

2018. 12. 07.

6. konzultáció

Numerat

Tipikus téma: numerikus integrálás.

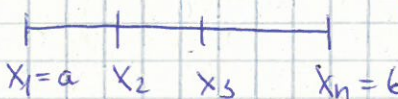
$$\int_a^b f(x) dx = | [f] | = | [f, a, b] |$$

Q_n kvadraturaformula. $Q_n[f] = Q_n[f, \underbrace{x_1, \dots, x_n}_{\text{algpontok}}, \underbrace{w_1, \dots, w_n}_{\text{súlyok}}]$.

$$Q_n = \sum_{j=1}^n w_j f(x_j)$$

Cél: $| [f] | \sim Q_n[f]$.

TECHNIKAI JELLEGŰ.

1)  $x_1=a$ x_2 x_3 $x_n=b$ egy diszkrét pontrendszer.

2) $\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b \underbrace{L_{n-1}(x)}_{\text{gyűn a Lagrange-polinom.}} dx \stackrel{LA}{=} \int_a^b \left(\sum_{j=1}^n f_j \underbrace{l_j(x)}_{\text{alappolinomok.}} \right) dx =$

$\parallel$
 $| [f] |$

$$= \sum_{j=1}^n f_j \underbrace{\int_a^b l_j(x) dx}_{w_j \text{ törléppén.}}$$

$f_j = f(x_j)$ w_j törléppén.

DEF.: Q_n interpolációs kvadraturaformula, ha

$$w_j = \int_a^b l_j(x) dx.$$

(a j -edik súly a j -edik Lag-aléppol. integrálja).

2 pelda.

$$n=2 : \quad X_1 = a \quad X_2 = b.$$

$$X = (X_1, X_2) = (a, b)$$

$$h = b - a$$

$$Q_2[f] = \sum_{j=1}^2 f(x_j) w_j = f(a) \int_a^b l_1(x) dx + f(b) \int_a^b l_2(x) dx.$$

ahol $l_1(x) = \frac{x-b}{a-b} \quad \frac{x-b}{a-b}$

$$l_2(x) = \frac{x-a}{b-a}$$

$$w_1 = \int_a^b \frac{x-b}{a-b} dx = \frac{1}{a-b} \int_a^b (x-a) dx = \dots = \frac{b-a}{2}.$$

$$w_2 = \frac{b-a}{2}.$$

$$Q_2^T = \frac{b-a}{2} f(a) + \frac{b-a}{2} f(b) = \frac{b-a}{2} (f(a) + f(b)).$$

↑
Trapezformula

Simpson-formula.

Simpson

$$Q_3 = Q_3^S = Q^S = \frac{b-a}{6} (f(a) + 4f(m) + f(b))$$

↑
 $\frac{a+b}{2}$

DEF(n) pontossági rend.

Q_n lineáris

$$Q_n[x^0] = Q_n[1] = [x^0] = [1]$$

② fides: $R_n[f] = I_n[f] - Q_n[f]$

All.: Q_T pont. rendje 1,

Q_S pont. rendje 3.

Biz.: $Q_T[X^a] = Q_T[1] = (f(a) + f(b)) \frac{b-a}{2} = \underline{\underline{b-a}}.$

$|[1]| = b-a.$ Vildgos

⋮

Felső korlát: $n \leq 2n-1.$ Vildgos

Konstruáljuk Gauss-Eladátként $\mathbb{R}$

$g=1, a=-1, b=1.$

Kell: $n=5 \rightarrow 9$ -edfokú n pontos
 $n=10 \rightarrow 15$ -edfokú

