

2018.09.29.

2. Ismerkedés

Algebra és számelm.

gyűrűk, testek.

prim/felbonthatatlan fogalma.

$2\mathbb{Z}$ - páros számok körébe.

6 az itt felbonthatatlan. $6 \mid 36$.

$$36 = 2 \cdot 18$$

de $6 \nmid 2$ és $6 \nmid 18$.

$A \times A \rightarrow A$ a felváltozás művelet.

csoport fogalma.

$$x^n + y^n = z^n \quad n=2-n \text{ megoldható, Pitagorasz - számhármascsoport}$$

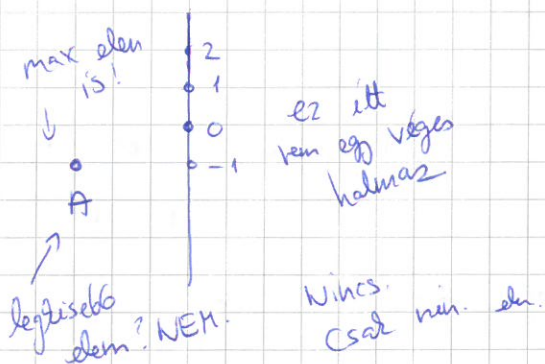
Ha $n \geq 3$? Nyitott kérdés volt.

$$a, b \in \mathbb{R}, \quad a \mid b \Leftrightarrow \exists c \in \mathbb{R}, \quad ac = b.$$

$\mathbb{N}$ (pozitív egész) 1-el indul itt.

Az oszthatóság részbenrendezés.

$(\mathbb{N}, \mid)$ részbenrendezett halmaz



Részbenrendezett halmaz:



Gauss - egészek: $\mathbb{Z}[i]$. egység elem: $\pm 1, \pm i$

$$2x=1$$

$$(a+bi)(u+vi) = 1$$

$$au + bv + (av - bu)i = 1$$

①

$$\left. \begin{array}{l} au - bv = 1 \\ \text{adatt} \quad av + bu = 0 \end{array} \right\}$$

$$av + au + bu - bv = 1$$

$$a(v+u) + b(u-v) = 1$$

$$X = 1$$

$$|x|^2 \cdot |x|^2 = 1 \quad \Leftrightarrow \quad |x|^2 = 1$$

csak erre van megoldás.

$$a^2 + b^2 \mid 1$$

$$\Downarrow \\ a^2 + b^2 = 1$$

$$a = \pm 1 \text{ és } b = 0 \text{ vagy}$$

$$a = 0 \text{ és } b = \pm 1. \text{ Ezek lesz } \pm i \text{ is megoldás.}$$

$$\mathbb{Z}[\omega]$$

$$\omega = -\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (3. \text{ prim. egységgyök})$$

$$\text{Egységek: } \pm 1,$$

$$\omega^2 = -\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\omega \cdot \omega^2 = \omega^3 = 1.$$

mik lesznek még itt, azaz
invertálhatók ???

Az invertálható mátrixok az egységnyi mátrixgyűrűben.

$$\text{Ha } a|b \text{ és } b|a \Rightarrow \begin{array}{l} a \cdot c = b \\ b \cdot d = a \end{array}, \quad c, d \in \mathbb{R}.$$

$$b \cdot d \cdot c = b \rightarrow b = 0$$

$$b(dc) = b$$

$$b(dc-1) = 0 \rightarrow b \neq 0$$

②

$$b=0 \text{ és } b|a \Rightarrow a=0 \wedge a=b.$$

$$\text{Ha } b \neq 0 : dc = 1$$

d is, c is invertálható elem.

KÖLCSÖNÖZŐEN OSZTHÓ EGYMÁSNAK: egy invertálható szorzóval fölül el.

$$ac = bc$$

$$(a-b)c = 0$$



$$c \neq 0 \Rightarrow a-b = 0 \Leftrightarrow a=b.$$

$$\text{Ha } \text{lnko}(a, n) = 1. \quad \overline{a} \ni b, \quad b = a + \lambda n, \quad \lambda \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{lnko}(b, n) = \text{lnko}(a + \lambda n, n) = \text{lnko}(a, n) \quad \square$$

↑
elhagyható.

$$\text{másként: } c|n \text{ és } c|a + \lambda n \Rightarrow c|a$$

Minden osztó az asszociáltság van meghatározva. INTEGRITÁSTERVEZÉSBEN

$$\text{lnko}(a, b) = c \Rightarrow c|a \text{ és } c|b.$$

$$\mathbb{Z}[i\sqrt{5}] = \{a + bi\sqrt{5} : a, b \in \mathbb{Z}\} \quad 9, \quad 3(2 + i\sqrt{5}).$$

$$9 \text{ osztói: } \pm 3, \pm 1, \pm(2 \pm \sqrt{5}i)$$

$$(2 + \sqrt{5}i)(2 - \sqrt{5}i) = 9 \text{ osztó.}$$

$$2 = 3(2 + \sqrt{5}i) \text{ osztói: } \pm 1, \pm 3, \pm(2 + i\sqrt{5}), \pm 3$$

közös osztó

$$\pm(2 + i\sqrt{5})$$

$$\pm 3$$

$$\textcircled{3} \quad 2 + i\sqrt{5} \nmid 3, \text{ Ez a kérdés}$$

$$2 + i\sqrt{5} \mid 3. \quad \Leftarrow \text{NEM TELJESÜL}$$

$$\text{Kell: } (2 + i\sqrt{5})(x + yi\sqrt{5}) = 3$$

$$(x + yi\sqrt{5}) = a \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i\sqrt{5} \right)$$

$$(2 + i\sqrt{5})a(2 - i\sqrt{5}) = a \cdot 9 = 3$$

Ígyen a válasz.

HF: 3+3 feladatok