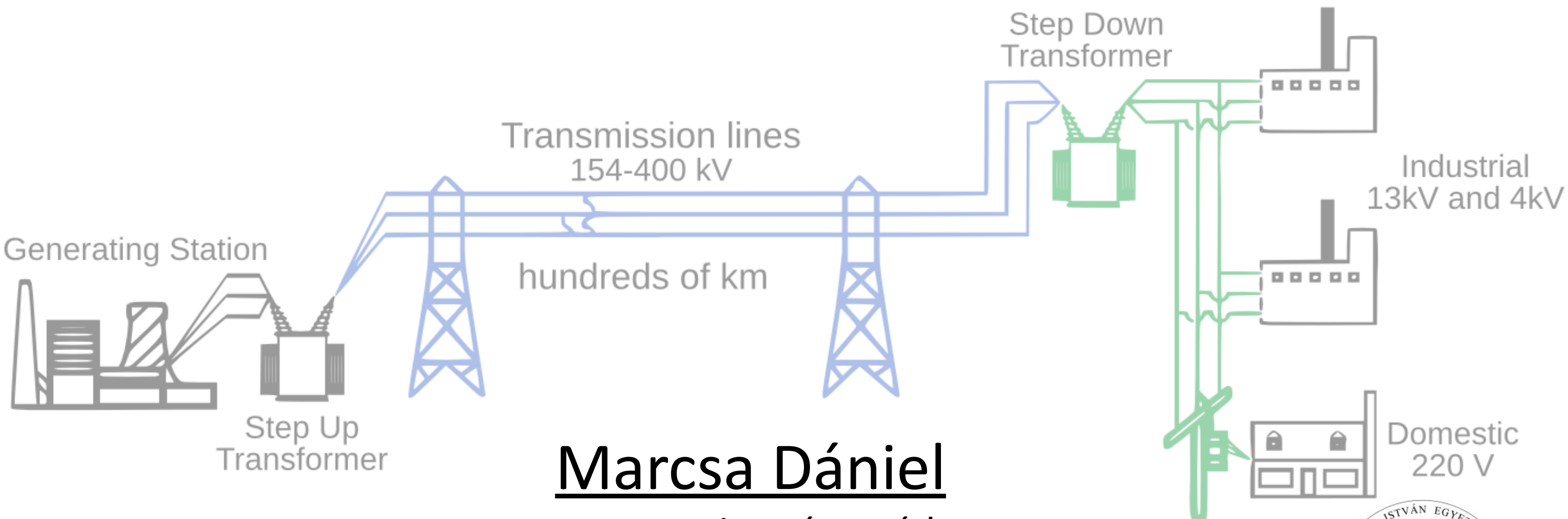
# Villamosenergia-átalakítók

## FI rendszerek analízise
## a frekvenciatartományban ($j\omega$)
## és
## a komplex frekvenciatartományban ($s$)





Marcsa Dániel

egyetemi tanársegéd

E-mail: marcsad@sze.hu

http://maxwell.sze.hu/~marcsa/targyak.html

Széchenyi István Egyetem
http://uni.sze.hu

Automatizálási Tanszék
http://automatizalas.sze.hu

# Szinuszos jel komplex leírása

Szinuszos jel

$$s(t)=S\cos(\omega t+\rho)$$

**Algebrai alak**

$$\overline{s}=a+\mathrm{j}\,b$$

$$a=S\cos(\rho)\ \text{ és }\ b=S\sin(\rho)$$

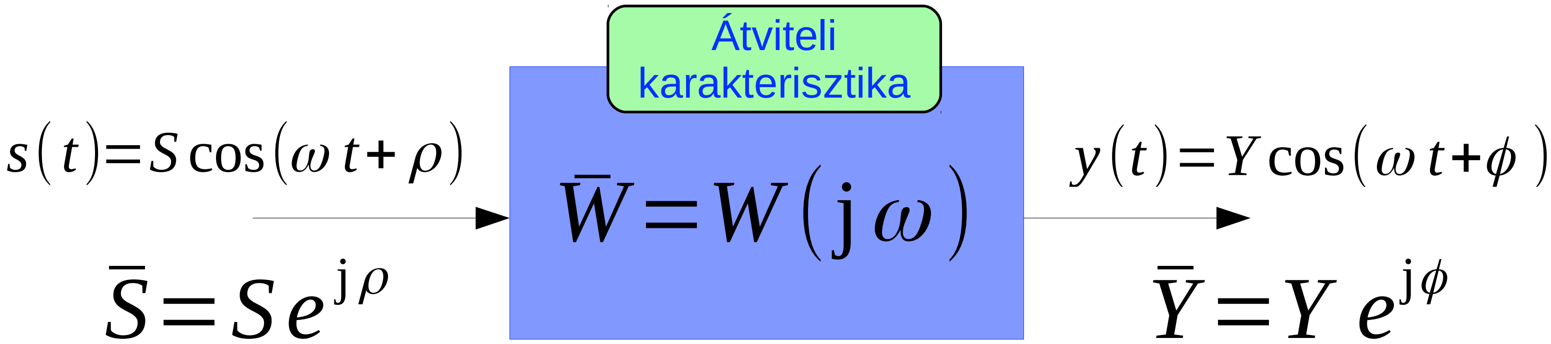
**Euler-alak**

$$\overline{s}=S\mathrm{e}^{\mathrm{j}\,\rho}$$

**Trigonometrikus alak**

$$\overline{s}=S[\cos(\rho)+\mathrm{j}\sin(\rho)]$$

# Átviteli karakterisztika

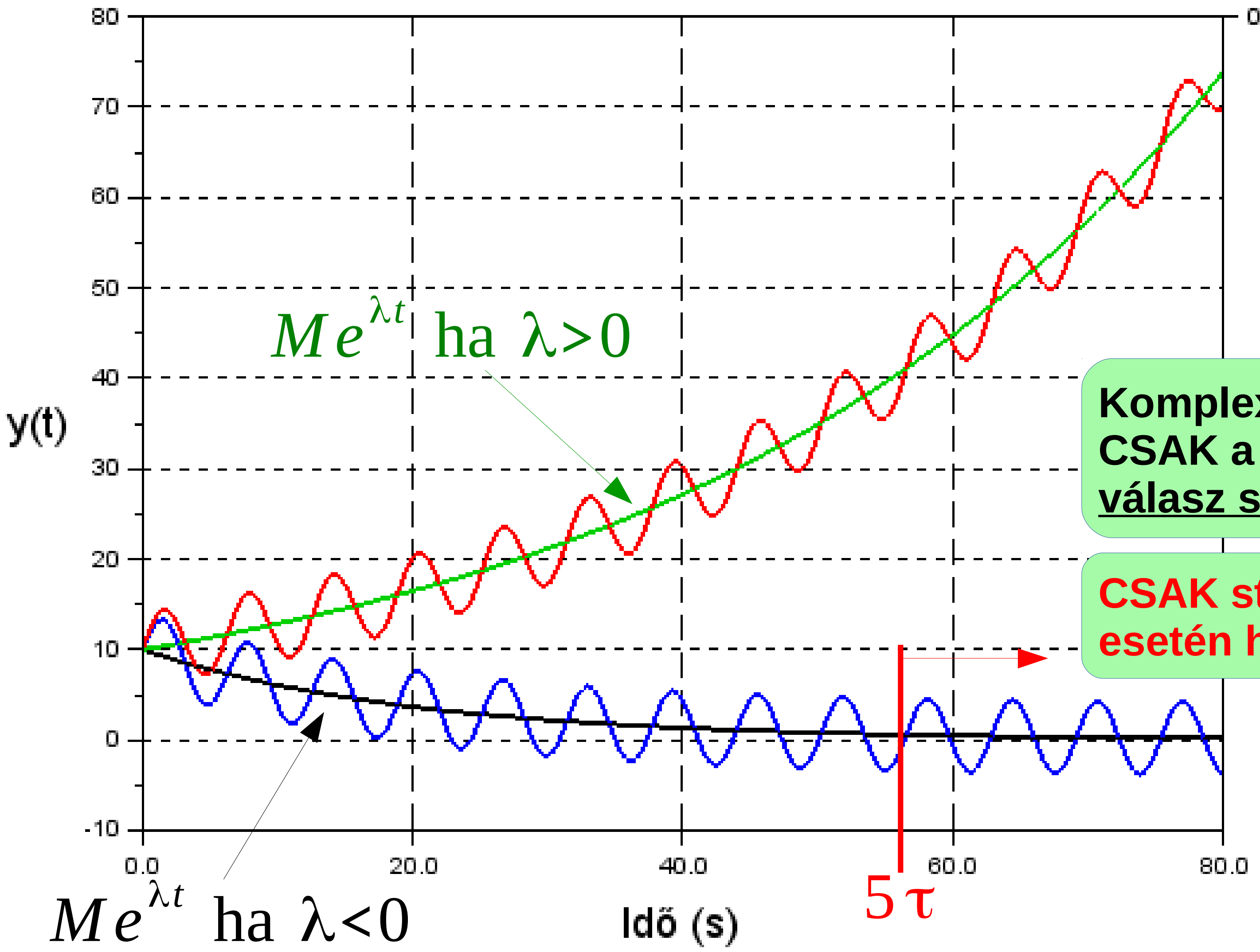



