

Teljes függvényrendszer: a rendszer tartozó függvényekből bármely Boole-függvény kifejezhető.

Példa: $\{\neg, \vee, \wedge\}$ teljes függvényrendszer.

$$\{\neg, \vee\} \text{ is teljes, mert } \underline{a \wedge b = \neg(\neg a \vee \neg b)}$$

$$\{\neg, \wedge\} \text{ is teljes, mert } \underline{a \vee b = \neg(\neg a \wedge \neg b)}.$$

$$\{\neg, \vee\} \text{ nem teljes, mert } \cancel{a \wedge b = \neg(\neg a \vee \neg b)}$$

$$i \wedge i = i \vee i = i.$$

$\wedge$ n -vált Boole-függvény, $\wedge$ és $\vee$ van benne csak.

$$\wedge(i, i, \dots, i) = i.$$

Ha $\wedge(i, i, \dots, i) = h \Rightarrow \wedge$ nem fejezhető ki $\{\neg, \vee\}$ segítségével.

Fele ilyen - fele olyan van amilyen, a két halmaz párhuzamossága!

$\{\neg, \rightarrow\}$ is teljes rendszer.

$$x \rightarrow y \equiv \neg x \vee y$$

$$x \vee y = \neg x \rightarrow y. \square$$

p	q	$p \mid q$	$p \downarrow q$
i	i	h	h
i	h	i	h
h	i	i	h
h	h	h	i

Sheffer-művelet Peirce-művelet

All. $\{ \mid \}$ teljes!

Biz. $p \mid p = \neg p$

$$\neg(p \mid q) = p \wedge q \text{ bsz. } \square$$

$$\parallel$$

$$(p \mid q) \mid (p \mid q)$$

ennyire.

All: $\exists \downarrow \exists$ teljes. ("sem-sen").

Biz: $p \downarrow q \stackrel{P}{=} \neg p$.

$$\neg(p \downarrow q) = p \vee q$$

||

$$(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q) = p \vee q. \quad \square$$

— o —

Itt volt egy feladat a digitális technika vizsgáiban.

— o —

Def: Az $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ formulák logikai következménye

a β formula, ha β igaz $\forall$ olyan esetben, amikor $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ mindegyike igaz.

jelölés: $\alpha_1, \dots, \alpha_n \models \beta$.

Példa

$p \rightarrow q$				
p				
q				
p	q	$p \rightarrow q$	p	q
i	i	i	i	i
i	h	h	i	h
h	i	i	h	i
h	h	i	h	h

$$\Rightarrow p \rightarrow q, p \models q. \quad \square$$

Példa

$p \rightarrow q$	
$\neg p$	
$\neg q$	

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg q$
i	i	i	h	h
i	h	h	h	i
h	i	i	i	h
h	h	i	i	i

$\Leftarrow$ emiatt nem logikai köv.

$$p \rightarrow q$$

$$\neg q \rightarrow r$$

r

p

PREMISSA

Konverzió.

Uj módszer.

$$p \rightarrow q / \neg q \rightarrow r / r // p$$

Indirekt módszer.

i i i k és $szell$.

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q / \neg q \rightarrow r / r // p \\ h \quad i/h \quad i/h \quad i \quad i \quad h \quad \checkmark \end{array}$$

Nem közvetlen.

— o —

$$\frac{p}{p \vee q}$$

$$\cancel{p \vee q} //$$

$$p // p \vee q$$

Helyes közvetlen.

— o —

$$\frac{p \vee q}{\neg p} \\ q$$

$$\frac{p \vee q}{h \quad i \quad h} / \frac{\neg p}{i \quad h} // q$$

helyes közvetlen.

Az egy hely.

a

Az egy nem hely.

$\neg a$

$\neg a$	a	b
h	i	x
i	h	x

$\checkmark$

Anglia fővárosa Párizs. b

$$\frac{a}{a \vee \neg a} \quad \left| \quad \frac{a \vee \neg a}{\neg a} \right.$$

helyes.

Def.: Egy formula-halmaz konzisztens, ha van olyan eset, hogy mindegyik formula igaz.

