MÁGNESES KÖRÖK (magnetic circuit; der magnetische Kreis)

A villamos gépek esetében (nem csak itt alkalmazzák) mágneses anyagot használnak a mágneses fluxus (Φ) formálására és továbbítására.

A legfőbb a mágneses anyagoknak, hogy velük nagy fluxussűrűség (B) érhető el kisebb energia befektetésével. Ezen anyagoknak köszönhetően nagy mértékben csökken(t) a gépek mérete.

A mágneses anyagok a villamos gépek szerkezetében az egyik fő rész.

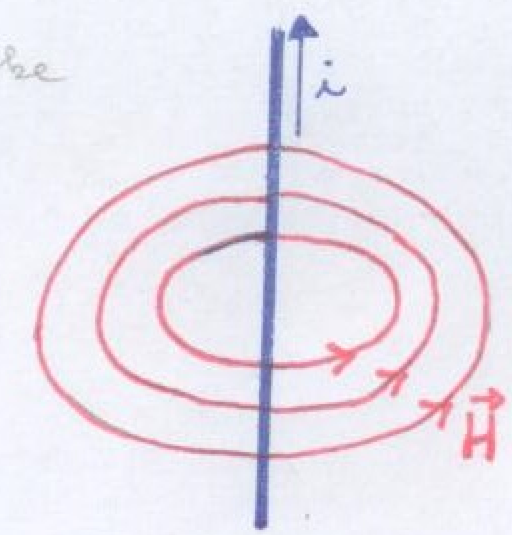
A villamos gépek mágneses köre vagy
- ferromágneses anyagból áll (transzformátor)
- ferromágneses anyagból és levegőből (forgógépek)

A legtöbb villamos gépben (kivéve állandó mágneses gépek) a ferromágneses anyag körül lévő áramjárta vezető hozza létre a mágneses teret (vagy fluxust).

Mágneses körök

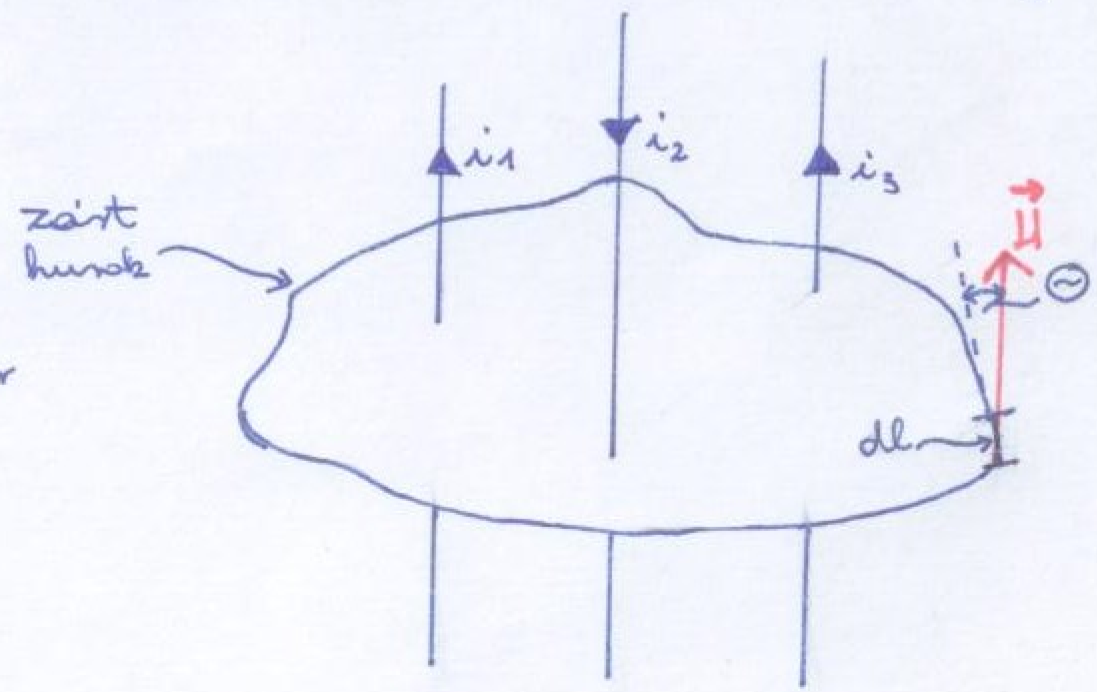
Az áram (i) és mágneses térerősség (H) kapcsolata

i – current, der Strom
H – magnetic field, die magnetische Feldstärke



Egy árammal átjárt vezető körül mágneses tér jön létre (Ampère-törvény).

$$\boxed{\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l} = \int_A \vec{J}\cdot d\vec{A} = \sum i}$$



$$\sum i = i_1 - i_2 + i_3$$

Ha Θ (théta) a $\vec{H}$ és $d\vec{l}$ vektorok közötti szög, akkor

$$\oint_l H\,dl\cos\Theta = \sum i$$

A mágneses fluxussűrűség (B) és mágneses térerősség (H) kapcsolata — B – magnetic flux density, die magnetische Flussdichte

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{weber/m}^2 \text{ vagy tesla}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad \text{Wb/m}^2 \text{ vagy T}$$

ahol μ az anyag karakterisztikája (permeabilitása) μ – permeability, die Permeabilität

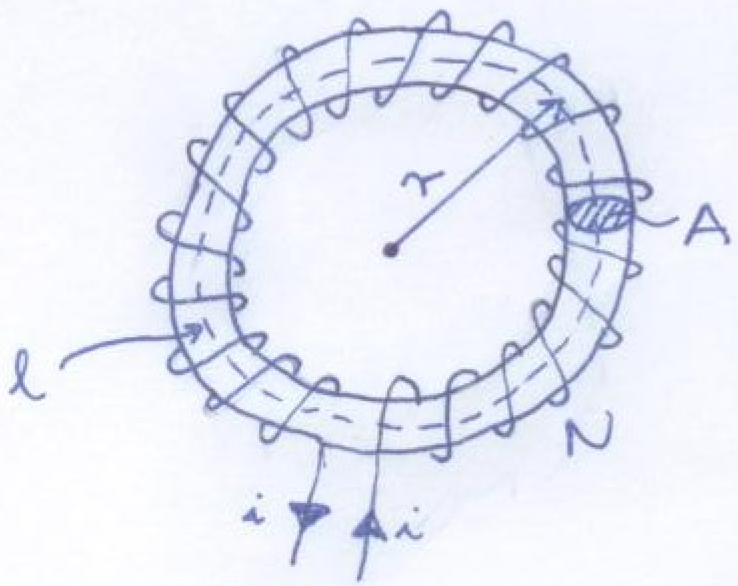
μ_0 – a vákuum permeabilitása ($4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m)

μ_r – relatív permeabilitás

A levegőnek, elektromos vezetőknek (pl.: réz, alumínium) közel egységnyi (1) a μ_r-ja. Azonban a ferromágneses vezetőknek (pl.: vas, kobalt, nikkel) a μ_r értéke néhány száztól több ezerig terjed. A villamos gépekben használt anyagoknál a μ_r a 2000 és a 6000 közötti tartományba esik többségében.

A μ_r nagy értékének köszönhetően kis árammal nagy fluxussűrűséget lehet a villamos gépben létrehozni.

A mágneses kör ekvivalense



$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = Ni$$

$$H \cdot l = Ni = \mathcal{F}$$

$$H \cdot 2\pi r = \mathcal{F} = Ni$$

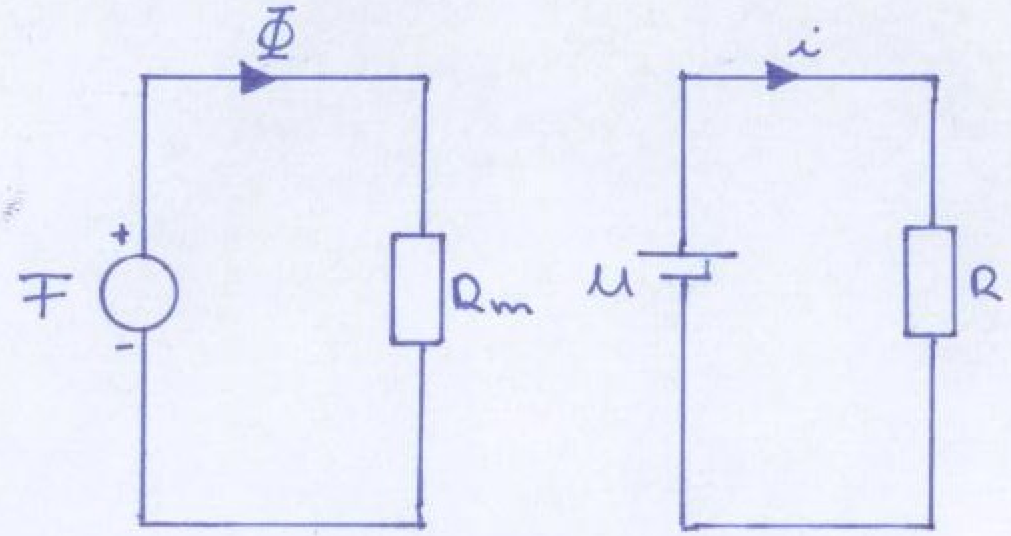
A mágneses kör teljes Ni gerjesztését magnetomotoros erőnek nevezzük, jele $\mathcal{F}$ [A]

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} H = \frac{Ni}{l} \\ B = \mu H \end{array}\right\} B = \frac{\mu N i}{l} \, [\mathrm{T}] \\ \text{mágneses fluxus: } \underset{[\mathrm{Wb}]}{\Phi} = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \rightarrow \Phi = BA \end{array}\right\} \Phi = \frac{\mu A N i}{l} = \frac{Ni}{\frac{l}{\mu A}} = \frac{Ni}{R_m} = \frac{\mathcal{F}}{R_m} = \Lambda \mathcal{F}$$

magnetic flux
Der magnetisch Fluss

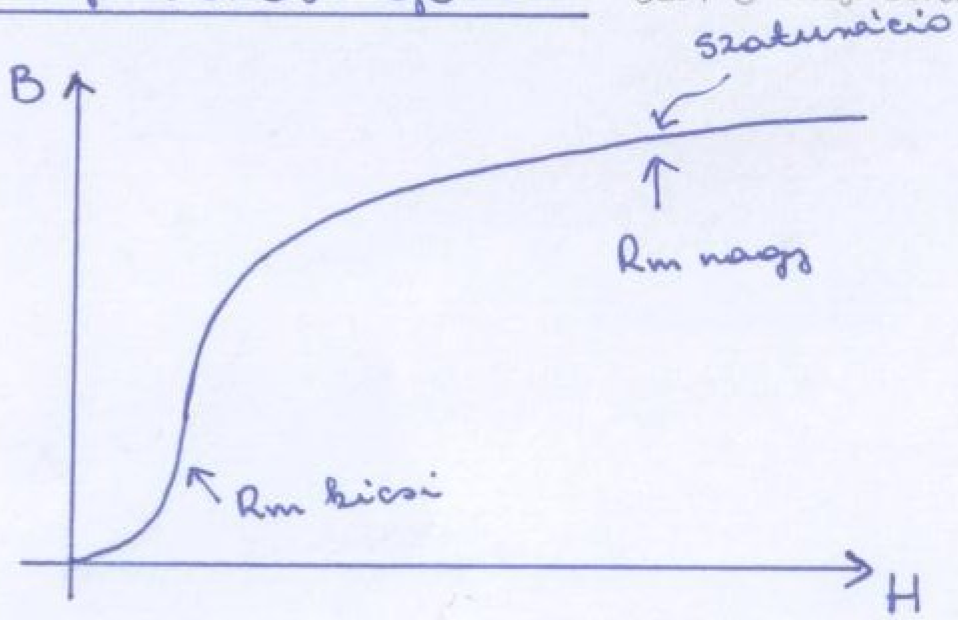
ahol $R_m = \frac{l}{\mu A} = \frac{1}{\Lambda}$ a mágneses ellenállás (reluktancia) és Λ (nagy lambda) a mágneses vezetőképesség (permeancia) $\Lambda = \frac{1}{R_m}$. A reluktancia mértékegység $\frac{A}{Vs} = \frac{A}{Wb}$.