$$W(\mathrm{j}\omega)=\frac{\bar{Y}}{\bar{S}}$$

$$\bar{Y}=\bar{W}\,\bar{S}=K e^{\mathrm{j}\Phi} S e^{\mathrm{j}\rho}$$

$$y(t)=\underbrace{KS}_{Y}\cos\left(\omega t+\underbrace{(\Phi+\rho)}_{\phi}\right)$$

# Komplex csúcsértékek




**Komplex csúcsértékkel CSAK a stacionárius válasz számítható!**

**CSAK stabil rendszer esetén használható!**

# Példa – Szinuszos gerjesztés

$$s(t)=4\cos(5t+20^\circ) \longrightarrow \boxed{W(\mathrm{j}\omega)=\frac{2}{5+\mathrm{j}\omega}} \longrightarrow y(t)=?$$

$$s(t) \rightarrow \bar{S}=4e^{\mathrm{j}20^\circ}$$

$$\bar{W}(\omega=5)=\frac{2}{5+\mathrm{j}5}=\frac{2e^{\mathrm{j}0^\circ}}{\sqrt{25}e^{\mathrm{j}45^\circ}}=\frac{2}{\sqrt{25}}e^{\mathrm{j}(-45^\circ)}$$

$$\bar{Y}=\bar{W}\,\bar{S}=\frac{2}{\sqrt{25}}e^{\mathrm{j}(-45^\circ)}4e^{\mathrm{j}20^\circ}=1{,}1314e^{j(-25^\circ)}$$

