theta=0) \cdot P(\Theta=0)}^{L(0) \quad \downarrow P_0}}{\underbrace{\sum_{t \in \Theta} P(X=x | \Theta=t) \cdot P(\Theta=t)}_{L(t) \quad \underbrace{P_t}}}$$

ugye.

A megadott példát nem kell tudni.

$$\begin{aligned} F(x) &= P(X_1 \leq x) = P(-\sqrt{x} \leq x \leq \sqrt{x}) = \\ &= P(\sqrt{x}) - P(-\sqrt{x}) = \dots \end{aligned}$$

feladat

Beszedünk normális $(\mathcal{N}(0,1))$ eloszlásból származó értékeket

$$X_0, X_1, \dots, X_{n+m} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

$$\chi^2 = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2 \sim \chi^2(n)$$

$$F = \frac{u}{m} \cdot \frac{\underbrace{X_1^2 + \dots + X_m^2}_{X_{m+1} + \dots + X_{m+n}}}{\underbrace{\int_{-\infty}^x f(t) dt}} \quad \downarrow$$

$$D^2(X) = \text{Cov}(X) = C$$

$$C_{ij} = \text{Cov}(X_i, X_j)$$

$$C_{ii} = \text{Cov}(X_i, X_i) = D^2(X_i) = \text{Var}(X_i)$$

kovariancia mátrix egyéjmátrix lesz.

Többedim. norm. eloszlás

$$\text{Cov}(AX+b) = A C A^T.$$

$$\left. \begin{array}{l} X \sim \mathcal{N}(\mu_1, \Sigma_1^2) \\ Y \sim \mathcal{N}(\mu_2, \Sigma_2^2) \end{array} \right\} \text{független.}$$

$$X+Y \sim \mathcal{N}(\mu_1+\mu_2, \Sigma_1^2+\Sigma_2^2) \text{ lesz.}$$

$$aX \sim \mathcal{N}(a\mu_1, a^2\Sigma_1^2)$$

All: $E(X) = m$ $\text{Cov}(X) = C.$

Biz.:

$$E(X) = E(AZ+m) = E(AZ) + E(Cm) = A \underbrace{E(Z)}_0 + m = \underline{\underline{m}}$$

$$\text{Cov}(X) = \text{Cov}(AZ+m) = \text{Cov}(AZ) = A \underbrace{\text{Cov}(Z)}_{I_d} A^T = A A^T \quad \square$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \quad \text{vagy}$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

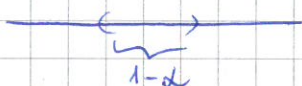
Többedim. CHT:

$$\text{CHT: } P\left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n E(X_i)}{\sqrt{n}} < x\right) \rightarrow F_{0,\sigma^2}(x).$$

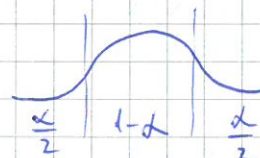
$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_{d-1} & \\ 0 & & \lambda_d \end{pmatrix}$$

Pontbecslés, intervallumbecslés

$\Downarrow$



α hiba
alt 0,05



Tétel (Lévy's lemma) bizonyítását nézzük.

μ első sora $1/\sqrt{n}$, minden más pedig olyan, hogy a sorcsoport ortogonális lesz.
Ez a feltétel van hozzá.

$\left(\frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \mathbf{1}^T\right)$ így írható le.

$Y = \mu X$ így definiálom

$$\sum_{i=1}^n Y_i^2 = Y^T Y = X^T U^T U X = X^T X = \sum_{i=1}^n X_i^2$$

$$Y_1 = \frac{1}{\sqrt{n}} (X_1 + \dots + X_n) = \frac{\sqrt{n}}{n} \sum_i X_i = \bar{X}$$

ortogonális sorok
adhat a sora.

$$\mu \cdot \mathbf{1} = \begin{pmatrix} \mu/\sqrt{n} = \sqrt{n} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\mu}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\mu^2}{n}} = \sqrt{n}$$

$$(\mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{in}) \cdot \mathbf{1} = 0$$

$$\sum_i \mu_{ii} \text{ lesz ez}$$

$$\mu \mu^T \cdot \mathbf{1} = \begin{pmatrix} \mu^2 n \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \text{ len. } e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \text{ len.}$$

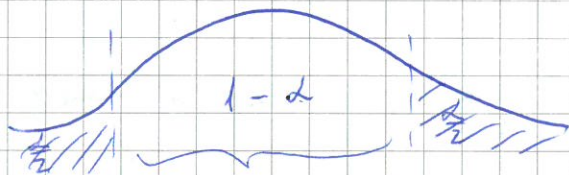
$$n S^2 = (n-1) S^{*2}$$

$$-x_\alpha < \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < x_\alpha$$

$$-\frac{\sigma}{\sqrt{n}} x_\alpha < \bar{x} - \mu < \frac{\sigma}{\sqrt{n}} x_\alpha$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} x_\alpha \geq \mu - \bar{x} > -\frac{\sigma}{\sqrt{n}} x_\alpha$$

$$\bar{x} > \mu > \bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \dots \text{ így}$$



$$\alpha - \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} = 0$$

$$1 - \alpha + \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} = 1. \text{ igaz}$$

μ = próba

Van minta, $W(\mu, \sigma^2)$. σ ismert.

$H_0 := \mu = \mu_0$, $H_1 := \mu \neq \mu_0$ hipotézis.