Analógia a mágneses és villamos körök között



Mágnesezési görbe

magnetisation curve
der Magnetisierungskurve

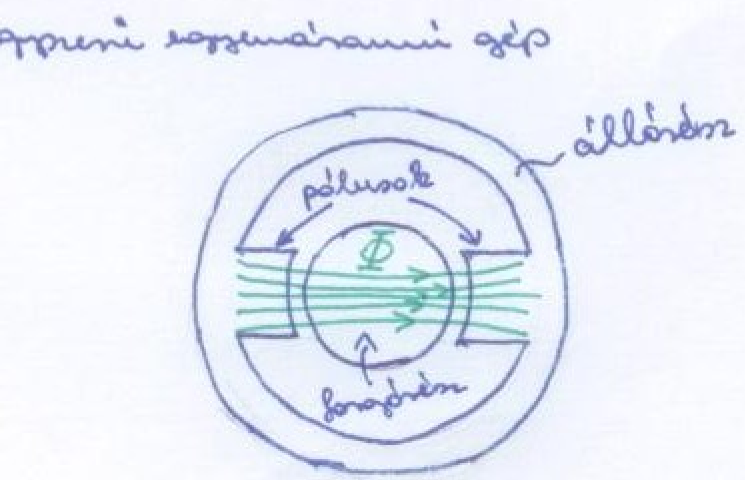


A mágneses térerősség nő a toroid tekercsben, ha az áram nő. Ezzel együtt a mágneses fluxussűrűség is változik, egy adott karakterisztika szerint.

Ebben a tekintetben eltér egymástól a mágneses és villamos kör, mert a mágneses ellenállás, Rm függ a fluxussűrűségtől.

Telítésben (szaturáció) a mágneses fluxussűrűség és a térerősség kapcsolata: $B \cong \mu_0 H$

Mágneses kör légréssel

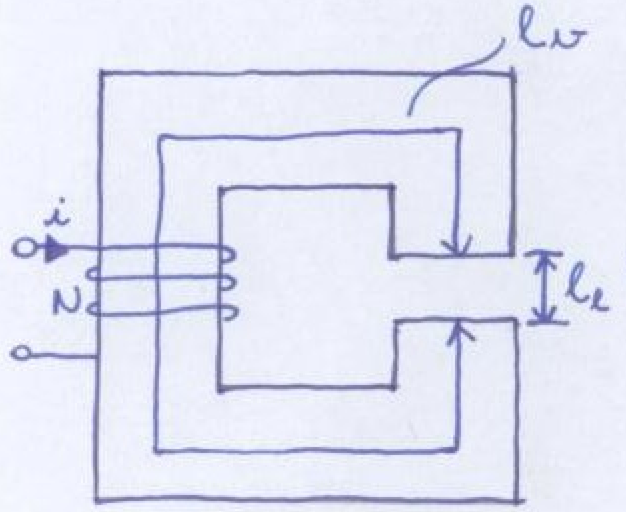


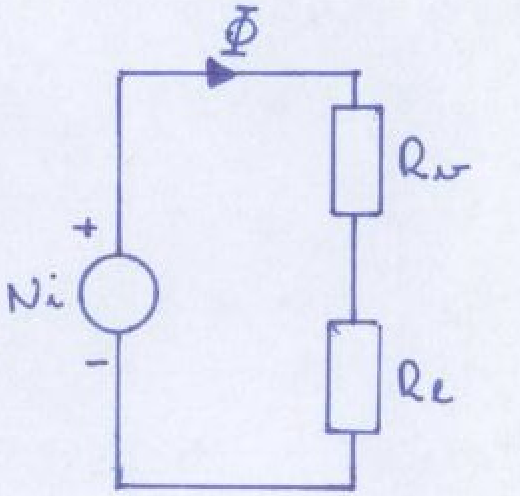
A villamos forgógépekben a forgórészt az állórésztől a levegő elszigeteli. A gép mágneses részében és légrésében a fluxus azonos. Azonban ehhez a légrés esetében jóval nagyobb magnetomotoros erőre van szükség.

Ha a fluxussűrűség túl nagy, a mágneses kör mágneses anyaga telítésbe (szaturáció) kerül, miközben a légrés nem, mert a karakterisztikája lineáris.

Egyszerű példa többféle anyagot tartalmazó mágneses körre

v – vasmag
l – légrés





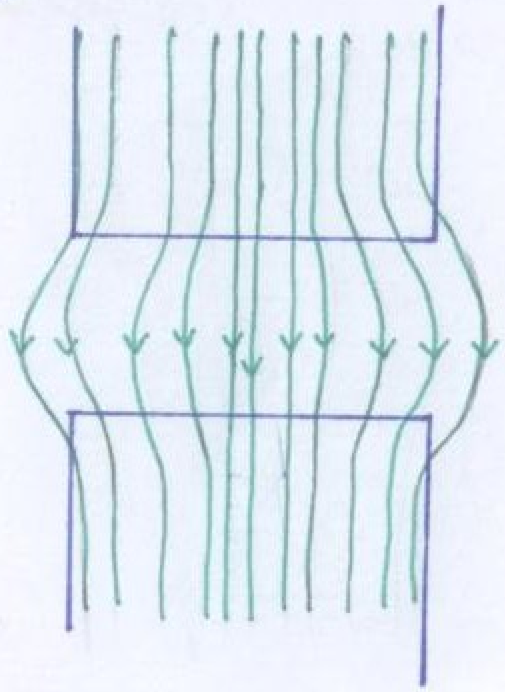
$$R_{mv} = \frac{l_v}{\mu_v A_v} \qquad R_{ml} = \frac{l_l}{\mu_0 A_l}$$

$$\Phi = \frac{Ni}{R_{mv} + R_{ml}}$$

$$Ni = H_v l_v + H_l l_l$$

$$B_v = \frac{\Phi_v}{A_v} \qquad B_l = \frac{\Phi_l}{A_l}$$

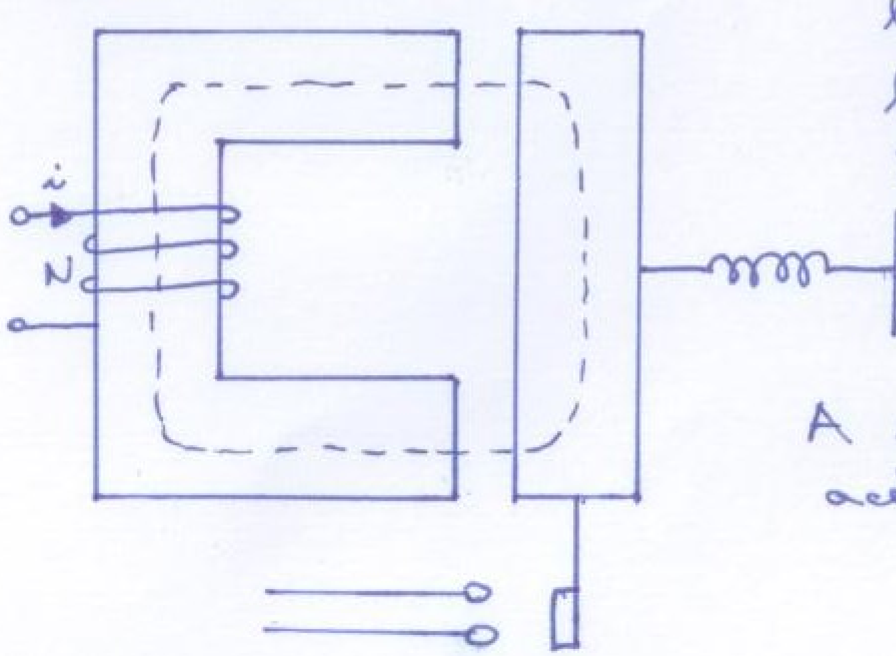
A légrés fluxusa nem homogén, ún. szórás lép fel.



A légrés keresztmetszetének növelése ezt a hatást erősíti.
Kis légrés esetén, a ~~[illegible]~~ szórás hatását elhanyagoljuk.
Ebben az esetben: $A_v = A_l$ és $B_v = B_l$, vagyis

$$B_v = B_l = \frac{\Phi}{A_v}$$ – ha elhanyagoljuk a szórás hatását.

Példa – Egyszerű relé



$N = 500$
$l_v = 360\,mm$
$l_l = 1{,}5\,mm$
$B = 0{,}8\,T\ (= B_v = B_l)$

A vasmag anyaga acélöntvény.

a) Mekkora a tekercs árama?

b) Számítsa ki a permeabilitását (μ_v) és a relatív permeabilitását az acélöntvénynek.

c) Ha a légrés 0 mm, mekkora árammal kell a tekercset gerjeszteni a $B = 0{,}8\,T$-hoz?

A légrés kicsi, a szórást elhanyagoljuk.

a) $B_v = 0{,}8T$ $H_v = 510\ A/m$ (karakterisztikából)

$F_v = H_v l_v = 510 \cdot 0{,}36 = 183{,}6A$

$F_l = H_l 2 l_l = \frac{B_l}{\mu_0} 2 l_l = \frac{0{,}8}{4\pi\cdot 10^{-7}} \cdot 2 \cdot 0{,}0015 = 1909{,}86A$

két légrés van

$F = F_v + F_l = 183{,}6 + 1909{,}86 = 2093{,}46A$

$i = \frac{F}{N} = \frac{2093{,}46}{500} = \underline{\underline{4{,}187A}}$

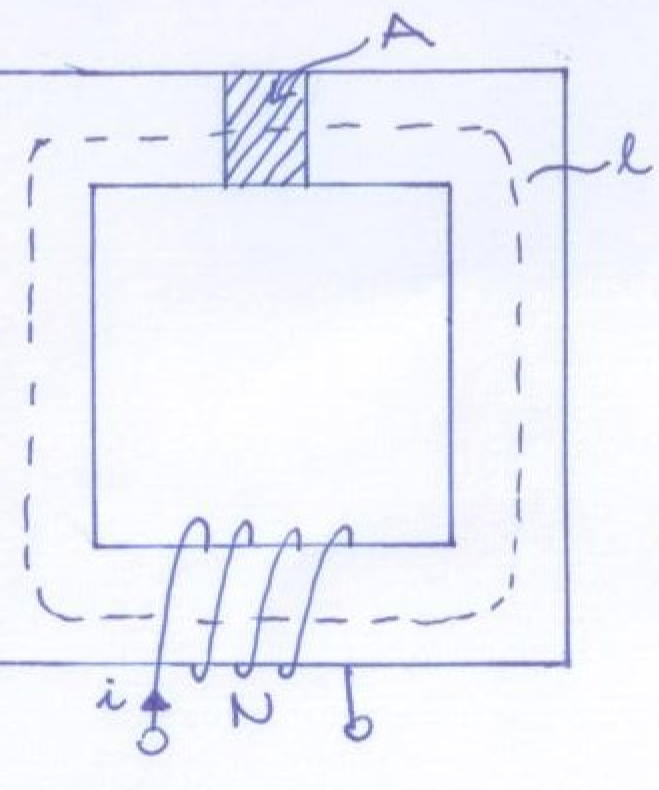
b) $\mu_v = \frac{B_v}{H_v} = \frac{0{,}8}{510} = \underline{\underline{1{,}568 \cdot 10^{-3}}}\ H/m$

$\mu_{rv} = \frac{\mu_c}{\mu_0} = \frac{1{,}568 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = \underline{\underline{1248{,}27}}$

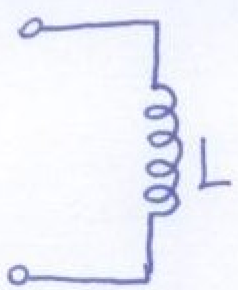
c) $F = H_v l_v = 510 \cdot 0{,}36 = 183{,}6A$

$i = \frac{F}{N} = \frac{183{,}6}{500} = \underline{\underline{0{,}3672A}}$

<u>Induktivitás (Önindukciós tényező)</u> (inductance, die Induktivität)



A vasmagból és tekercsből álló elem helyettesíthető egy ideális áramköri elemmel, az induktivitással.



