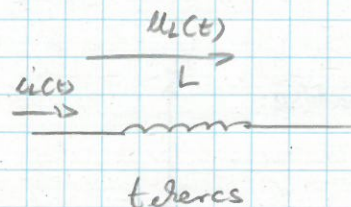
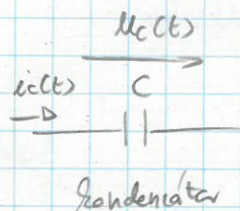
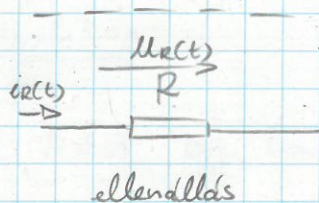


Hálózati elemek



$$u_R(t) = R \cdot i_R(t)$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}$$

↑ kapacitás

$$u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

↑ induktivitás

Impedancia: $\bar{Z} = R + jX$

↑ rezisztancia

↑ reaktancia

komplex mennyiség.

idő szerinti deriváltak.

Ellenállás: $\bar{Z} = R = \frac{u_R(t)}{i_R(t)}$ valós mennyiség FREKV. FÜGGETLEN

Kondenzátor: $\bar{Z} = R + jX_C = jX_C = \frac{1}{j\omega C} \left(= \frac{u_C(t)}{i_C(t)} \right)$ tisztán komplex

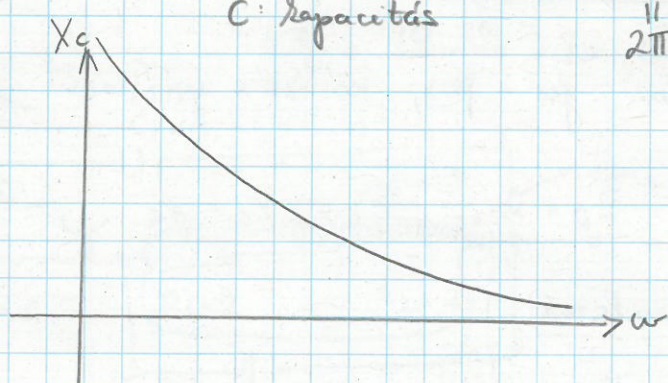
↑ 0

↑ kapacitás

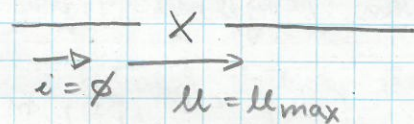
↑ frekvencia $(= \frac{2\pi}{T})$

↑ $2\pi f$

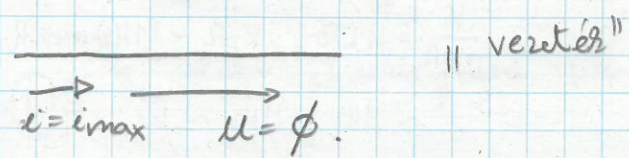
viselkedése:



- $\lim_{f \rightarrow 0} X_C = \infty$, végtelen "ellenállás", modell: SZAKADÁS



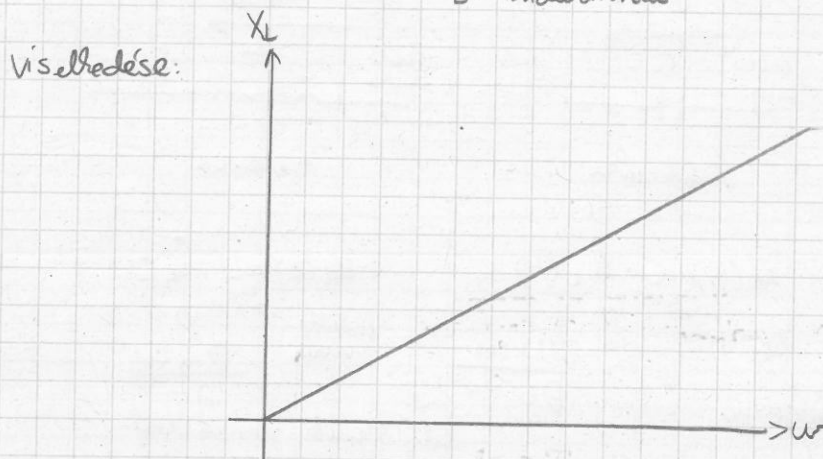
- $\lim_{f \rightarrow \infty} X_C = 0$, nulla "ellenállás", modell: RÖVIDZÁR



"vezetés"

Teljes: $\underline{Z} = \underbrace{R}_0 + jX_L = jX_L = j\omega L \left(= \frac{U_L(t)}{i(t)} \right)$ tényleg komplex. - 2 -

L : induktivitás



- $\lim_{f \rightarrow 0} X_L = 0$, nulla "ellenállás", modell: RÖVIDZÁR

- $\lim_{f \rightarrow \infty} X_L = \infty$, végtelen "ellenállás", modell: SZAKADÁS

(lásd előző eset)

Matematikai háttér nélkül:

Legyen $j\omega = p$, KOMPLEX VÁLTOZÓ! ($p \in \mathbb{C}$)

Igy: $Z_R = R$, $Z_C = jX_C = \frac{1}{pC}$, $Z_L = jX_L = pL$.