$$\bar{Y} \rightarrow y(t)=1{,}1314\cos(5t-25^\circ)$$

# Bode-diagram

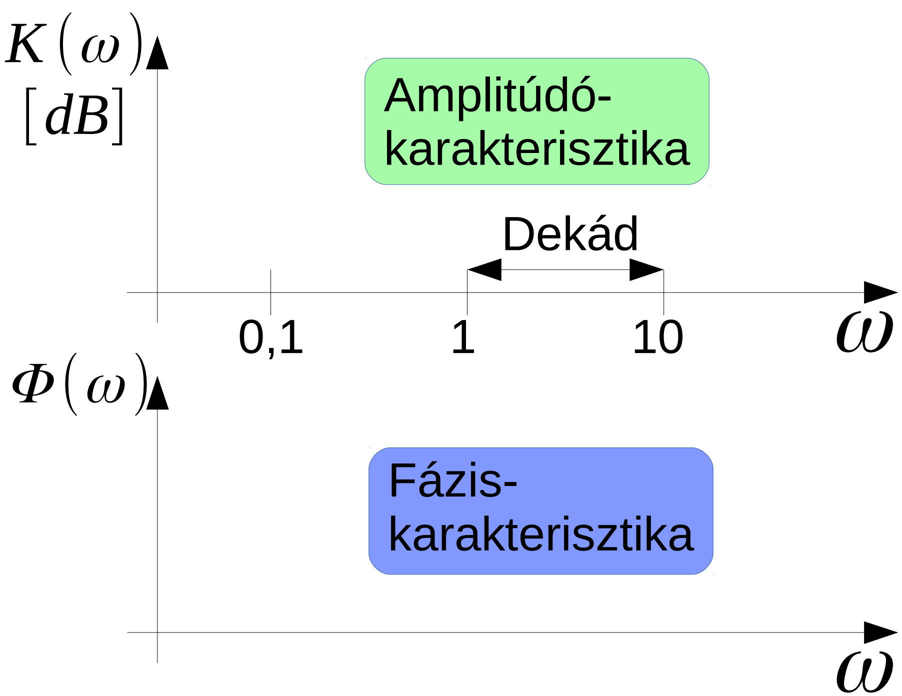
$$\bar{W} = K(\omega)\, e^{j\Phi(\omega)}$$