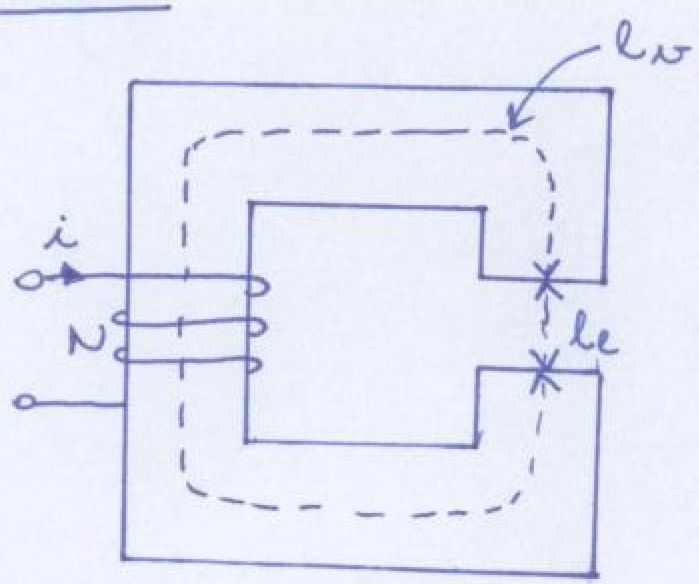
$\Psi = N\Phi$ – fluxuskapcsolódás (tekercsfluxus) [Wb]

$L = \frac{\Psi}{i}$ – induktivitás [H]

$$L = \frac{N\Phi}{i} = \frac{NBA}{i} = \frac{N\mu HA}{i} = \frac{N\mu HA}{\frac{Hl}{N}} = \frac{N^2\mu HA}{Hl} = \frac{N^2}{\frac{l}{\mu A}} = \frac{N^2}{R_m} = N^2\Lambda$$

A képletből lehet látni, hogy a tekercs induktivitása négyzetesen változik a menetszám függvényében.

Példa



$N = 400$

$l_v = 50\,cm$

$l_\ell = 1\,mm$

$A_v = A_\ell = 15\,cm^2$

$\mu_r = 3000$

$i = 1\,A$

a) A fluxus és a fluxussűrűség a légrésben.

b) A tekercs induktivitása.

a) $$R_{mv} = \frac{l_v}{\mu A_v} = \frac{0{,}5}{3000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15 \cdot 10^{-4}} = 88419{,}41\ A/Wb$$

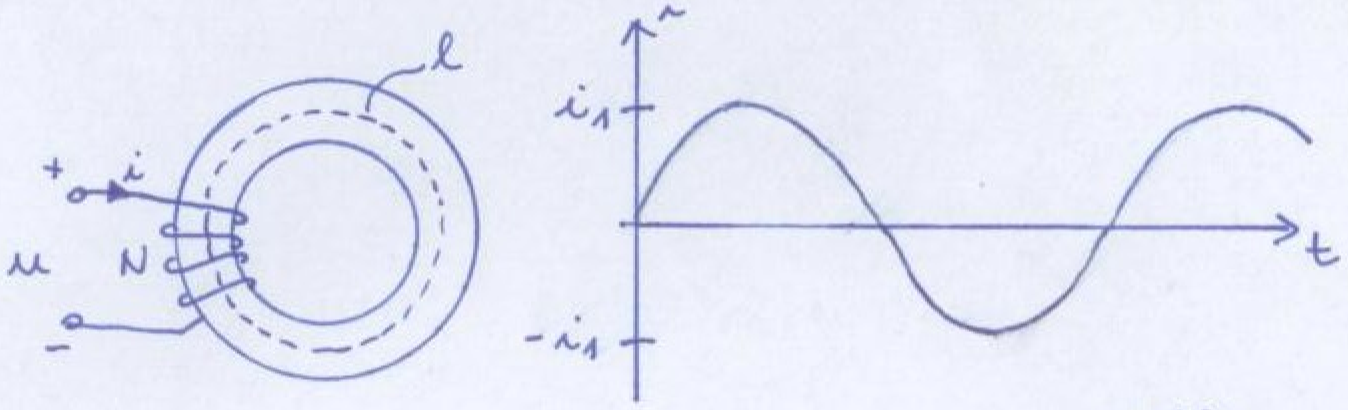
$$R_{m\ell} = \frac{l_\ell}{\mu_0 A_\ell} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 15 \cdot 10^{-4}} = 530516{,}47\ A/Wb$$

$$\Phi = \frac{N i}{R_{mv} + R_{m\ell}} = \frac{400 \cdot 1}{88419{,}41 + 530516{,}47} = \underline{\underline{6{,}4627 \cdot 10^{-4}}}\ Wb$$

$$B_\ell = \frac{\Phi}{A_\ell} = \frac{6{,}4627 \cdot 10^{-4}}{15 \cdot 10^{-4}} = \underline{\underline{0{,}4308\,T}}$$

b) $$L = \frac{N^2}{R_{mv} + R_{m\ell}} = \frac{400^2}{88419{,}41 + 530516{,}47} = \underline{\underline{0{,}2585\,H}}$$ vagy $$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{400 \cdot 6{,}4627 \cdot 10^{-4}}{1} = \underline{\underline{0{,}2585\,H}}$$

Hiszterézis (hysteresis, der Hysterese)



Ha a vasmag kezdetben lemágnesezett állapotban van, és a mágneses térerősséget lassan növeljük (lassan növekvő amplitúdójú árammal) a fluxussűrűség a 0a görbe szerint fog változni.

Ezután a térerősséget lassan csökkentjük, a karakterisztika az ab-vonal mentén fog haladni.

Ha a térerősség nullára csökken, a vasmag fluxusa nem csökken nullára az ún. remanencia (B_r, remanens fluxus) miatt.

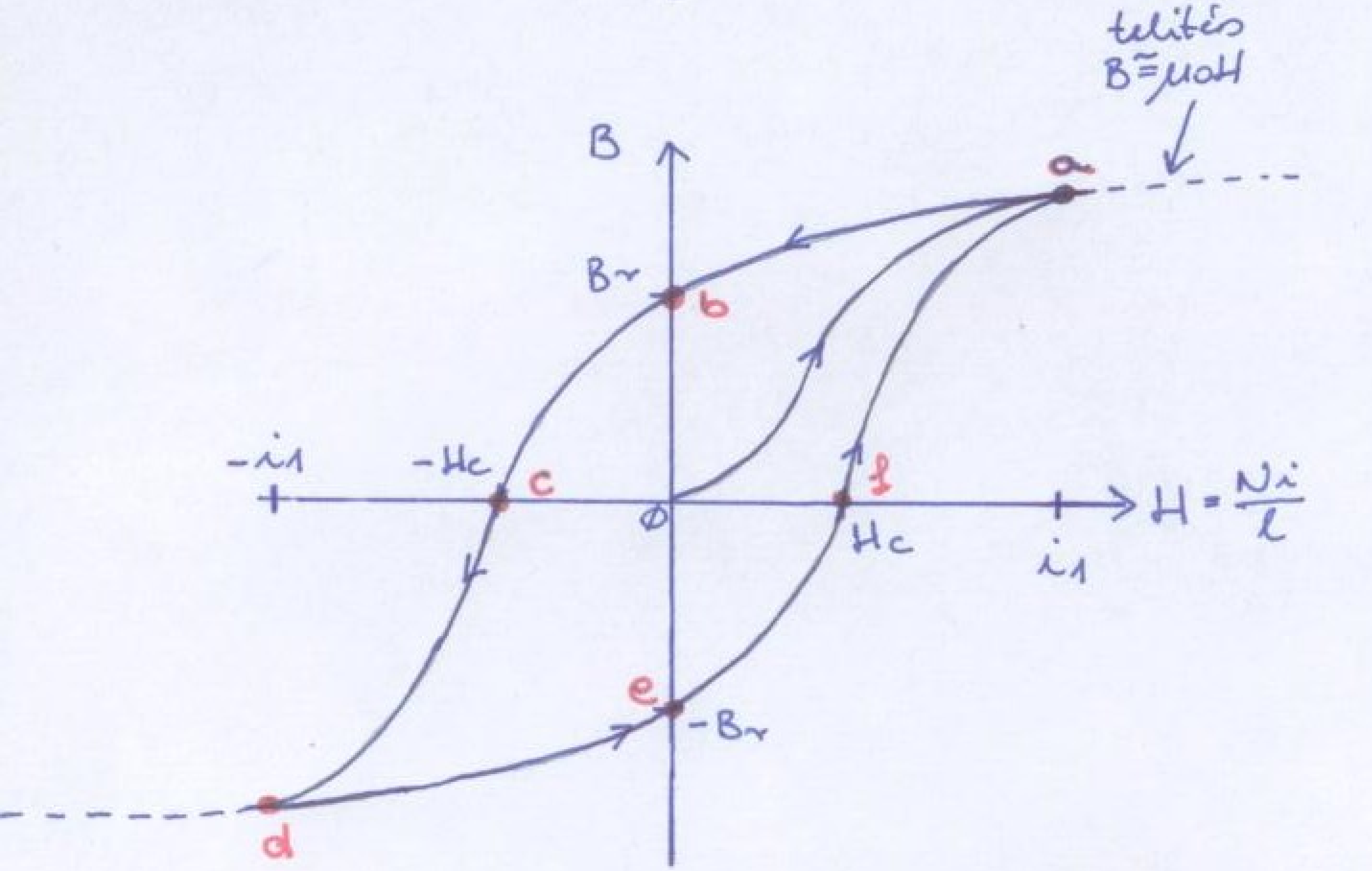
Az áram negatív félperiódusában, a B tovább csökken, amíg a remanencia 0-ra csökken, ahol a H értéke nem nulla.

Ezt a H értéket nevezzük koercitív térerősségnek (H_c).

Ha a H értékét tovább növeljük (az áram negatív) $\frac{N(-i_1)}{l}$ értékig, eljutunk a d-ponthoz.

Ezután az áram nullára csökkentésével, majd i_1 értékig növelésével a defa útvonalat járjuk végig.

Az ábrán a szaggatott vonal a telítést jelöli, amikor már hiába növelem az áramot a fluxus számottevően nem változik, hanem úgy viselkedik mintha levegő lenne.

