

2018.00.29.

2. Konvergenz

Valszínűségi

függő valószínűségi eloszlás az érték, ez már fix.

Bayes-formula:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Teljes eseményrendszer fogalma.

- párhuzamos diszjunkt;
- $B_1 \cup \dots \cup B_n = \Omega$
- $P(B_i) \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n$.

Teljes valószínűség tétel:

$$P(A) = P(A|B_1) \cdot P(B_1) + P(A|B_2) \cdot P(B_2) + \dots + P(A|B_n) \cdot P(B_n)$$

Innen jön a Bayes-tétel is.

(F) SF, SP, SZ golyó. Milyen valószínűségi, van tessék vissza.

KLASSZ. VAL. MEZŐ.

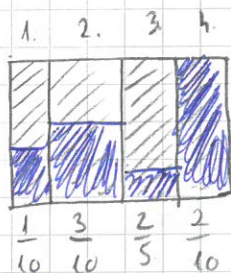
$$|\Omega| = \binom{15}{3}$$

A_1, A_2, A_3
1. P. 2. F. 3. P.

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 \cap A_2) =$$

$$= \frac{5}{15} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{13} = \frac{10}{273}$$

(F)



a termék aránya.

A_2 A termék van kékkel színezve.

$$\frac{1}{10} \cdot 0,4 + \frac{3}{10} \cdot 0,5 + \frac{2}{5} \cdot 0,2 + \frac{2}{10} \cdot 1$$

A : 1. oszt.

B_i : A alma az i -edik tárolóban van.

$$P(B_1) = 0,1 \quad P(B_2) = 0,3 \quad \dots$$

$$P(A|B_1) = 0,4$$

$$P(A) = P(A|B_1) \cdot P(B_1) + \dots + P(A|B_n) \cdot P(B_n) \quad (=0,42)$$

C: az alma másodikadaja.

$$C = \bar{A} \quad P(B_3 | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A} | B_3) \cdot P(B_3)}{P(\bar{A})} = \frac{(1 - P(A | B_3)) \cdot P(B_3)}{1 - P(A)} =$$

$$= \underline{0,604}.$$

Függetlenség tétele-
senyi volt.

Teljes $\Rightarrow$ Párhuzamos.

26. 10T, 4N + 6K.

visszatevéssel húzunk egyet-egyet.

Hárommal vizsgálunk

(a) $A_i = A_2$ i-edik vizsgáló kénye tételt hsz.

$$i = 3.$$

visszatevés van: függetlenek!

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = \left(\frac{6}{10}\right)^3.$$

$\uparrow$

Függetlenek.

$$(b) \quad P(A_1 \cap \bar{A}_3) = P(A_1) \cdot P(\bar{A}_3) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{10} = \underline{\underline{\frac{24}{100}}}. \\ \uparrow \text{függetlenek} \quad (= 0,24).$$

(c) három eset van.

(d) nem tesszük vissza! Így változik.

A_1, A_2, A_3 nem függetlenek.