Amplitúdó-karakterisztika

Fázis-karakterisztika

**Bode alak**

$$A\frac{1}{1+j\dfrac{\omega}{\Omega}}$$




Példa

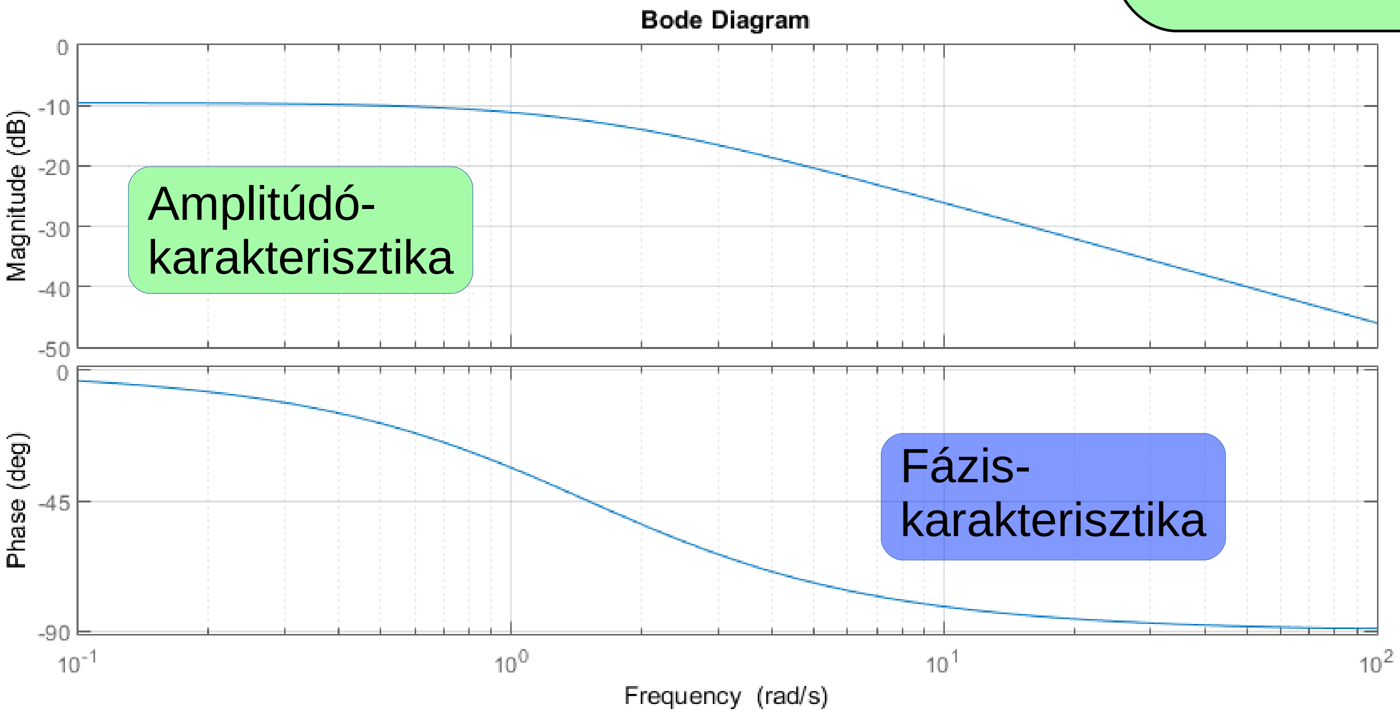
$$W(j\omega) = \frac{1}{3+j2\omega}$$

# Bode-diagram

$$\bar{W} = K(\omega) e^{j\Phi(\omega)}$$

**Bode alak**

$$A \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\Omega}}$$



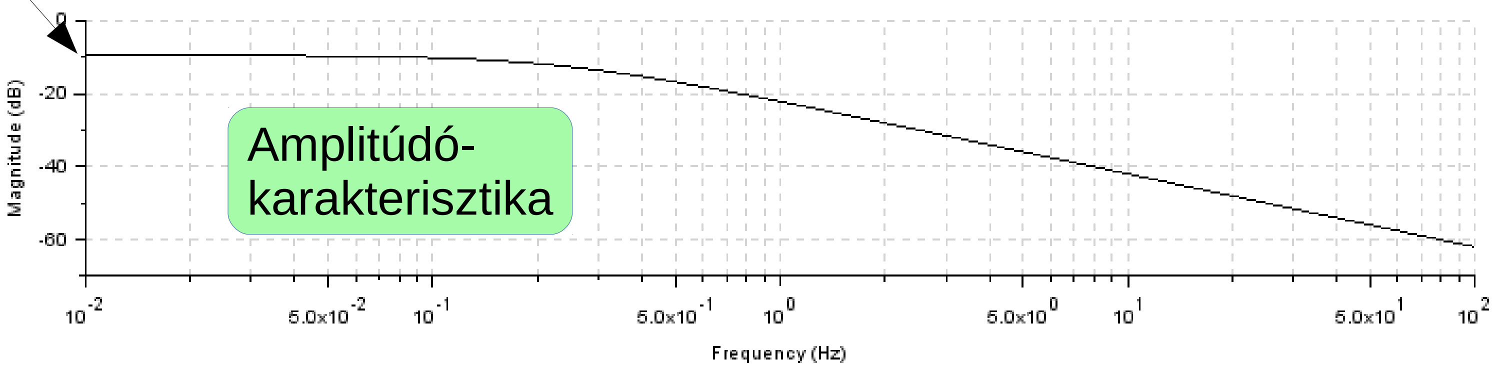
# Bode-diagram

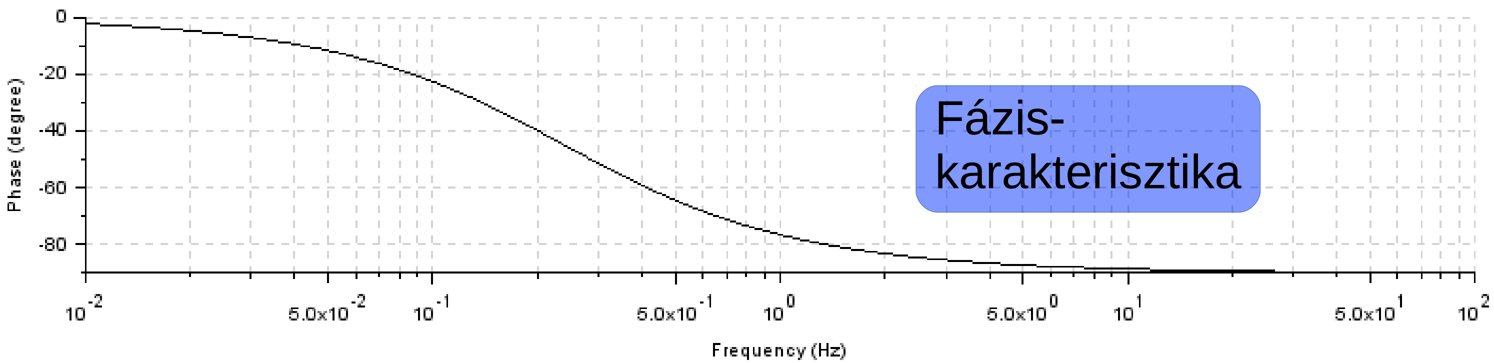
$$\bar{W} = K(\omega) e^{j\Phi(\omega)}$$

$20 \cdot \log_{10}(K(\omega)) = -9{,}5424 \text{ dB}$

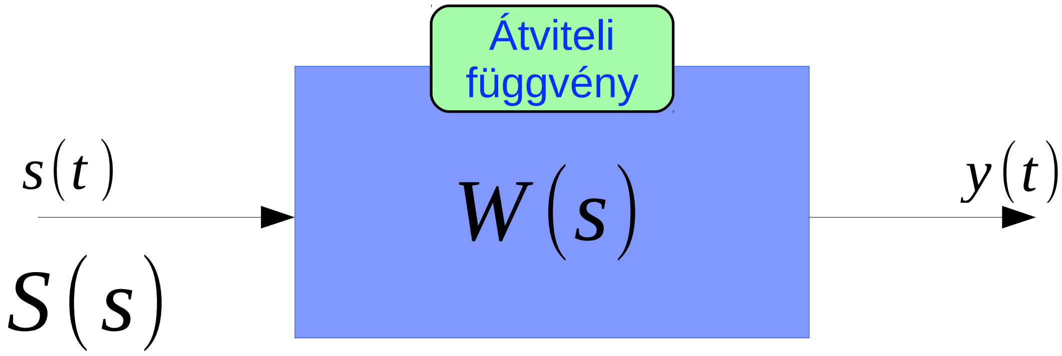
**Scilab**

```
jw = poly(0, 'jw');
h = syslin('c', (1)/(jw*2 + 3));
clf(); bode(h, 0.01, 100);
```