Kohérens egységrendszer:

eml.	P	10^{-12}
	n	10^{-9}
	μ	10^{-6}
	m	10^{-3}

	k	10^3
	M	10^6
	G	10^9
	T	10^{12}

Alap: Ω ; F; H; $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$; Hz; V; A.

Nem lényeges. Tipikus:

$k\Omega$; $\sim nF, pF$; mH, $\frac{k\text{rad}}{\text{s}}$; kHz; V; mA

Keressünk kohérenciát:

$$\frac{V}{mA} = k\Omega; \quad k\Omega \sim \text{MHz} \cdot \text{mH}, \quad k\Omega \sim \frac{1}{\text{MHz} \cdot \text{nF}}$$

$$\frac{\text{Mrad}}{\text{s}} \sim \text{MHz}; \quad \text{MHz} \sim \mu\text{s}$$

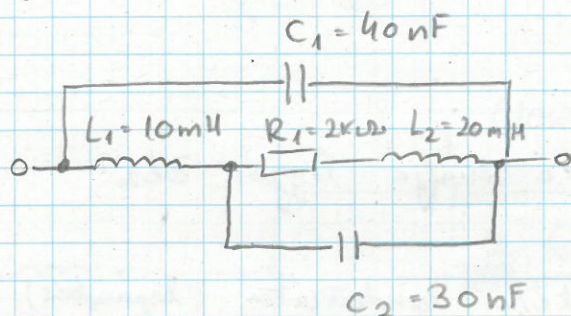
Lényeg: a $k\Omega$, a mH , a nF , a V , a mA és a MHz

- 3 -

koherens rendszer. $\Rightarrow$ elhagyható a dimenziók.

Dualitás:

Adott egy lin. hálózat.

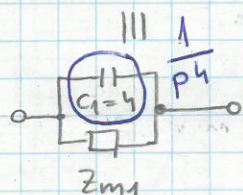
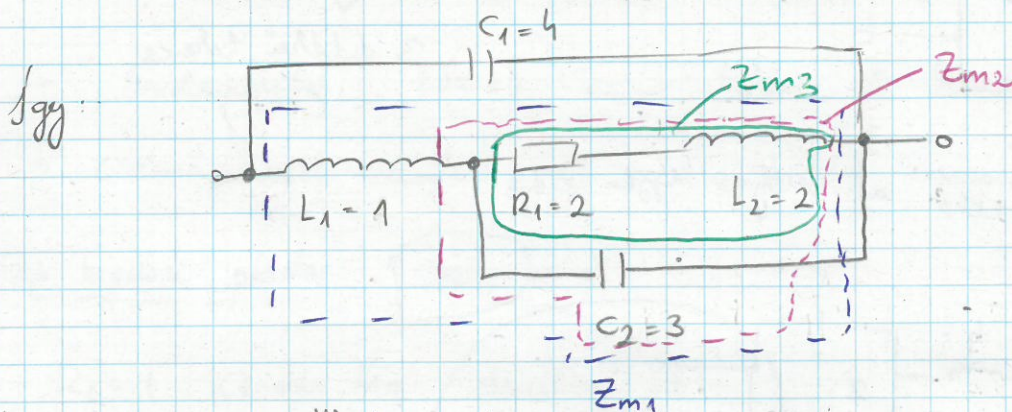


Határozzuk meg a duális hálózatot, ha R_D duálisellenállás $1k\Omega$.