Ellentétben a halmaz inkonzisztens.

inkonzisztens $\equiv$ bánni.

(Pl.:

$$\begin{array}{c|c} a \vee b & b \rightarrow (a \vee c) \\ \hline h & i \\ i & h \\ i & h \end{array} \quad \begin{array}{c|c} c \rightarrow \neg b & \neg a \\ \hline h & i \\ i & h \end{array} \quad \square$$

inkonzisztens.

(pl)

$$\begin{array}{c|c} a \rightarrow (b \vee c) & c \rightarrow \neg a \\ \hline i & h \\ i & h \\ i & h \end{array} \quad \begin{array}{c|c} a \vee b & b \rightarrow c \\ \hline i & i \\ i & h \\ h & i \end{array} \quad \text{konzisztens.}$$

$$\begin{array}{c|c} \neg a \rightarrow (b \vee c) & \neg b \\ \hline h & i \\ i & h \\ i & h \end{array} \quad \begin{array}{c|c} c \rightarrow a \\ \hline i & i \\ h & i \\ h & h \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} \neg a \rightarrow (b \vee c) & \neg b \\ \hline i & h \\ i & h \\ h & i \end{array} \quad \begin{array}{c|c} c \rightarrow a \\ \hline i & h \\ h & h \end{array} \quad \text{nem logikai köv.}$$

$$\neg a \rightarrow (b \vee c) \quad b \rightarrow a$$

$$\begin{array}{c|c} a \rightarrow (b \vee c) & b \rightarrow d \\ \hline i & h \\ h & i \\ h & h \end{array} \quad \begin{array}{c|c} a & \neg c \rightarrow d \\ \hline i & i \\ h & h \\ h & h \end{array}$$

Helyes következtetés.

— 0 —

$$\alpha_1, \dots, \alpha_n \models \beta \Leftrightarrow \alpha_1 \wedge \dots \wedge \alpha_n \rightarrow \beta \text{ TAUTOLOGIA.}$$

(h)

$$\alpha_1, \dots, \alpha_n \vdash \beta \Leftrightarrow \underbrace{\neg(\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \dots \wedge \alpha_n) \vee \beta}_{\text{tautológia.}}$$

$$\neg \alpha_1 \vee \neg \alpha_2 \vee \dots \vee \neg \alpha_n \vee \beta$$

$$\alpha_1' + \alpha_2' + \dots + \alpha_n' + \beta = 1.$$

pl. $\frac{p}{p \vee q} \quad \begin{matrix} \alpha_1 \\ \beta \end{matrix}$

Kell: $\neg p \vee \beta \equiv 1$ kell.

$$\underbrace{p' + p}_{1} + q = 1 + q \equiv 1. \quad \square$$

pl. $\frac{p \wedge q}{p}$

Kell: $(pq')' + p = p' + q' + p = \underbrace{p' + p}_{1} + q' = 1 + q' \equiv 1. \quad \square$

pl. $p \rightarrow q = \neg p \vee q$

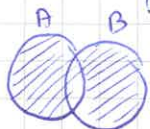
$$\frac{p}{q} \quad \begin{matrix} \text{MODUS} \\ \text{PONENS} \end{matrix}$$

$$\frac{p \rightarrow q}{\neg q} \quad \begin{matrix} \text{MODUS} \\ \text{TOLLENS} \end{matrix}$$

$$(p' + q') + p' + q =$$

$$= p'' q' + p' + q = p q' + p' + q = q + p' + q = 1 + p' = 1. \quad \square$$

$$x + y = x + x' y \quad \Rightarrow \quad \text{azonosság van!}$$



$$A \cup B = A \cup (B \cap \bar{A}) \quad \text{szemléletes}$$

$$x + y = x + 1 \cdot y = x + \underbrace{(x + x')}_{\text{5}} y = x + xy + x'y = x + x'y. \quad \square$$

pl.

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$p \rightarrow r$$

HIPOTETIKUS

SILLOGIZMUS

$$(p' + q') + (q' + r') + p' + r =$$

$$= pq' + q'r' + p'r = r + q + p' + pq' = r + \underbrace{p'}_1 + p + q = 1. \square$$