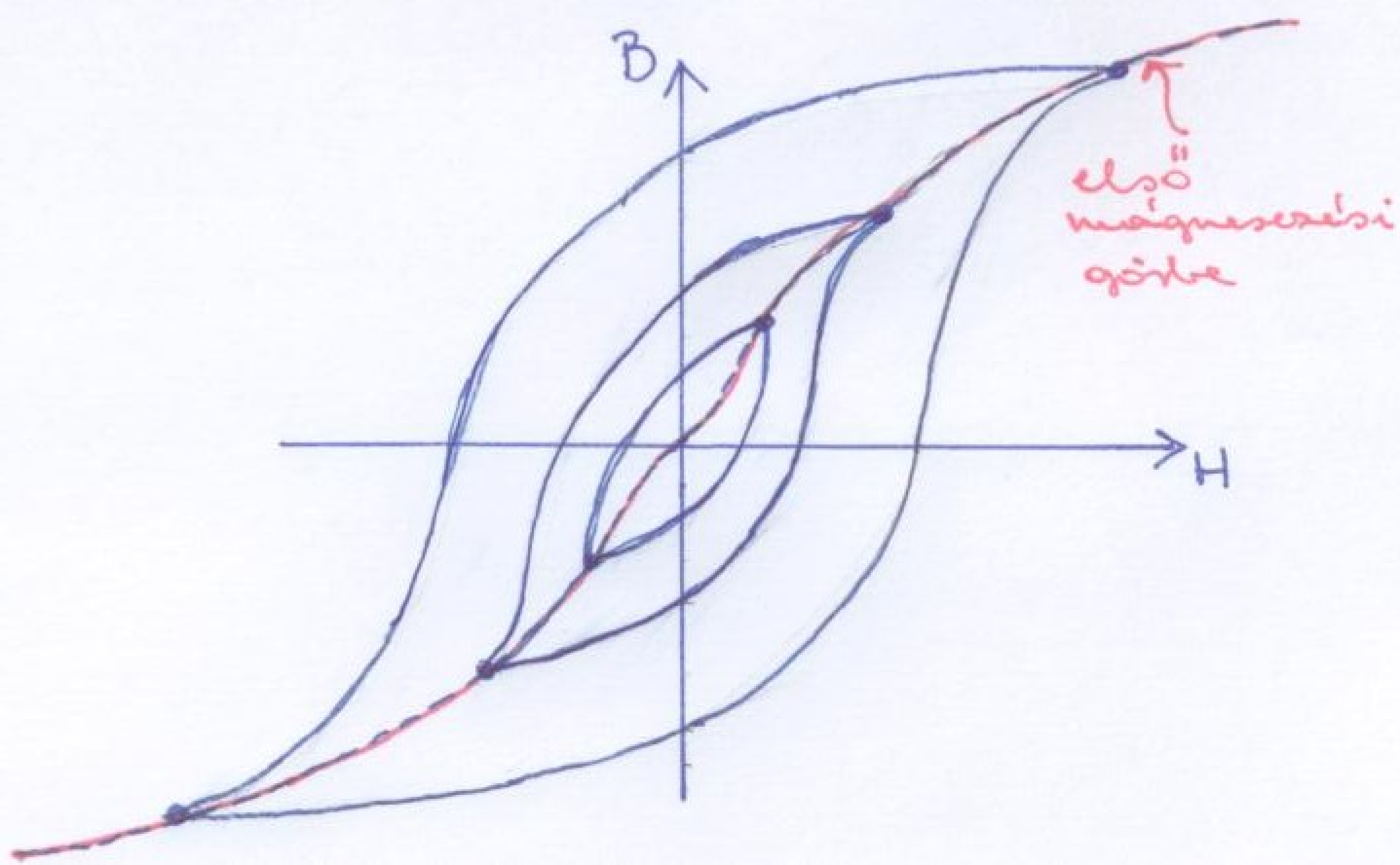


Ha a vasmagot váltakozó mágnesezésnek vetjük alá, úgy, hogy a mágneses térerősség maximumát fokozatosan növeljük, a baloldalon látható görbéket kapjuk.

A görbék csúcspontjai az első mágnesezési görbén fekszenek.

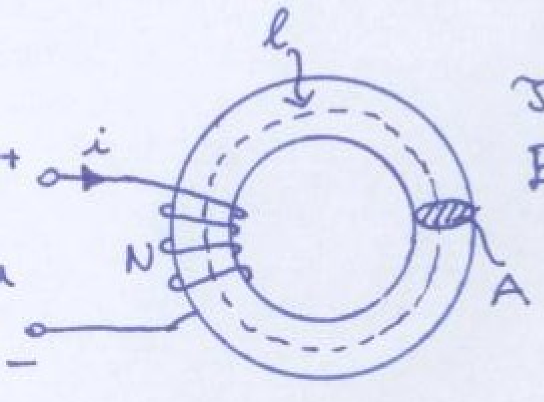
Vannak esetek, amikor a hiszterézis hurok nagyon keskeny.

Ilyen esetekben a hiszterézist elhanyagoljuk, és a B–H közötti kapcsolatot a mágnesezési görbével adjuk meg.



Hiszterézis veszteség (hysteresis loss, der Hystereseverluste)

A hiszterézis veszteség a hiszterézis jelenség hatására létrejövő energiaveszteség. Az energiaveszteség a vasmagot melegíti, vagyis hővé alakul.



Tegyük fel, hogy a toroidnak nincs ellenállása, és Φ fluxus van benne.
Ekkor a feszültség a Faraday-törvénye értelmében

$$u = N\frac{d\Phi}{dt}$$

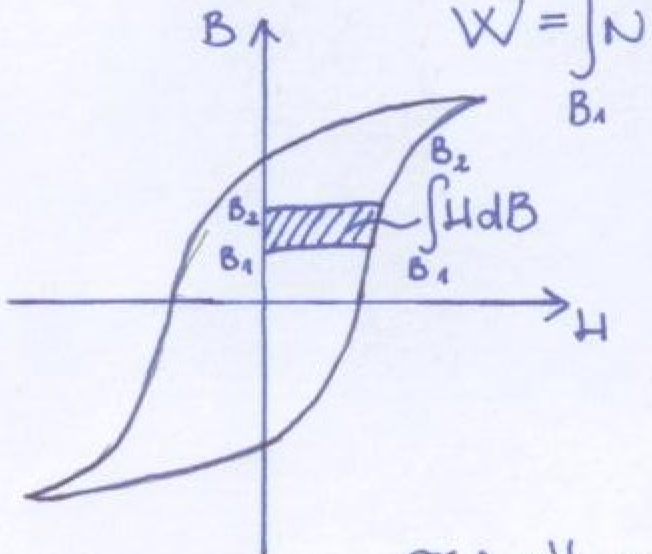
A vasmagban az energia t_1 és t_2 közötti időintervallumban:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p\,dt = \int_{t_1}^{t_2} u\,i\,dt = \int_{t_1}^{t_2} N\frac{d\Phi}{dt}\,i\,dt = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} N\,i\,d\Phi$$

toroidban: $\Phi = BA$; $i = \frac{Hl}{N}$

$$W = \int_{B_1}^{B_2} N\cdot\frac{Hl}{N}A\,dB = lA\int_{B_1}^{B_2} H\,dB = V_v\int_{B_1}^{B_2} H\,dB$$

V_v — vasmag térfogata



Az energia egy teljes periódusra:

$$\boxed{W = V_v \oint H\,dB} = V_h \cdot B\text{–}H \text{ hurok területe} = V_h \cdot w_m$$

$$w_m = \oint H\,dB$$ a vasmag energiasűrűsége

Tehát a hiszterézis okozta veszteség (hiszterézis veszteség):

$$\boxed{P_h = V_v \cdot w_m \cdot f} = \frac{W}{t}$$

f – gerjesztés frekvenciája

A hurok területét komplikált meghatározni, mert nemlineáris és többértékű, és nincs matematikai összefüggés, ami leírja a hurkot pontosan.
Charles Steinmetz nagyon sok mérés eredményeként a villamos gépek anyagaira az alábbi összefüggést találta:

$$w_m \cong K B_{max}^n$$

ahol B_{max} a fluxussűrűség maximuma, n 1,5 és 2,5 közötti szám és K egy konstans.

K és n tapasztalati úton (pl.: mérés) határozható meg.

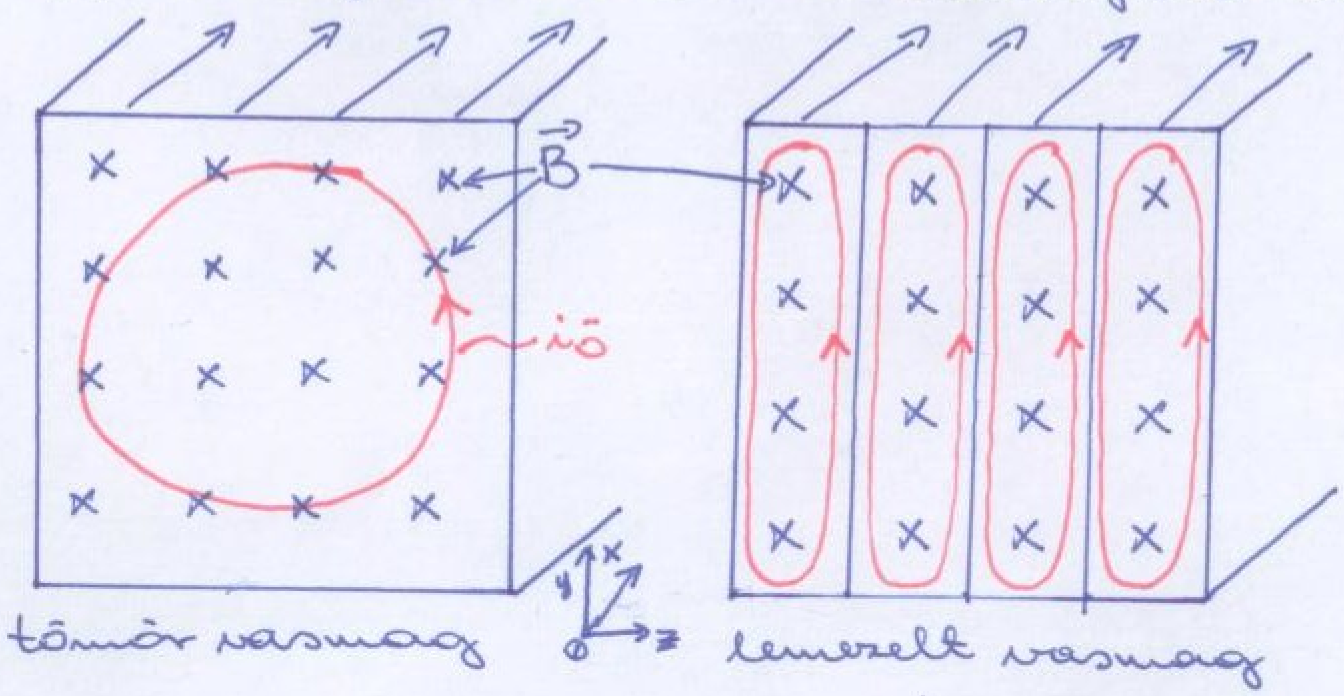
A Steinmetz-egyenlet a hiszterézis veszteségre:

$\boxed{P_h \cong K_h B_{max}^n f}$, ahol K_h konstans függ a vasmag anyagától és térfogatától

Örvényáram veszteség (eddy current loss, der Wirbelstromverlusten)

A mágneses indukció nem csak a tekercsekben, hanem a vastestben is indukál feszültséget, és mint egy rövidrezárt menetben áramot ($i_ö$ - örvényáramot) indít, mert a vastestnek is van ohmos ellenállása (rezisztenciája).

Az örvényáram okozta veszteség ($P_ö = i_ö^2 R$), amely szintén melegedést eredményez.