1. lépés: ÁTTERÉS RELATÍV EGYSÉGRENDSZERRE

Célszerű: $R_D = R_e = 1k\Omega$ } Szabadon választható
 $\oplus L_e = 10mH$

$$R_e = \sqrt{\frac{L_e}{C_e}} \Leftrightarrow C_e = \frac{L_e}{R_e^2} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{10^6} = 10 \cdot 10^{-9} F = 10nF$$

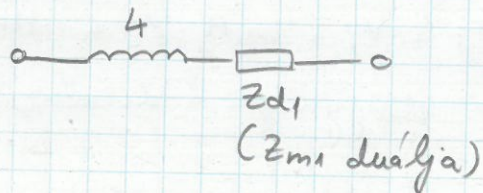


Ehhez kell a duális.

$$R_D^2 = Z_1 \cdot Z_2, \text{ itt: } Z_1 = \frac{1}{Z_2} \text{ lesz Reciprok}$$

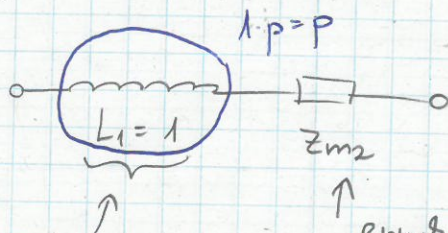
$$\frac{1}{\frac{1}{4p}} = 4p \leftarrow \text{h relatív indukciós térfogat}$$

A dual tehát:



- 4 -

Fejtsük tovább Z_{m1} -et:

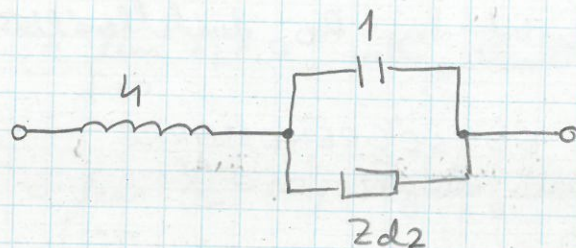


ennek a dualja

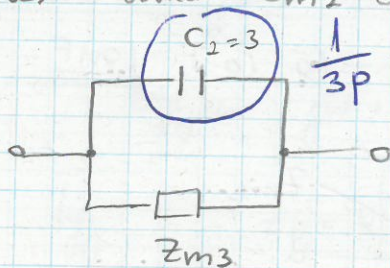
ennek a dualja legyen Z_{d2}

$$\frac{1}{1/p} = \frac{1}{p} \Leftrightarrow 1 \text{ értékű kondenzátor (kapacitás)}$$

Tehát:



Fejtsük tovább Z_{m2} -t:

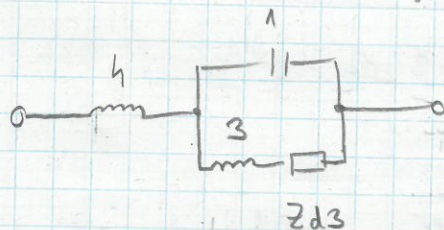


ennek a dualja legyen Z_{d3}

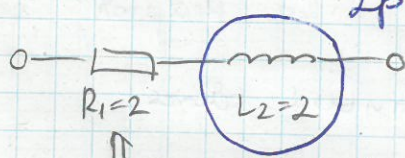
$$\frac{1}{\frac{1}{3p}} = 3p$$

3 értékű terems (ind.)

Tehát:



Fejtsük tovább Z_{m3} -at (utolsó lépés):



Ellenállás dualja: VEZETŐ KÉPESSEÉG.

$$2p \leftarrow \text{ennek a dualja}$$

$$\frac{1}{2p}$$

2 értékű kondenzátor

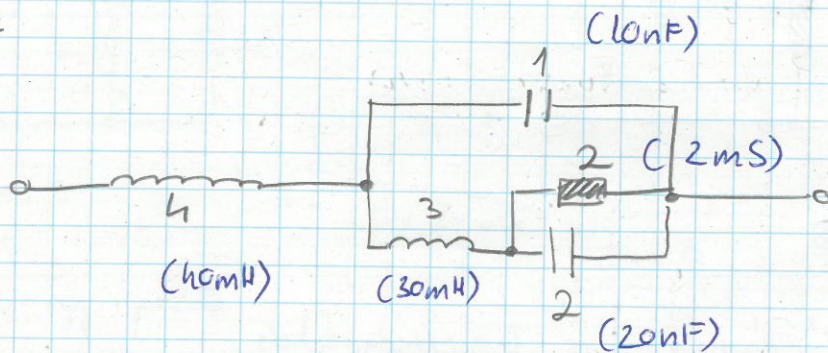
Kitérő: vezetőképesség $\leftrightarrow$ az ellenállás reciproka - 5 -

$$G = \frac{i(t)}{u(t)}, \text{ mért. egys.: } S \text{ (Siemens)}$$

$R = 2$ dualja $\rightarrow G = 2$ relatív vezetőképesség

$$(G = 2 \cdot \frac{1}{R_e} = 2 \cdot \frac{1}{1k\Omega} = 2mS)$$

Tehát:

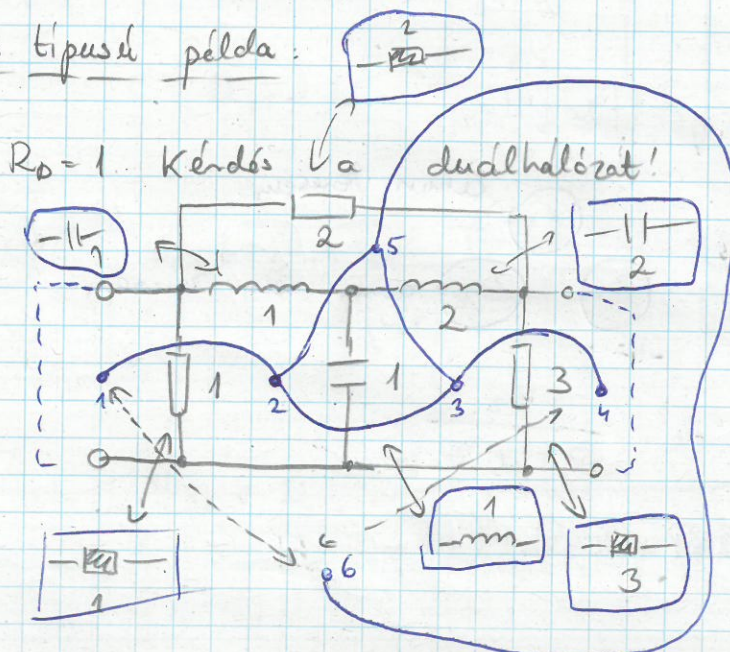


Ennyi, ez a dual. ■

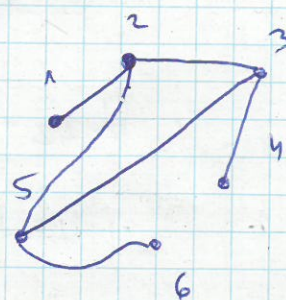
Dualizáláshoz alapszabály:

- párhuzamosból soros $\leftrightarrow$ sorosból párhuzamos
- ellenállásból vezetőképesség $\leftrightarrow$ vez. képességből ellenállás
- kondenzátóból tekercs $\leftrightarrow$ tekercsből kondenzátor
- (- csomópontból hurok $\leftrightarrow$ hurkból csomópont).

Más típusú példa:



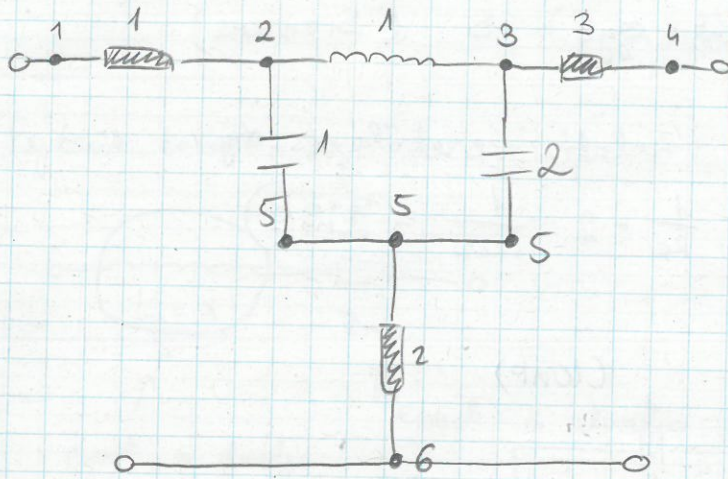
Mintha egy gráf lenne!



A gráf nem teljes.

A duális hálózat:

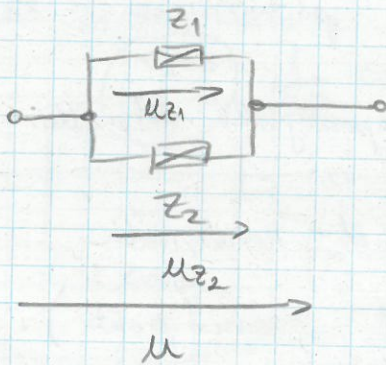
- 6 -



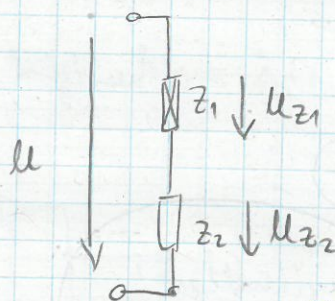
Ennyi.

Elméleti háttér: Áramosztás, feszültségosztás.