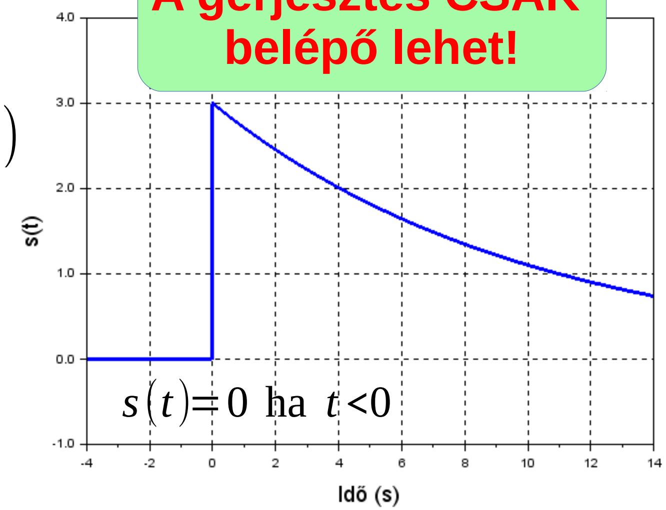



# Átviteli függvény




$$Y(s)=W(s)S(s)$$

**A gerjesztés CSAK belépő lehet!**




Laplace - transzformáció

$$S(s)=\mathscr{L}\{s(t)\}=\int_0^{\infty} s(t)e^{-st}\,dt$$

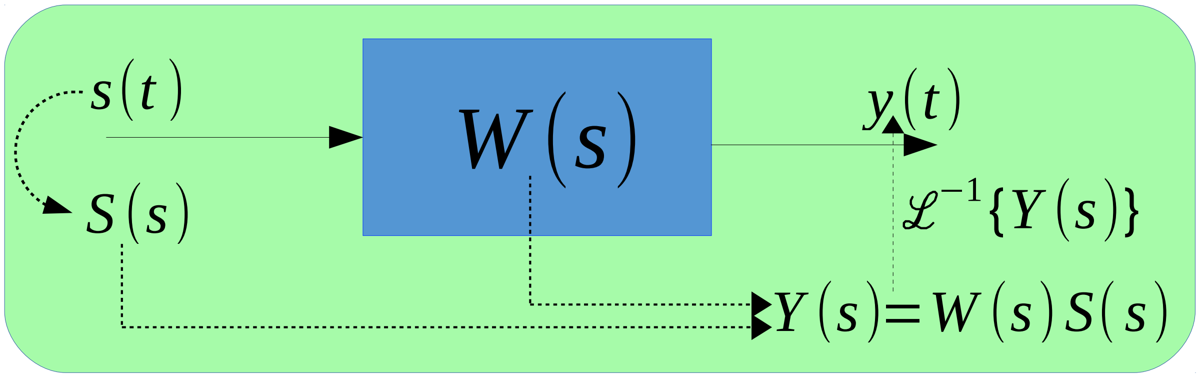
$$s = \sigma+j\omega$$

| $s(t)$ | $S(s)$ |
|---|---|
| $\delta(t)$ | $1$ |
| $K\delta(t)$ | $K$ |
| $\varepsilon(t)$ | $1/s$ |
| $\varepsilon(t)e^{-\alpha t}$ | $1/(s+\alpha)$ |
| $\varepsilon(t)t$ | $1/s^2$ |
| $\varepsilon(t)te^{-\alpha t}$ | $1/(s+\alpha)^2$ |

$$W(s)=W(j\omega)_{s=j\omega}$$

**Akkor lehet, ha a rendszer stabil!**

# Inverz-transzformáció




**Példa**

$$s(t)=5\varepsilon(t)e^{-2t}$$

$$W(s)=\frac{5s+1}{s^2+4s+3}$$

$$y(t)=?$$

**Megoldás**

$$Y(s)=\frac{25s+5}{(s+3)(s+1)(s+2)}$$

**Parciális törtekre bontással**

$$Y(s)=\frac{-35}{(s+3)}+\frac{-10}{(s+1)}+\frac{45}{(s+2)}$$

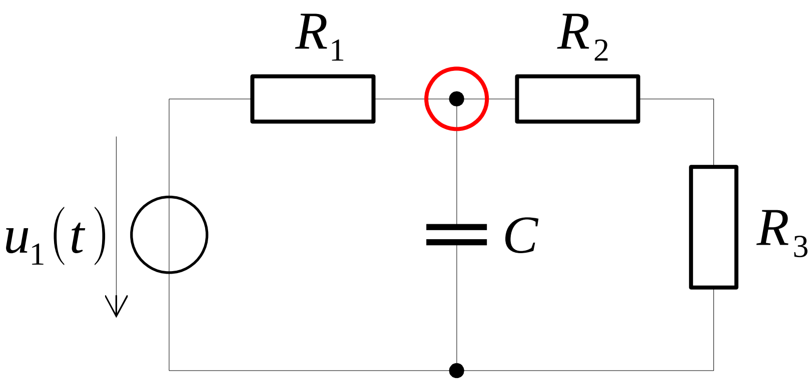
$$\boxed{y(t)=\varepsilon(t)\{-35e^{-3t}-10e^{-t}+45e^{-2t}\}}$$

# Példák

## Egyszerű gyakorlati példák

A II. és III. példa az alábbi jegyzetből származik:
Horváth Péter – *Mechatronika alapjai II.*, elektronikus jegyzet, Győr, 2006.