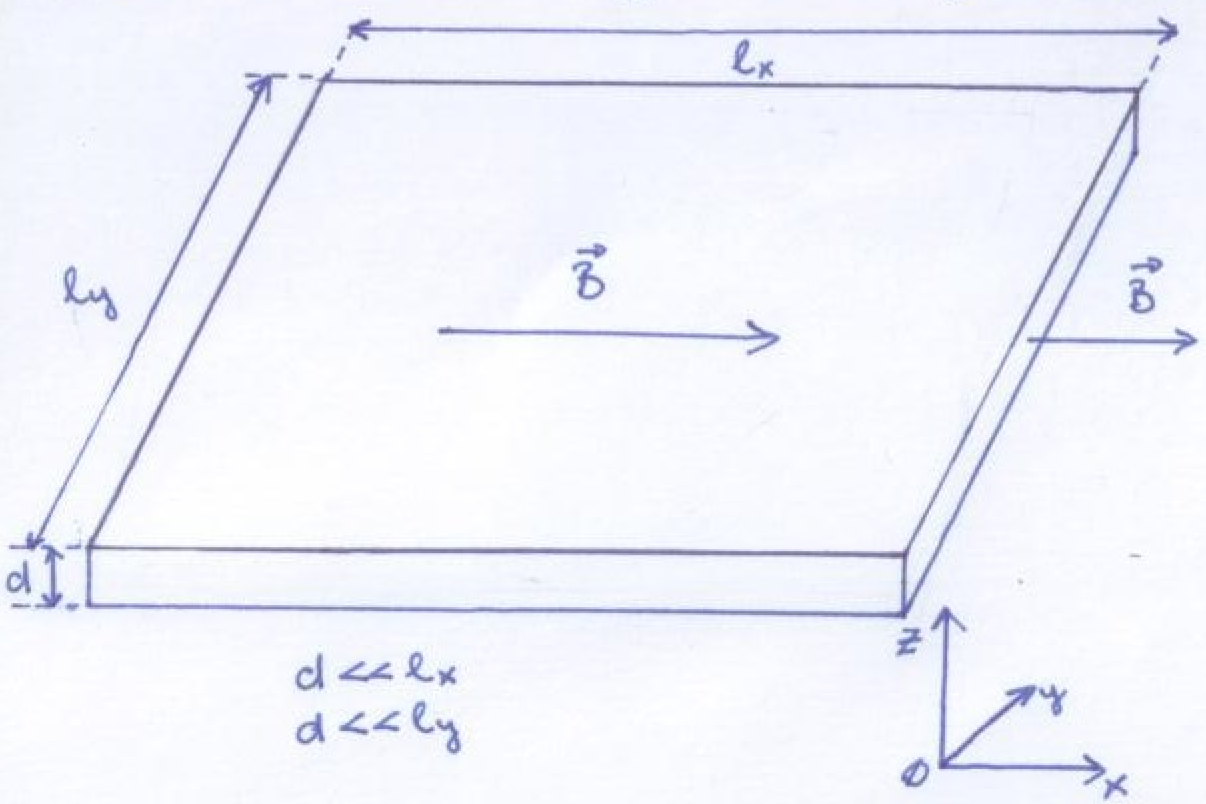


Az örvényáram veszteséget kétféleképpen lehet csökkenteni:

1) A vasmag szilícium (Si) ötvözésével (≈4%), mely növeli a vasmag fajlagos ellenállását (ρ), tehát az ellenállását.
2) A vasmag lemezelésével, melynek síkja párhuzamos az indukcióvonalakkal, melyek egymástól vékony lakk vagy kerámia réteggel szigeteltek.

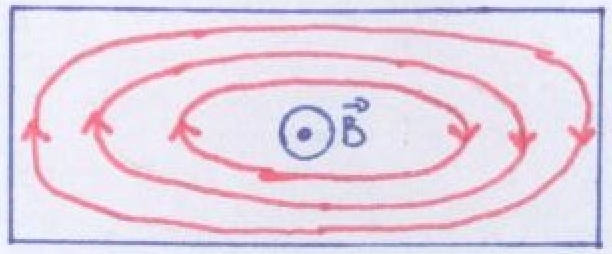
A lemezvastagság villamos gépekben: 0,2 – 5 mm

A lemezelt vasmag esetében jól látható, hogy a fluxussűrűség párhuzamos a lemez 0x irányával.



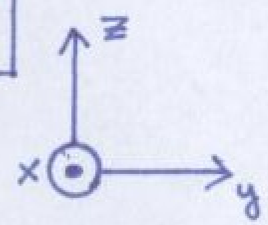
A lemez l_x és l_y méretei jóval nagyobbak a lemez vastagságánál (d). Ez azt jelenti, hogy a lemez vékony, és az indukált feszültség hatása nem számottevő a $\vec{B}$ fluxussűrűségre.

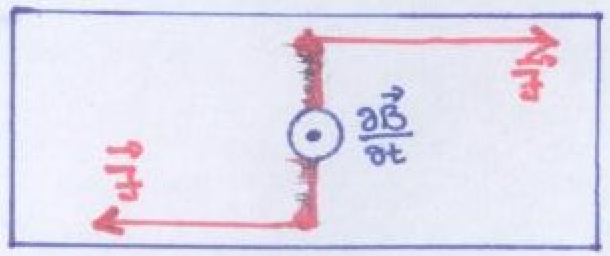
Így feltételezhetjük, hogy az indukált áramsűrűség $\vec{J}$ nem függ vagy az x- vagy az y-koordinátától.



A veszteség képletének levezetéséhez induljunk ki a Faraday indukciótörvényéből, és a $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ összefüggésből.

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \longrightarrow \det\begin{bmatrix} e_x & e_y & e_z \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ 0 & E_y & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial B_x}{\partial t} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$





Øy a $\vec{J}$ fő iránya

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \frac{\partial B_x}{\partial t} \longrightarrow E_y(z) = \frac{\partial B_x}{\partial t} z + k$$

$$z = 0 \quad E_y = 0 \longrightarrow E_y(z) = 0 = \frac{\partial B_x}{\partial t} 0 + k \Longrightarrow k = 0$$

Az egyenlet megoldása: $E_y(z) = \frac{\partial B_x}{\partial t} z$

A veszteség a lemezben: $P_ö = \int_V \sigma E_y^2 \, dV$ ahol V a lemez térfogata ($V = l_x \cdot l_y \cdot d$)

$$P_ö = \int_V \sigma \left(\frac{\partial B_x}{\partial t} z\right)^2 dV = \sigma \left(\frac{\partial B_x}{\partial t}\right)^2 \int_0^{l_x}\int_0^{l_y}\int_{-d/2}^{d/2} z^2 \, dx\,dy\,dz = \frac{\sigma}{12}\left(\frac{\partial B_x}{\partial t}\right)^2 l_x l_y d^3 = \frac{\sigma d^2}{12}\left(\frac{\partial B_x}{\partial t}\right)^2 V \quad [W]$$

$$P_ö'' = \frac{\sigma d^2}{12}\left(\frac{\partial B_x}{\partial t}\right)^2 \quad [W/m^3]$$

A veszteség egy T periódusra: $P_ö = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{1}{T} \int_T \left(\frac{\partial B_x}{\partial t}\right)^2 dt \quad [W/m^3]$

A fluxus és a fluxussűrűség is szinuszosan változik, $B_x = B_{max} (\cos \omega t)$, vagyis a derivált $\frac{\partial B_x}{\partial t} = -\omega B_{max} \sin(\omega t)$, melyet visszahelyettesítve

$$P_ö = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{1}{T} \int_T \omega^2 B_{max}^2 \sin^2(\omega t)\, dt = \frac{\sigma d^2}{12} \omega^2 B_{max}^2 \frac{1}{T} \int_T \underbrace{\sin^2(\omega t)}_{\sin^2(\omega t) \text{ átlaga } 1/2} dt$$

$$\boxed{P_ö = \frac{\sigma d^2}{24} \omega^2 B_{max}^2} = \frac{\sigma d^2}{24} 4\pi^2 f^2 B_{max}^2 = \frac{\sigma d^2 \pi^2}{6} f^2 B_{max}^2 = K_ö f^2 B_{max}^2$$

A $K_ö$ konstans függ az anyag vezetőképességétől és négyzetesen a lemez vastagságától.

Tehát az örvényáram okozta veszteség (melegedés). $\boxed{P_ö = K_ö f^2 B_{max}^2}$ időben változó fluxus esetén.

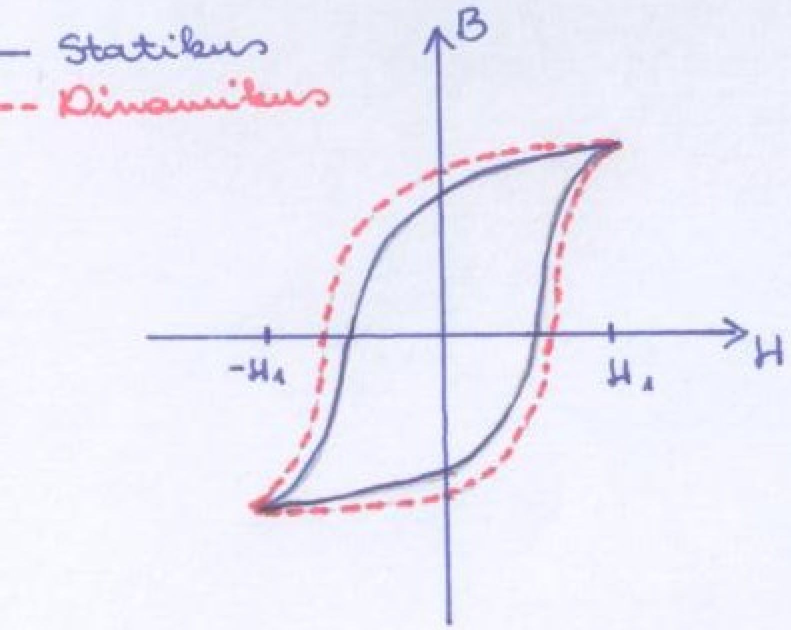
Vasveszteség (core loss, der Eisenverlust)

Az örvényáram veszteség (Pö) és a hiszterézis veszteség (P_h) együttesen a vasveszteség.

$$\boxed{P_v = P_h + P_ö}$$

Ha a gerjesztőáram frekvenciája alacsony ($f < 10\,Hz$), az indukálódó örvényáram elhanyagol-hatóan kicsi.

A lassan változó mágneses térerősség esetén a B-H hurkot hiszterézis huroknak vagy statikus huroknak nevezzük.



Ha a gerjesztőáram frekvenciája nagy, a hiszterézisgörbe kiszélesedik, a már el nem hanyagolható örvényáramok miatt. A kiszélesedett hurkot dinamikus huroknak nevezzük.

A hurok kiszélesedésének oka, hogy az örvényáramok által létrehozott magnetomotoros erő a fluxusváltozás ellen hat. Ahhoz, hogy a kívánt fluxus érték legyen a mágneses körben, nagyobb árammal kell gerjeszteni. A nagyobb áram okozza a hurok kiszélesedését.