A feszültség a sorosan kapcsolt elemeken oszlik,
párhuzamosan kapcsolt elemek feszültsége



$$U = U_{Z1} + U_{Z2}$$

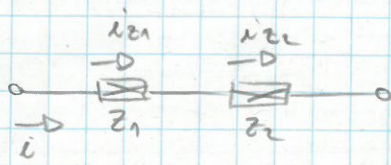


$$I_{Z1} = I \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

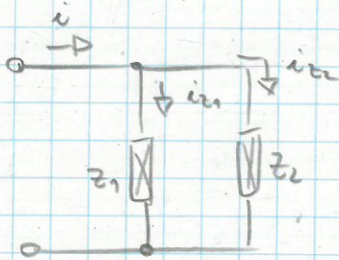
amin Z_1 áram nem áramlik

$$I_{Z2} = I \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$I = I_{Z1} + I_{Z2}$$



$$i = i_{Z1} = i_{Z2}$$



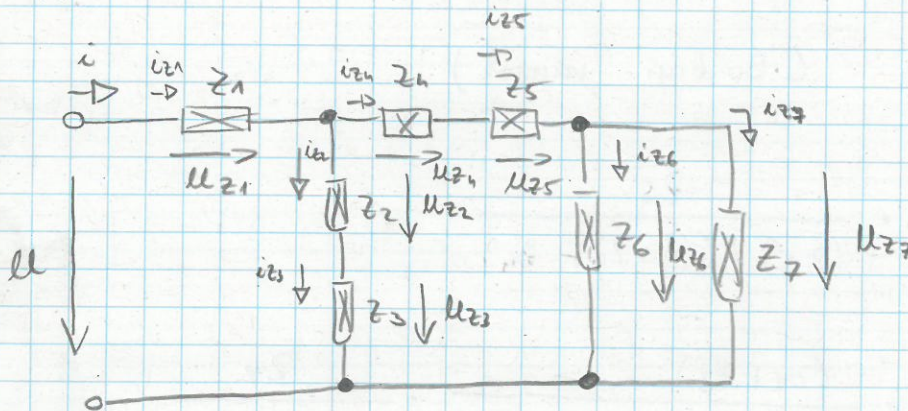
$$i = i_{Z1} + i_{Z2}$$

$$i_{Z1} = i \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$i_{Z2} = i \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

Fordított logika.

Jöjjön egy példa.



Írjuk fel az egyes elemek áramát, feszültségét!

Z_1 :

$$i_{Z1} = i$$

$$u_{Z1} = U \cdot \frac{Z_1}{Z_1 + [(Z_6 \times Z_7) + Z_5 + Z_4] \times (Z_2 + Z_3)}$$

Z_2 :

$$i_{Z2} = i \cdot \frac{(Z_7 \times Z_6) + Z_5 + Z_4}{((Z_7 \times Z_6) + Z_5 + Z_4) + (Z_2 + Z_3)}$$

$$u_{Z2} = U \cdot \frac{Z_2}{(Z_2) + (Z_1 + Z_3)}$$

z_3 :

$$iz_3 = iz_2.$$

$$\mu_{z_3} = \mu \cdot \frac{z_3}{(z_3) + (z_1 + z_2)}$$

z_4 :

$$iz_4 = i \cdot \frac{(z_2 + z_3)}{(z_2 + z_3) + ((z_6 \times z_7) + z_5 + z_4)}$$

$$\mu_{z_4} = \mu \cdot \frac{z_4}{(z_4) + ((z_6 \times z_7) + z_5)}$$

z_5 :

$$iz_5 = iz_4. \quad (\text{Sorban vannak})$$

$$\mu_{z_5} = \mu \cdot \frac{z_5}{(z_5) + ((z_6 \times z_7) + z_4)}$$

z_6 :

$$iz_6 = i \cdot \frac{(z_2 + z_3)}{(z_2 + z_3) + ((z_6 \times z_7) + z_5 + z_4)} \cdot \frac{z_7}{z_6 + z_7}$$

iz_4 , ami oslik tovább

$$\mu_{z_6} = \mu \cdot \frac{(z_6 \times z_7)}{(z_6 \times z_7) + z_4 + z_5}$$

z_7 :

$$iz_7 = i \cdot \frac{(z_2 + z_3)}{(z_2 + z_3) + ((z_6 \times z_7) + z_5 + z_4)} \cdot \frac{z_6}{z_6 + z_7}$$

iz_4 , ami oslik tovább

$$\mu_{z_7} = \mu_{z_6} \quad (\text{Párhuzamosan})$$