# Példa I.




$$\frac{u_C-u_1}{R_1}+C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_C+\frac{u_C}{R_2+R_3}=0$$

$$C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}u_C+\frac{R_1+R_2+R_3}{R_1(R_2+R_3)}u_C=\frac{1}{R_1}u_1$$

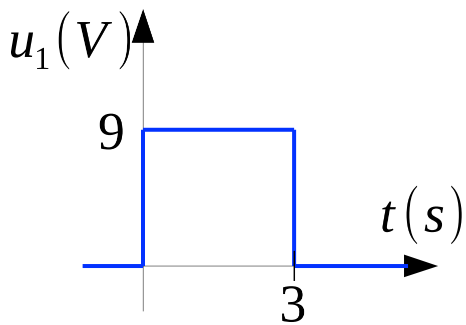
**Paraméterek**

$R_1=6000\,\Omega$

$R_2=4000\,\Omega$

$R_3=8000\,\Omega$

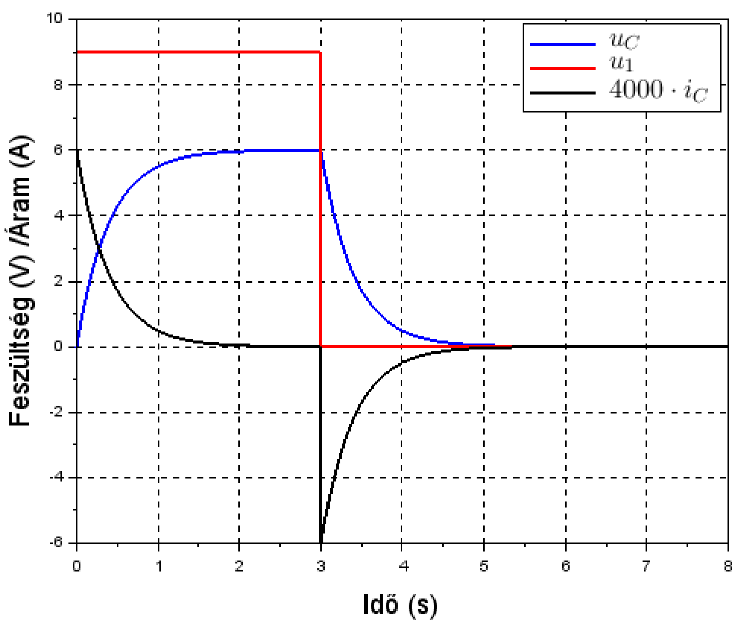
$C=100\cdot 10^{-6}\,F$



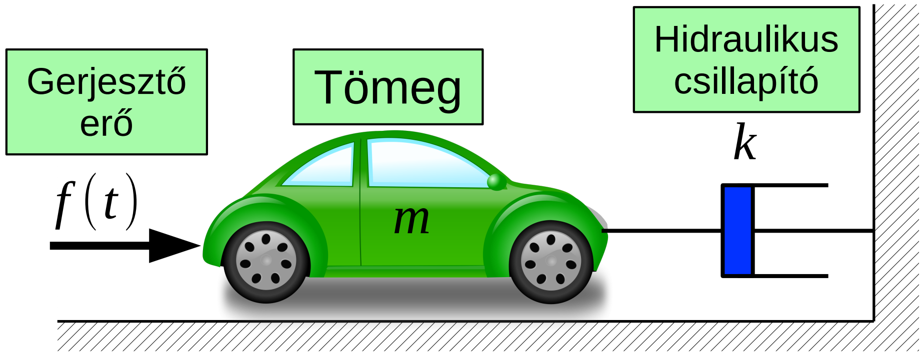

**Megoldás összetevőkre bontással**

$$u_C(t)=[-6e^{-2,5t}+6]V \quad 0\leq t\leq 3\,s$$

$$u_C(t)=[10841,948\,e^{-2,5t}]V \quad t>3\,s$$



# Példa II.




$$\sum F = ma$$

Newton II. törvénye

$$f(t) - kv(t) = ma(t) = m\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}v(t)$$

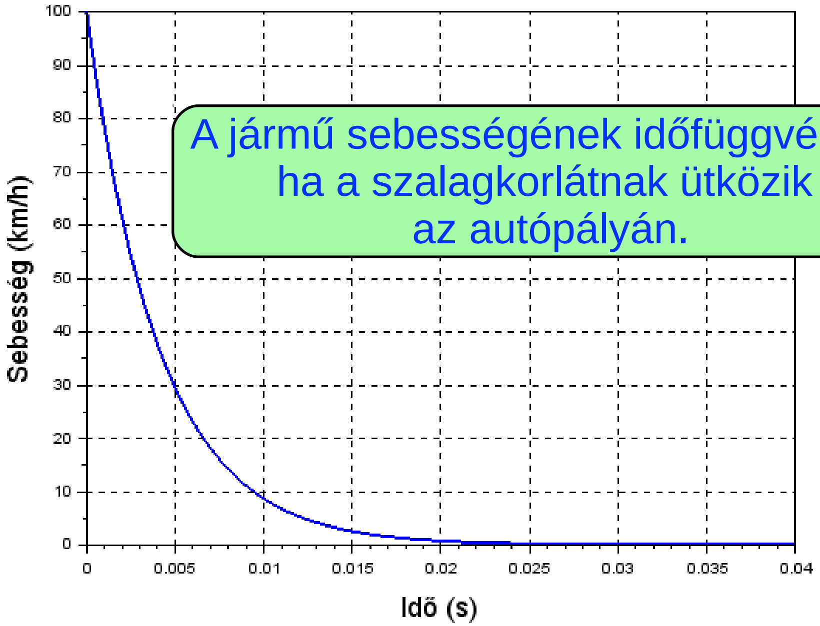
$$m\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}v(t) + kv(t) = f(t)$$