$$P(A_1) = \frac{6}{20}, \quad P(A_2) = ? \quad \frac{5}{9} \cdot \frac{6}{10}$$

$\downarrow$

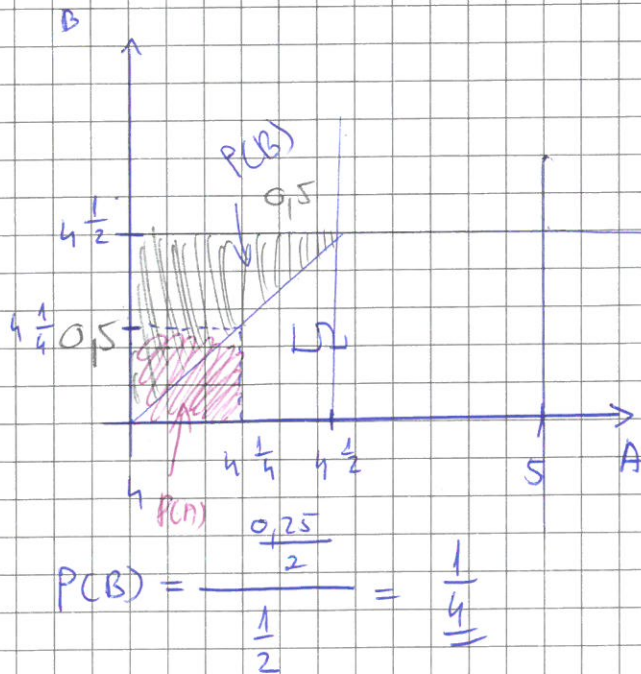
$$P(A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2 | A_1) + P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2 | \bar{A}_1).$$

$$= \frac{5}{9} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10} + \frac{6}{9} \cdot \frac{4}{10} = \underline{\underline{\frac{54}{90}}} \quad (= \frac{6}{10}).$$

$$P(A_3) = ? \text{ hf. } (= \frac{6}{10}).$$

(27)

Geom. valmerés.



$$|LD| = \frac{1}{2}$$

A = legelsőbb $\frac{1}{4}$ -ra
el bűnhőd indítás

B: A több végén, mint B

$$P(A|B) = ?$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

$$P(A) = \frac{1/4 \cdot 1/4}{1/2} = \frac{1}{8}$$

$$P(AB) = \frac{1}{16}$$

$$P(A|B) = \frac{1}{16} \cdot 4 = \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

(30)

A: A vizsgáló tudja a helyes választ

$$P(A) = p$$

~~B: A vizsgáló jól lippelt~~ ~~$P(B) = \frac{1}{3}$~~

$$P(A|B) =$$

B: jó a válasz.

Kérdés: $P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})} = \frac{1 \cdot p}{1 \cdot p + \frac{1}{3} (1-p)}$

$$P(B|\bar{A}) = \frac{1}{3}$$

↑ Bayes-tétel
Tudja.

↑ lippelt

$P(B|A) = 1$ jó a válasz

Érdesség: 31. feladat.

(33)

A: beteg vagy

$$P(A) = 0,01$$

B: teszt pozitív

$$P(A|B) = ?$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A})}$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$0,99 \quad 0,01 \quad 1 - P(B|\bar{A})$$

$$= \frac{0,99 \cdot 0,01}{0,99 \cdot 0,01 + 0,01 \cdot 0,99} = \frac{1}{2}$$

Mi a helyzet, ha még egy tesztet csinálunk.

(34)

A = élvezi a ruhagy alatt

$$P(A) = ?$$

B = igenlő felelt

$$P(B) = \frac{875}{2000}$$

C = két fejt dobott

$$P(C) = \frac{1}{4}$$

Bármelyik lehet teljes eseményrendszer.

Utasításból

$$P(B|C) = P(A)$$

$$P(B|\bar{C}) = P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(B) = \underbrace{P(B|C)}_{P(A)} \cdot P(C) + \underbrace{P(B|\bar{C})}_{1-P(A)} \cdot P(\bar{C}) =$$

$$\uparrow \quad \uparrow$$

$$\text{T.V.T} \quad = \frac{875}{2000}$$

$$\frac{875}{2000} = \frac{1}{4} \cdot P(A) + (1 - P(A)) \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{875}{2000} = 0,25 P(A) + 0,75 - 0,75 P(A)$$

$$\frac{875}{2000} = -\frac{1}{2} P(A) + 0,75 \Leftrightarrow P(A) = -2 \cdot \left(\frac{875}{2000} - 0,75 \right) = \frac{5}{8}$$

Tehát a válaszadók $\frac{5}{8}$ -ada élvezi a ruhagy alatt.

$$P(A|B) = ?$$

(4)

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{P(C) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{5}{8}}{\frac{875}{2000}}$$

ez pontosan $P(C)$

