

X	Y	$X \Rightarrow Y$
i	i	i
i	h	h
h	i	i
h	h	i

$$x = 4$$
i
$$X = 2$$

wellst

h

$$x = -5$$

h

2

h e

6

es nem formalizált.

i

21

i

nam formula: $V \wedge T P$

P	TP
i	h
h	i

$$f: \{i, h\} \mapsto \{i, h\}$$
$$f_i = h$$
$$f(h) = i$$

ES :

$$f_{\wedge}(P, Q) := \{i, h\} \times \{i, h\} \mapsto \{i, h\}$$

2- váltószerű művelet.

$$f_n(x, x) = x, \quad f_n(x, h) = h, \quad f_n(h, x) = h, \quad f_n(h, h) = h.$$

P, Q : ítéletváltozók.

$$p, q \in \{x, y\}$$
$$\{c, h\}^n = A$$

11

Alt:

$$f(p_1, p_2, \dots, p_n) = \{x, h\} \times \{x', h\} \times \dots \times \{x_i, h\} \rightarrow \{x_i, h\}$$

h-Slow

n-valued's Boole-figg'dy

11
B

n -változós Boole-függvények száma: $| \{ f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\} \} | = 2^n$. $|A_B| = 2^{2^n}$

①

$$n = 1 \quad 2^1 = 2$$

f_1	f_2	f_3	f_4
i	i	i	i
h	i	h	i
h	h	i	h
h	h	h	h

például.

$$f_1 \equiv i \quad f_2 = id$$

$$f_3 = f_1 \quad f_4 = h$$

$$n = 2 \quad \text{esete} \quad 2^2 = 2^2 = 16 \quad \text{van.} \quad \text{így} \quad \text{né} \quad \text{a} \quad \text{absztrakció} \quad \text{módon.}$$

$$(P) \vee Q \quad \text{legyen} \quad \neg P \vee Q \quad \text{spóroljunk} \quad \text{zárójelket.}$$

P	Q	$\neg P$	$\neg P \vee Q$
i	i	h	i
i	h	h	h
h	i	i	i
h	h	i	i

így meg

$$\text{Látjuk:} \quad \neg P \vee Q \equiv P \Rightarrow Q$$

↑
ekvivalencia.

Az igazságértékek az ítéletváltások többszöri ismétlésére meggyőződ.

Ekvivalencia-példák:

$$\varphi \wedge \psi \equiv \psi \wedge \varphi$$

$$\varphi \vee \psi \equiv \psi \vee \varphi$$

$$\varphi \wedge (\psi \wedge \beta) \equiv (\varphi \wedge \psi) \wedge \beta$$

$$\varphi \vee (\psi \vee \beta) \equiv (\varphi \vee \psi) \vee \beta$$

$$\varphi \wedge (\psi \vee \beta) \equiv (\varphi \wedge \psi) \vee (\varphi \wedge \beta)$$

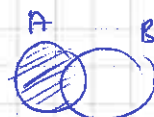
$$\varphi \vee (\psi \wedge \beta) \equiv (\varphi \vee \psi) \wedge (\varphi \vee \beta).$$

$$\varphi \wedge (\varphi \vee \psi) \equiv \varphi$$

$$\varphi \vee (\varphi \wedge \psi) \equiv \varphi \quad \text{elnyelési tul.}$$

Halmazok is vannak ilyenek.

$$A \cap (A \cup B) = A$$



és úgy nem véletlen.

$$\varphi \wedge \varphi \equiv \varphi \quad \varphi \vee \varphi \equiv \varphi \quad (\text{idempotencia})$$

$$\neg(\neg\varphi) \equiv \varphi$$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi \quad \neg(\varphi \vee \psi) \equiv \neg\varphi \wedge \neg\psi \quad \text{De-Morgan.}$$

$$\varphi \Rightarrow \psi \equiv \neg\varphi \vee \psi \quad \varphi \Leftrightarrow \psi \equiv (\varphi \wedge \psi) \vee (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$$

legyen: $A \wedge B \Rightarrow A \vee B \Rightarrow AB$

$$A \vee B \Rightarrow A + B$$

$$\neg A \Rightarrow \bar{A}$$

ez is egy jelölési cuccos, ugylé.

$$i \Rightarrow 1$$

$$h \Rightarrow 0$$

Boole - algebra? Olgasni.