Paraméterek

$$m = 820\,\mathrm{kg}$$
$$k = 200\,\mathrm{kNs/m}$$
$$v(0) = 100\,\mathrm{km/h}$$
$$f(t) = 0\,\mathrm{N}$$

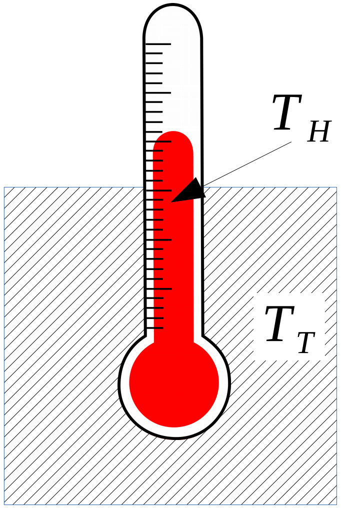
Megoldás összetevőkre bontással

$$v(t) = v(0)\,e^{-\frac{k}{m}t} + 0$$




A jármű sebességének időfüggvénye, ha a szalagkorlátnak ütközik az autópályán.

# Példa III.




Paraméterek

$c = 0{,}138\,\text{kJ/kg°C}$

$m = 1{,}5\,\text{g}$

$A = 1{,}1 \cdot 10^{-4}\,\text{m}^2$

$h = 0{,}017\,\text{kJ/m}^2\text{sK}$

$T_H(0) = 23\,°\text{C}$

$T_T = 38\,°\text{C}$

$$Q = Wk + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} U$$

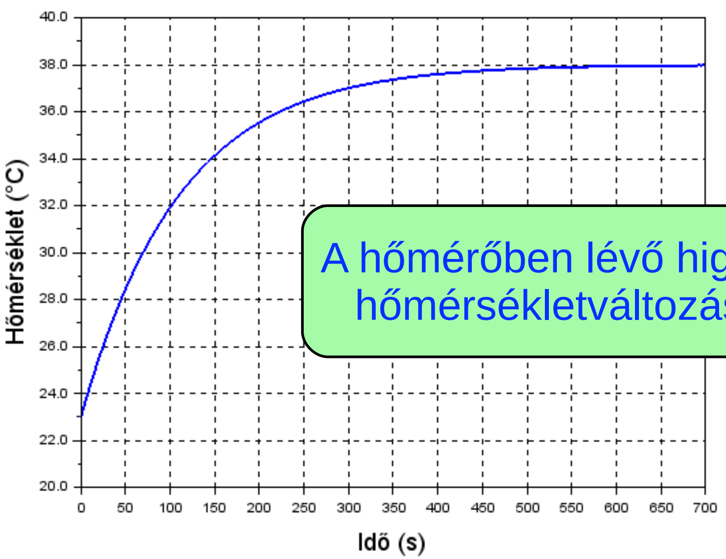
Termodinamika I. főtétele

$$hA[T_T - T_H(t)] = 0 + mc\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[T_H(t) - T_H(0)]$$

$$mc\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}T_H(t) + hA\,T_H(t) = hA\,T_T$$

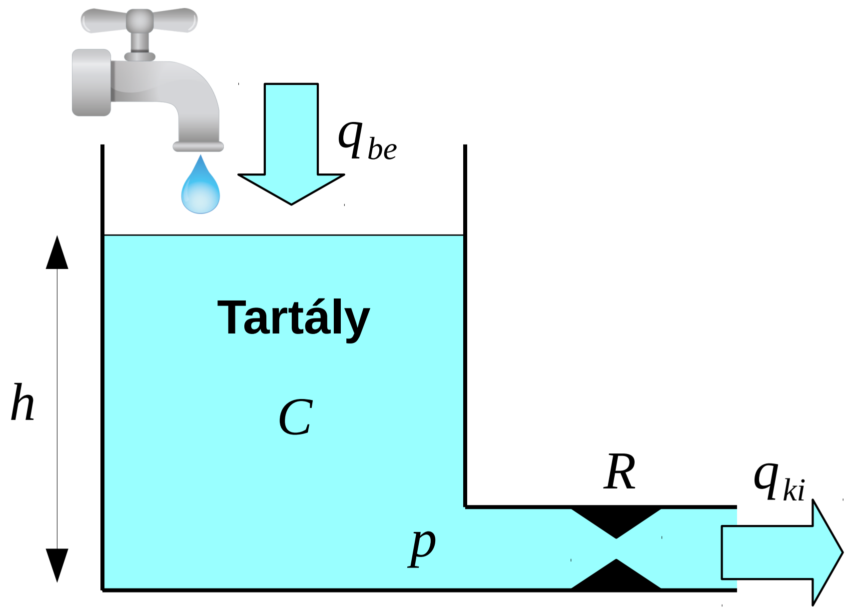
Megoldás összetevőkre bontással

$$T_H(t) = [T_H(0) - T_T]e^{-\frac{hA}{mc}t} + T_T$$




A hőmérőben lévő higany hőmérsékletváltozása.

