

2018. 11. 24.

Franziska

Algebra és sz.

K, L testek $K \subseteq L \Leftrightarrow L$ a K test bővítése.

Irásmod: $L:K$.

Van: K test. $(K_i)_{i \in I}$ résztestek K -ban.

K_i -k metszete is résztest.

$\forall$ testben van minimális résztest. $\Rightarrow$ Ez a test PRÍMTESTE.

Prímtestek izomfaját $\mathbb{Z}_p$ -val vagy $\mathbb{Q}$ -val.

Testbővítés $f(x) \Leftrightarrow$ végtelen dimenziója.

Legyen $L:K$. $\alpha \in L$, hogy $\alpha \notin K$.

$$\alpha^2 \notin K \quad \forall \alpha \in \mathbb{Z}.$$

$K \cup \{\alpha\}$ vektorkész, de nem véges dimenziós.

$$K(\alpha) = \left[K \cup \{\alpha\} \right]_L \subseteq L$$

$\uparrow$ résztestek L -nél.

Bármely $f, g \in K[x]$. $f(\alpha), g(\alpha) \in K(\alpha)$.

ha $g(\alpha) \neq 0 \Rightarrow \frac{f(\alpha)}{g(\alpha)}$ is benne van $K(\alpha)$ -ban.

$K \subseteq L$ α algebrai elem K felett, ha $\exists f \in K[x]$, $f \neq 0$,
 $f(\alpha) = 0$.

(pl.) $\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{C}$ α algebrai elem $\equiv$ algebrai szám.

Nem algebrai $\Leftrightarrow$ Transzcendens.

Algebrai számok: $\mathbb{A}$

$$\mathbb{Q} \subseteq \mathbb{A} \subseteq \mathbb{C} \text{ amúgy.}$$

↑
valódi ez?

NEM!

transzcendens számok: $e, \pi, e^a, \sin a, \log a$

↑
Euler: e imácionális

Lánc törtek: $a_0 + \frac{b_1}{a_1 + \frac{b_2}{a_2 + \dots}}$ ill. $\frac{b_1}{a_1 + \frac{b_2}{a_2 + \dots}}$

1844 Leuville (LIOUVILLE)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{10^{n!}} \text{ transzcendens}$$

1872, 1882 két dátum.

↓

e

Hermite

↓

π

transzcendens.

Lindemann.

$e + i\pi$ transzcendens

$L:K$ és α algebrai elem. L -ben (K fellett).

f polinommal α gyöke.

$f = f_1 f_2 \dots f_k$ áll elő, ahol $f_1, f_2, \dots$ irred. pol.

$$f(x) = f_1(x) f_2(x) \dots f_k(x)$$

↓
0

itt van egy nulla.

$\exists m$ irred. polinom, hogy

$$m(x) = 0.$$

es csak m lehet.

legyen g , hogy $g(x) = 0$.

$\hookrightarrow$ $\text{LHKO}(m/g)$ gyöke α .

②

és a minimál polinom.

$$K(\alpha) \cong K[x] / (m)$$

algebrai bővítés (egyszerű).

$$1, \alpha, \dots, \alpha^{z-1} \quad z = \deg m. \quad \square$$

Legyen S grupoid.

S művelete egyszerűsíteses (zancellatív), ha
 $(\forall a, b, c \in S) ((ab = ac \Rightarrow b = c) \wedge (ba = ca \Rightarrow b = c))$.

S művelete invertálható, ha

$$(\forall a, b, c \in S) ((ax = b) \wedge (xa = c) \text{ megoldható}).$$

	1	a	b
1	1	a	b
a	a	b	1
b	b	1	a

Háromelemű csoportok izomorfizmusai

2 van 4-elemű csoport ezzel. $(\mathbb{Z}_4, +)$

Négyelemű:

	1	a	b	c
1	1	a	b	c
a	a	1	c	b
b	b	c	1	a
c	c	b	a	1

③

Kommutatív

	1	a	b	c
1	1	a	b	c
a	a	b	c	1
b	b	c	1	a
c	c	1	a	b