A vasveszteség számítása kétféleképpen történhet:

1) $\boxed{P_v = P_h + P_ö = K_h B_{max}^n f + K_ö B_{max}^2 f^2}$

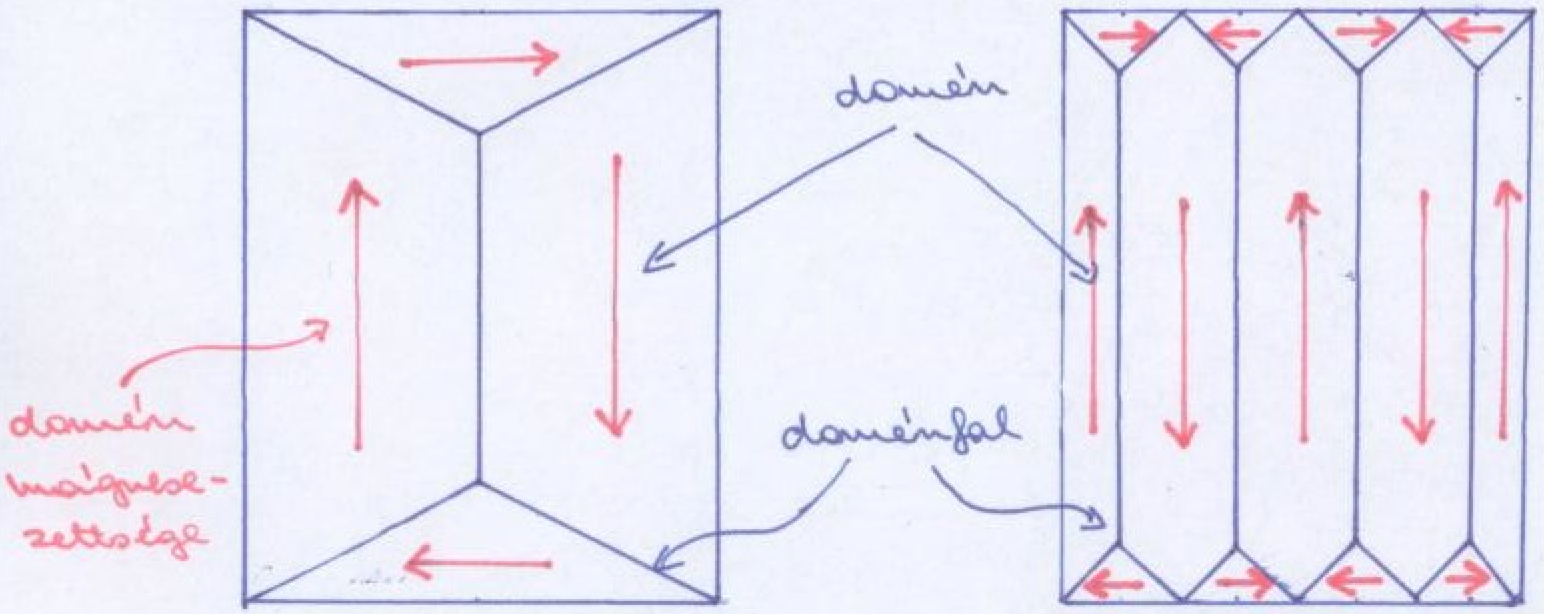
2) $\boxed{P_v = V_v \cdot f \cdot \underbrace{\oint H dB}_{\text{dinamikus hurok területe}}}$

A vasveszteség wattmérővel könnyen megmérhető. Azonban nem egyszerű meghatározni belőle mennyi az örvényáram veszteség és a hiszterézis veszteség.

Itt érdemes megemlíteni, hogy a vasveszteség fenti képlete nem teljes. A veszteségnek van egy harmadik összetevője, az ún. járulékos veszteség (P_j).

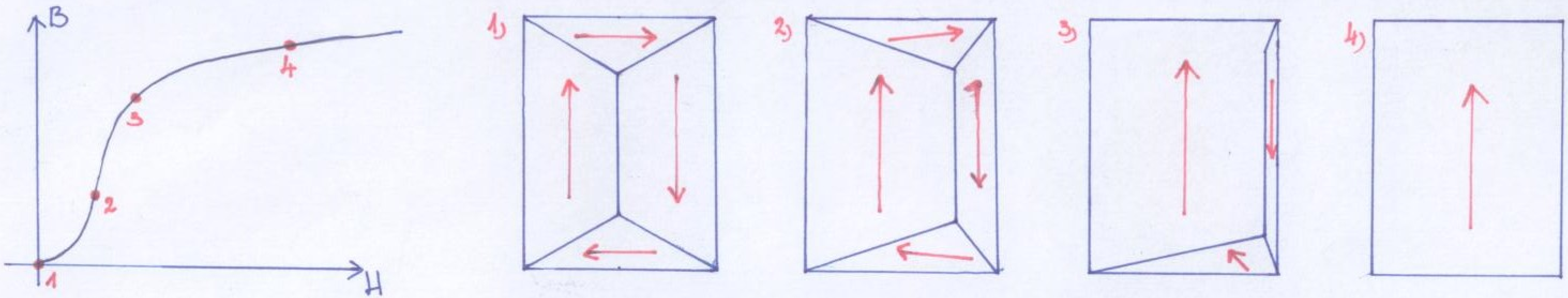
A járulékos veszteség a mágneses anyag makroszkópikus szerkezetében történő változásokkal magyarázható.

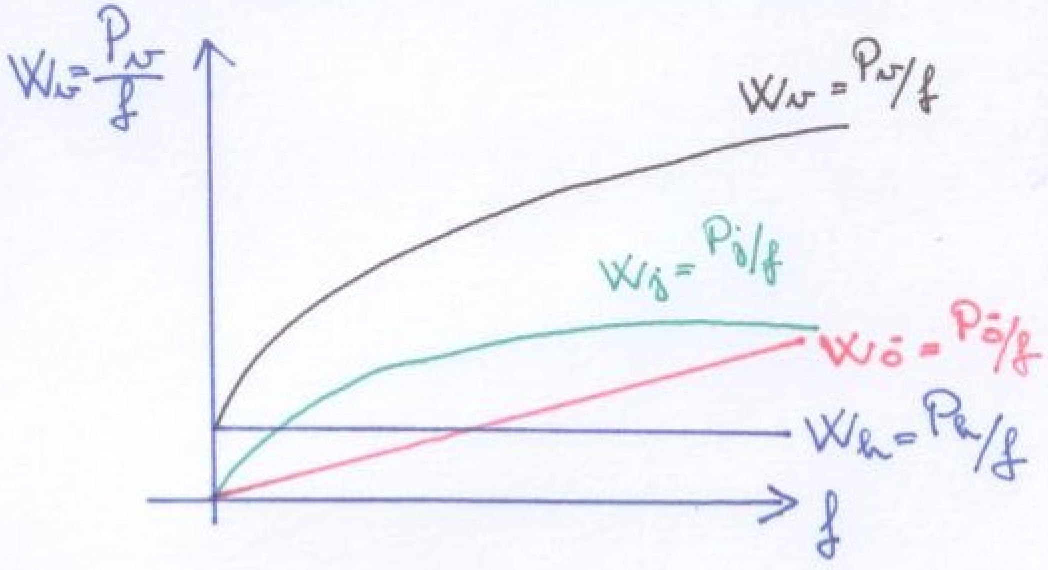
A ferromágneses anyagban léteznek olyan tartományok (domének), melyeken belül az összes mágneses momentum azonos irányba mutat, de a domének egymáshoz képest eltérő makroszkópikus momentummal rendelkeznek.



Az ábrákon két olyan anyag látható, mely kifelé nem mutat mágnesezettséget, a domének irányeloszlása miatt.

Azonban külső mágneses tér alkalmazásával a mágneseződési folyamat doménfalmozgással és a domének mágnesezettségének forgásával jár.





A járulékos veszteség (P_j) szintén melegedésként jelentkező veszteség. A doménfalmozgás súrlódással jár, mely hőt termel. Az ábrán az egyes veszteségek alakulását lehet látni, a frekvencia függvényében (a görbék arányaiban nem felelnek meg a valóságnak, csak jellegre helyesek).

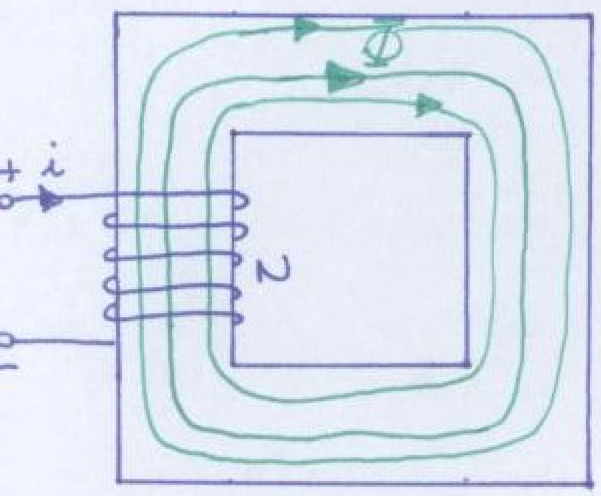
A hiszterézis veszteség közel állandó.

Az örvényáram veszteség a frekvencia növelésével egyre nagyobb.

A járulékos veszteség közelítőleg $\sqrt{f}$-el arányos ($W_j \propto \sqrt{f}$).

Szinuszos gerjesztés (sinusoidal excitation, die Sinusanregung)

A váltakozóáramú (AC) villamos gépekben (ahogy sok más alkalmazásban szintén) a feszültség és a fluxus szinuszosan változik az időben.



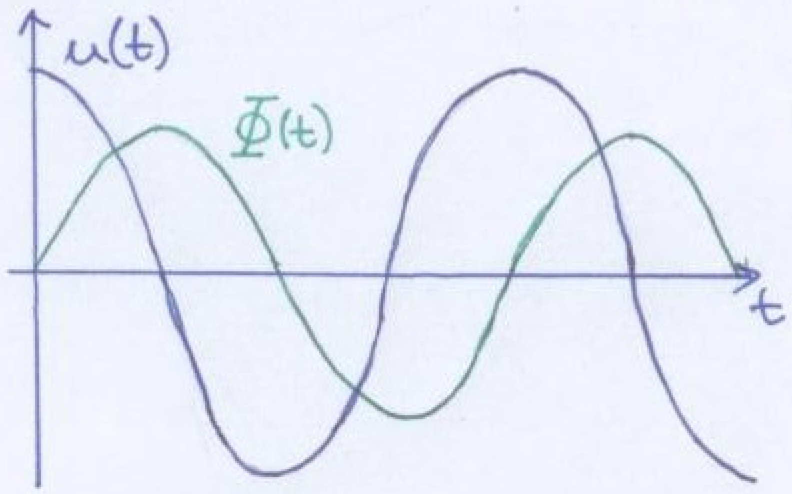
A jobboldalon látható tekercs–vasmag elrendezésben a fluxus szinuszosan változik az időben:

$$\Phi(t) = \Phi_{max}\sin(\omega t)$$

ahol Φ_{max} – a fluxus amplitúdójának maximuma

$\omega = 2\pi f$ – a körfrekvencia

f – a gerjesztés frekvenciája



A Faraday–törvény értelmében feszültség indukálódik az N menetű tekercsben:

$$u(t) = N\frac{d\Phi}{dt} = N\Phi_{max}\,\omega\cos(\omega t) = U_{max}\cos(\omega t)$$

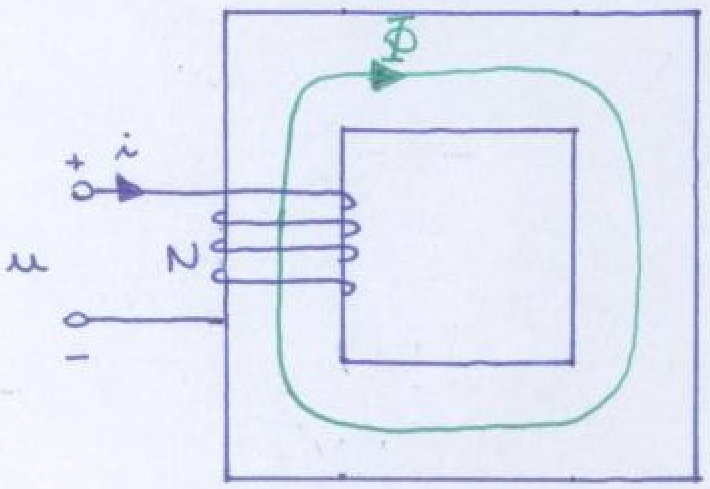
Ha a fluxus szinuszosan változik, akkor az indukált feszültség koszinuszosan, vagyis a feszültség 90°-ot siet a fluxushoz képest.

Az indukált feszültség négyzetes középértéke:

$$U_{RMS} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{N\Phi_{max}\,\omega}{\sqrt{2}} = \underbrace{4{,}44}_{\frac{2\pi}{\sqrt{2}}} N\Phi_{max} f$$

$$\boxed{U_{RMS} = 4{,}44\, N\Phi_{max} f}$$

Példa A gerjesztőjel egy 100V amplitúdójú 50Hz-es négyszögjel. A menetszám 500 és a vasmag keresztmetszetének területe 0,001 m^2. Feltételezzük, hogy a tekercsnek nincs ellenállása.



a) Számítsuk ki a fluxus maximumát, és rajzoljuk fel a feszültség és a fluxus időfüggvényét.

b) Számítsuk ki az U_{max}-ot, ha a $B_{max} = 1{,}2T$.