# Példa IV.




$$p(t)=R\,q_{ki}(t)=\rho\,g\,h(t)$$

$$q_{be}(t)-q_{ki}(t)=C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}p(t)$$

$$CR\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}q_{ki}(t)+q_{ki}(t)=q_{be}(t)$$

$$CR\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}h(t)+h(t)=\frac{R}{\rho\,g}q_{be}(t)$$

Paraméterek

$R=5\cdot10^{5}\,\mathrm{Ns/m^{5}}$ $\quad\rho=1000\,\mathrm{kg/m^{3}}$

$C=2\cdot10^{-6}\,\mathrm{m^{5}}/N$ $\quad g=9.80665\,\mathrm{m/s^{2}}$

$q_{be}=4\cdot10^{-3}\,\mathrm{m^{3}}/s$ $\quad h(0)=15\,\mathrm{cm}$

$q_{ki}(0)=0\,\mathrm{m^{3}}/s$

Megoldás összetevőkre bontással

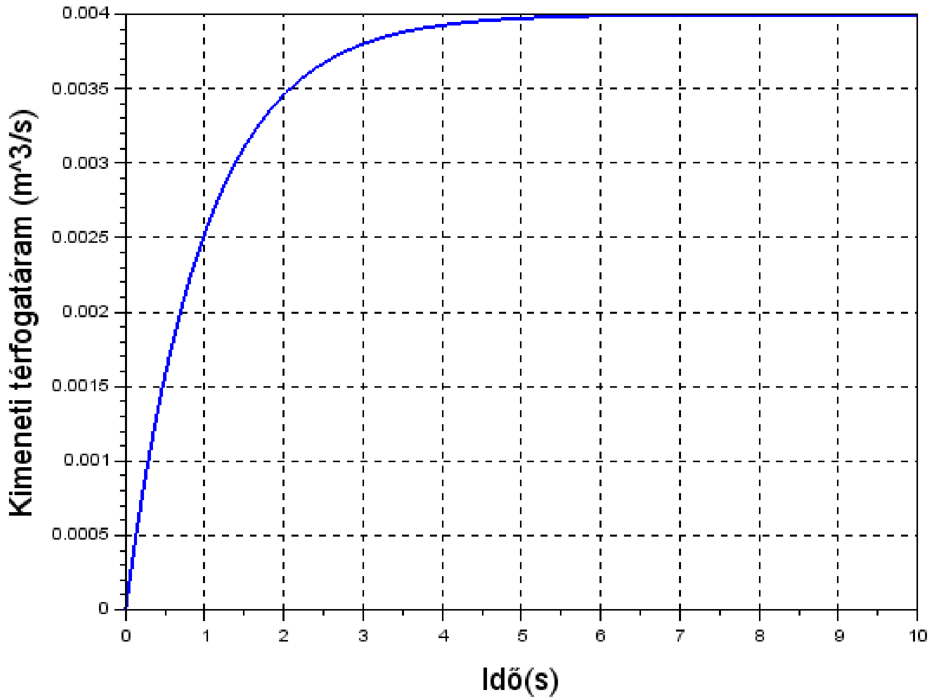
$$q_{ki}(t)=q_{be}(t)\left(1-1\,e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$$

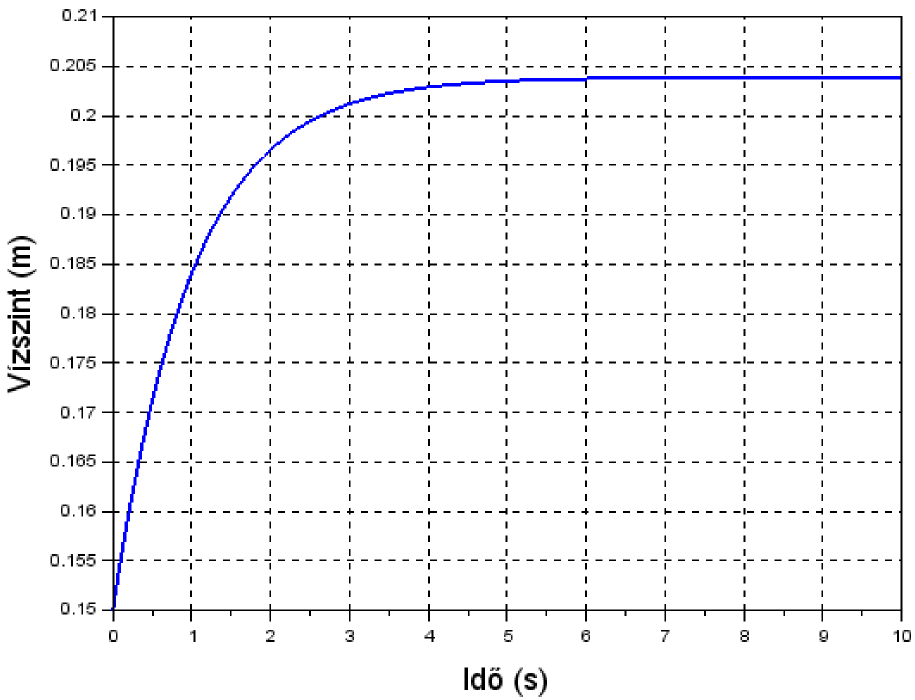
$$h(t)=\left(h(0)-\frac{R}{\rho\,g}q_{be}(t)\right)e^{-\frac{1}{RC}t}+\frac{R}{\rho\,g}q_{be}(t)$$

# Példa IV.

A kimeneti térfogatáram változása, ha a tartályt töltjük, és közben engedjük a vizet a tartályból.

A tartály vízszintjének alakulása, ha 15cm volt alapállapotban a vízszint.



# Villamosenergia-átalakítók

Kérdések

Köszönöm a figyelmet!

marcsad@sze.hu