P	$P \vee \neg P$
i	i
h	i

tautológia. mindenkor igaz formula.
Mindig értékelésre igaz.

P	$P \wedge \neg P$
i	h
h	h

kontradikció. $\forall$ értékelésre hamis

KONTINGENS FORMULA:

Nem tautológia és nem kontradikció.

Ha φ, ψ tautológia $\Rightarrow \varphi \equiv \psi$

- " - kontradikció $\Rightarrow$ - " -

φ tautológia $\Rightarrow \varphi \equiv i$

φ kontradikció $\Rightarrow \varphi \equiv h$.

Megfontolás: $\equiv \Rightarrow =$.

További formulák:

$$\varphi \wedge i \equiv \varphi, \quad \varphi \cdot 1 = \varphi \quad \text{egységelem}$$

$$\varphi \wedge h \equiv h, \quad \varphi \cdot 0 = 0 \quad \text{zéruselem}$$

$$\varphi \vee h \equiv \varphi, \quad \varphi + 0 = \varphi \quad \text{egységelem}$$

$$\varphi \vee i \equiv i, \quad \varphi + 1 = 1 \quad \text{ilyen a hagy. algebrában már}$$

— 0 —

$P \Rightarrow P$ tautológia

$$P \Rightarrow P = \neg P \vee P \quad \square$$

P	$P \Rightarrow P$
i	i
i	i
h	i
h	i

$\square$

— 0 —

Péld: $P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$ tautológia.

Biz:

P	Q	$Q \Rightarrow P$	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$
i	i	i	i
i	h	i	i
h	i	h	i
h	h	i	i

$\square$

$$P \Rightarrow (Q \Rightarrow P) = \neg P \vee (Q \Rightarrow P) = \neg P \vee (\neg Q \vee P) =$$

$$= \neg P \vee \neg Q \vee P = \underbrace{\neg P \vee P}_{\text{taut}} \vee \neg Q = 1 \vee \neg Q \equiv 1. \quad \square$$

$(P \Rightarrow Q) \vee (Q \Rightarrow P)$ is tautológia.

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$(P \Rightarrow Q) \vee (Q \Rightarrow P)$
i	i	i	i	i
i	h	h	i	i
h	i	i	h	i
h	h	i	i	i

□

$$(P \Rightarrow Q) \vee (Q \Rightarrow P) \equiv (\neg P \vee Q) \vee (\neg Q \vee P) \equiv$$

$$\equiv \neg P \vee P \vee Q \vee \neg Q \equiv 1 \vee 1 \equiv 1. \quad \square$$

$$\neg(\neg P \wedge Q) \wedge (P \vee Q) \equiv ?$$

$$\equiv (\neg\neg P \vee \neg Q) \wedge (P \vee Q) \equiv (P \vee \neg Q) \wedge (P \vee Q) \equiv P \vee \underbrace{(\neg Q \wedge Q)}_h \equiv$$

$$\equiv P \vee h \equiv P. \quad \square$$

E_2 az ítéletkalkulus $\neg, \vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow$.

Predikátumkalkulus Elsőrendű nyelv $\forall, \exists, \dots$

Tétel: $\forall$ Boole függvény kifejezhető olyan formulával, melyben csak a $\wedge, \vee, \neg$ jelek szerepelnek.

$$\varphi = (P \wedge Q) \Rightarrow R \equiv f_{\varphi}(P, Q, R)$$

Biz: $f \equiv h \equiv f(P_1, \dots, P_n)$

$$(P_1 \wedge \neg P_1) \wedge P_2 \wedge P_3 \dots \wedge P_n = \varphi$$

TELJES DISZJUNKTÍV
NORMÁLALAK

Tfh $f \neq h$

$$\varphi = (P \wedge Q \wedge R) \vee (P \wedge Q \wedge \neg R).$$

P	Q	R	$f(P, Q, R)$
i	i	i	①
i	i	h	②
i	h	i	h
i	h	h	h
h	i	i	③
h	i	h	h
h	h	i	h
h	h	h	④

$$\Rightarrow PQ \wedge R$$

$$\Rightarrow P \wedge Q \wedge \neg R$$

elemi konjunktciók

⑤

$PV(CPAQ)VCPA7 \& A7R)$

diszjunktív normálalok (nem egyértelmű). $\square$

Ez olyan, mint a kanonikus alak a polinomszámol.