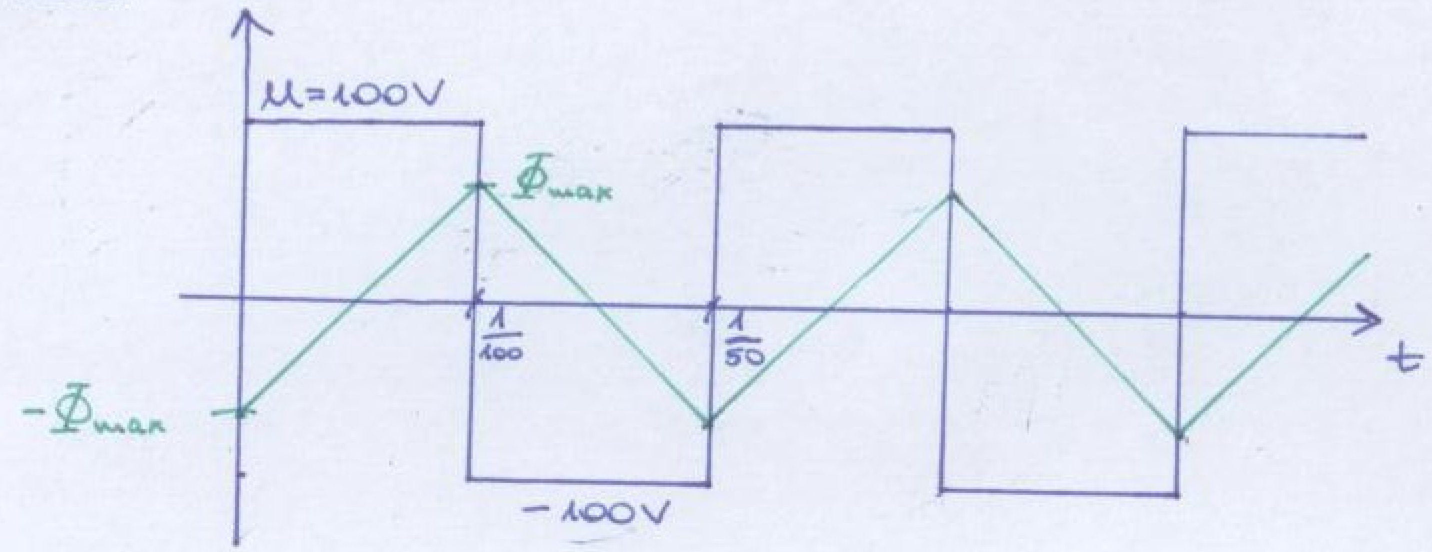
a) $u = N \dfrac{d\Phi}{dt} \longrightarrow u\,dt = N\,d\Phi$

$N\Delta\Phi = u\Delta t \equiv$ fluxuskapcsolódás változása $=$ feszültség-idő szorzattal

Állandósult állapotban, a feszültség pozitív félperiódusa alatt a fluxus a negatív maximumtól ($-\Phi_{max}$) a pozitív maximumig (Φ_{max}) változik.

$$500 \cdot 2\Phi_{max} = 100 \cdot \frac{1}{100}$$

$$\Phi_{max} = \frac{1}{1000} = \underline{\underline{0{,}001\,Wb}}$$



b) $B_{max} = 1{,}2T$

$$\Phi_{max} = B_{max} \cdot A = 1{,}2 \cdot 0{,}001 = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\,Wb$$

$$N\,2\,\Phi_{max} = U_{max} \cdot \frac{1}{2f}$$

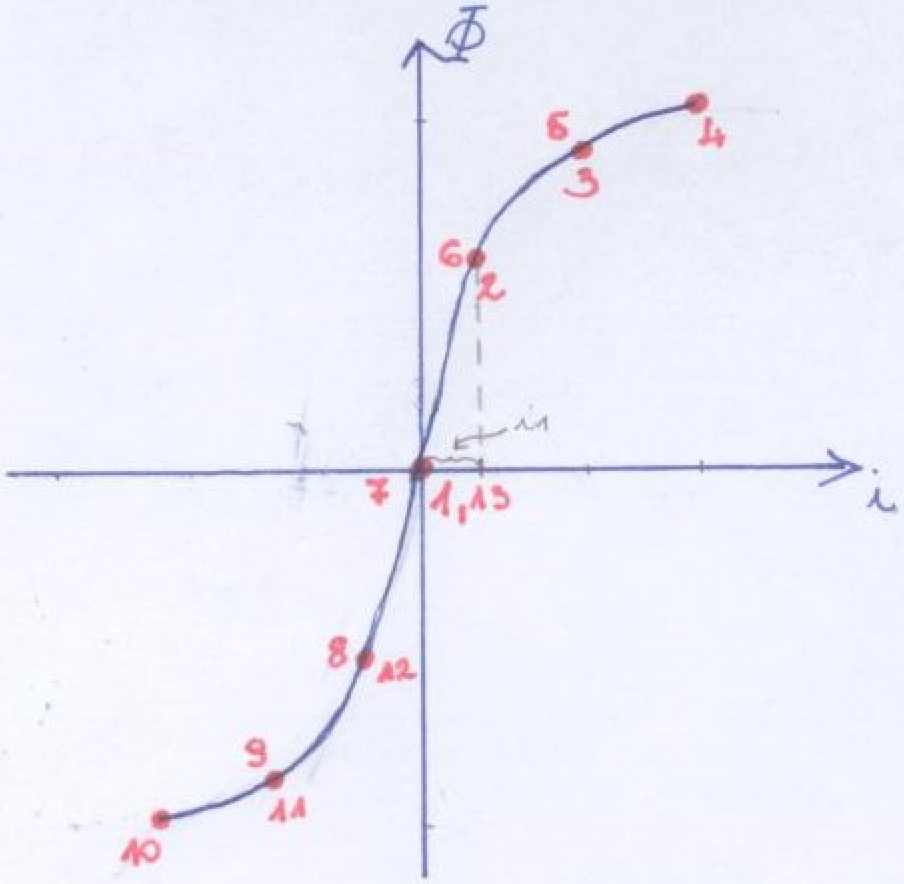
$$500 \cdot 2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3} = U_{max} \cdot \frac{1}{2 \cdot 50} \longrightarrow U_{max} = 1000 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot 100 = \underline{\underline{120V}}$$

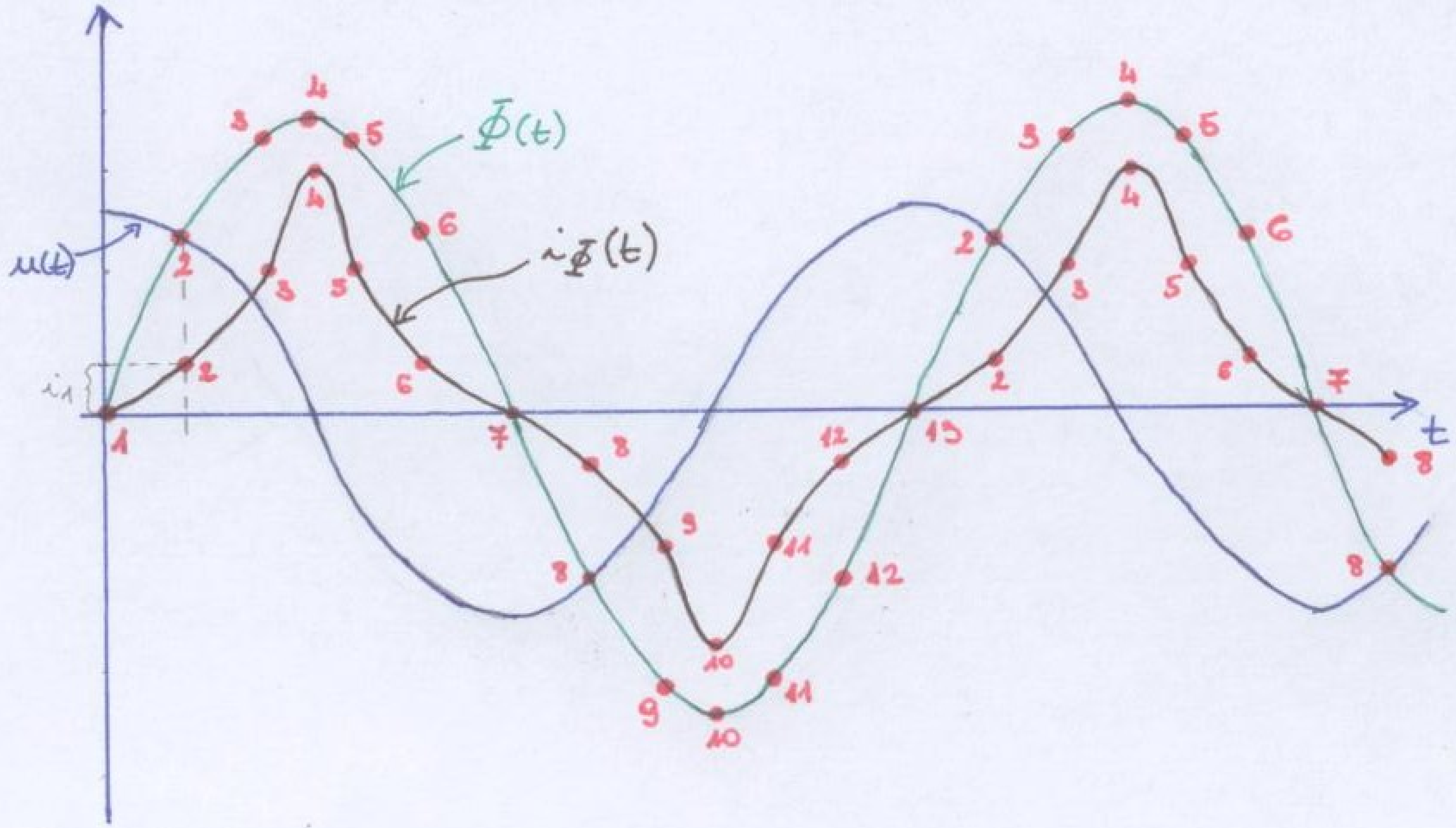
Gerjesztő áram (exciting current, der Erregerstrom)

Ha egy tekercs-vasmag elrendezést szinuszos feszültségforrásra kapcsolunk áram indul meg a tekercsben, mely szinuszos fluxust létesít a vasmagban. Az áramot gerjesztő áramnak (i_Φ) nevezzük. Ha a ferromágneses vasmag B-H karakterisztikája nemlineáris, a gerjesztő áram nem szinuszos.

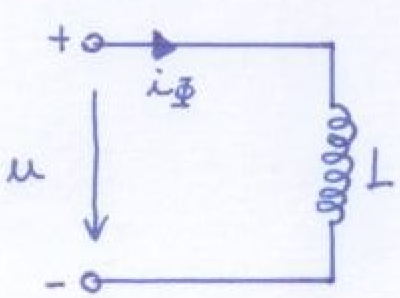
- Hiszterézis nélkül

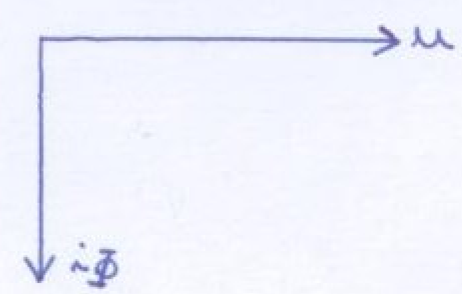
Először hiszterézis nélkül vegyük figyelembe a B-H karakterisztikát. A B-H karakterisztika átalakítható ($\Phi = BA$; $i = \frac{Hl}{N}$) Φ-i karakterisztikává.





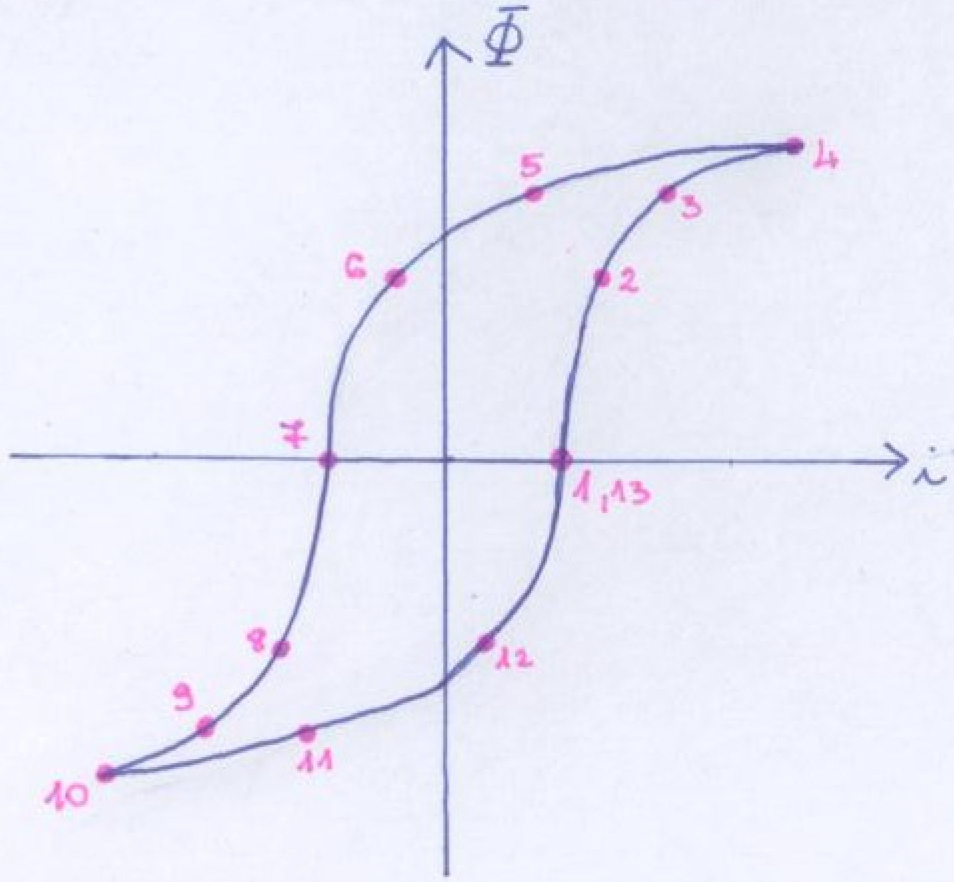
A gerjesztő áram i_Φ nem szinuszos, de szimmetrikus és a feszültséghez képest 90°-ot késik. Ebben az esetben nincs veszteség, a hiszterézis hiánya miatt, ami a veszteséget képviseli. Tehát a gerjesztőtekercs egy tisztán induktív elemmel lehet modellezni.

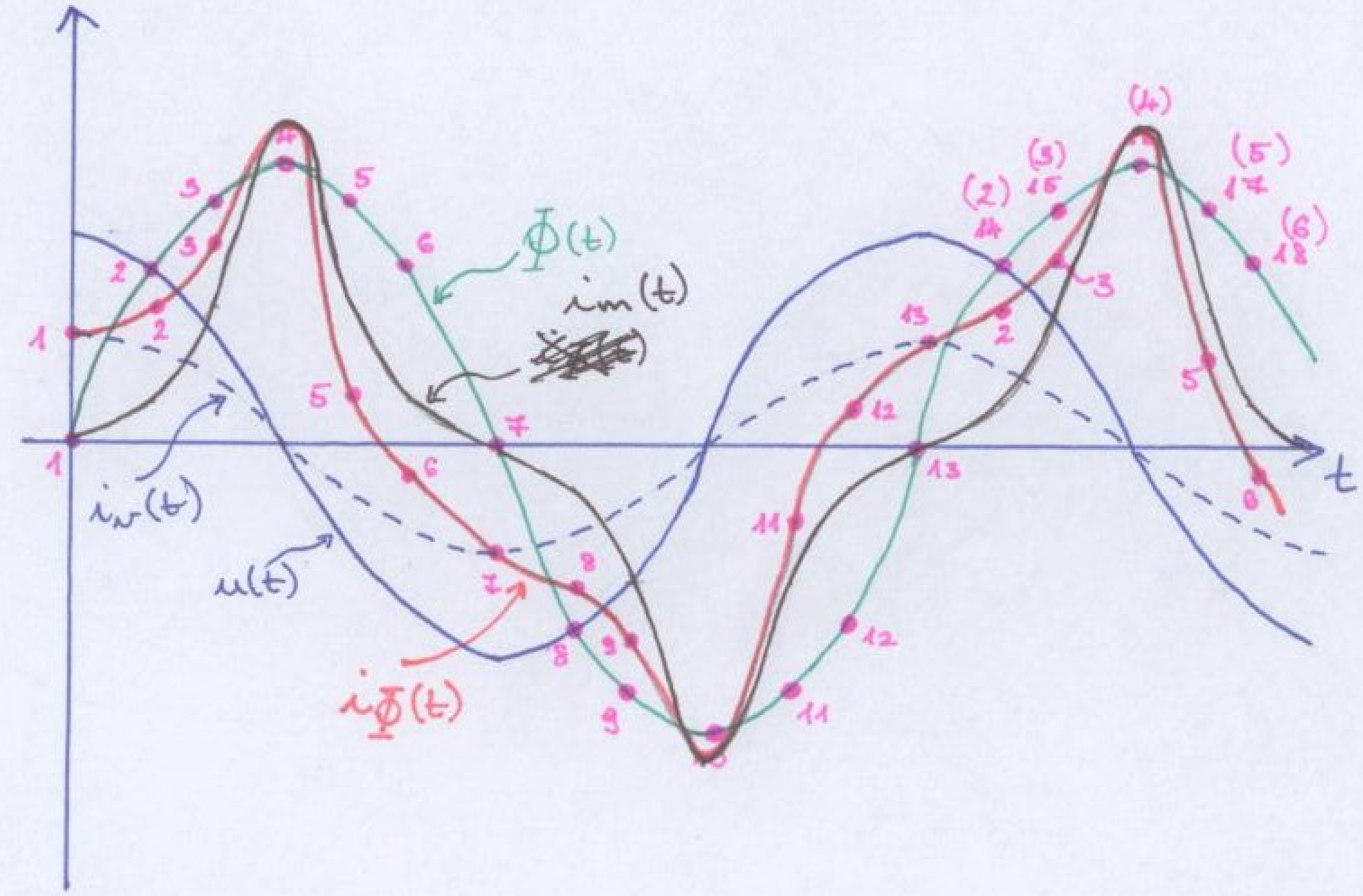




Hiszterézissel

A vasmag hiszterézisének figyelembevételével a gerjesztő áram időfüggvénye ($i_\Phi(t)$) a szinuszos fluxusból és a vasmag Φ-i karakterisztikájából állítható elő.





Ebben az esetben a gerjesztő áram szintén nem szinuszos, de most aszimmetrikus.

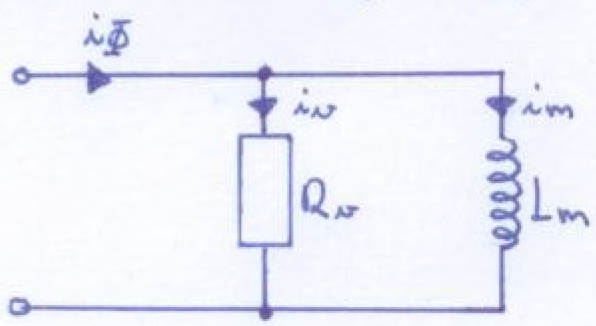
A gerjesztőáram (i_Φ) két részre bontható. Az egyik rész, i_v (a feszültséggel fázisban van) a veszteség számítása miatt, a másik, i_m (a fluxussal van fázisban és szimmetrikus) a vasmag mágnesezettségének számítása miatt.

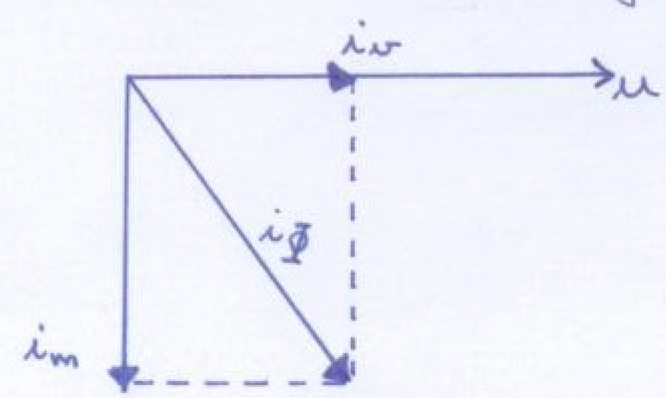
$$\boxed{i_\Phi = i_v + i_m}$$

Az $i_\Phi = i_m$, ha a hiszterézist elhanyagoljuk.

A gerjesztőtekercs ebben az esetben egy ellenállással (R_v) és egy induktivitással (L_m) modellezhető.

R_v – a vasveszteséget képviseli L_m – a vasmag mágnesezettsége

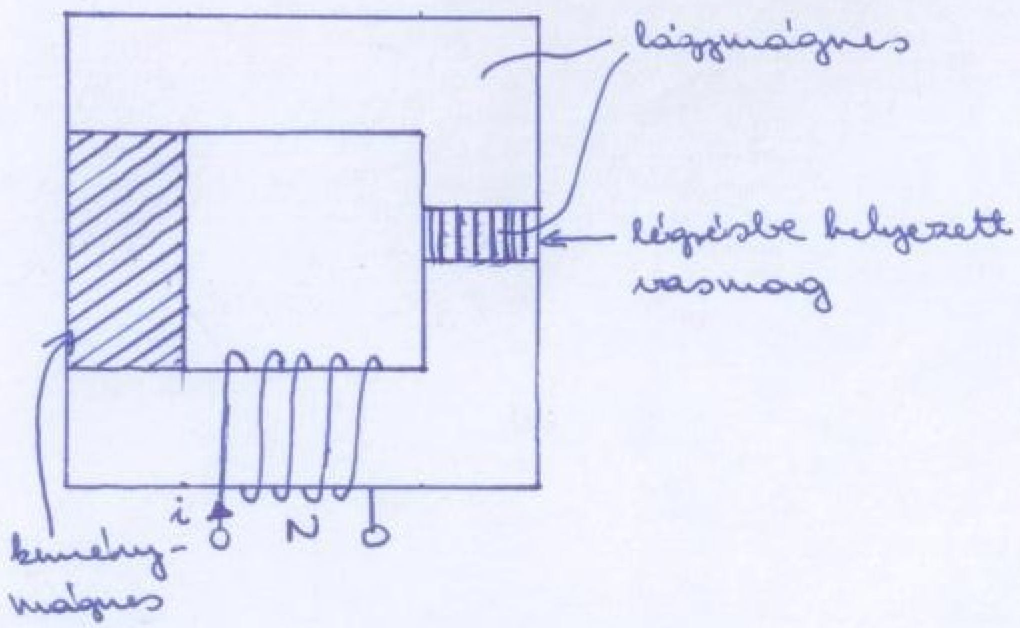


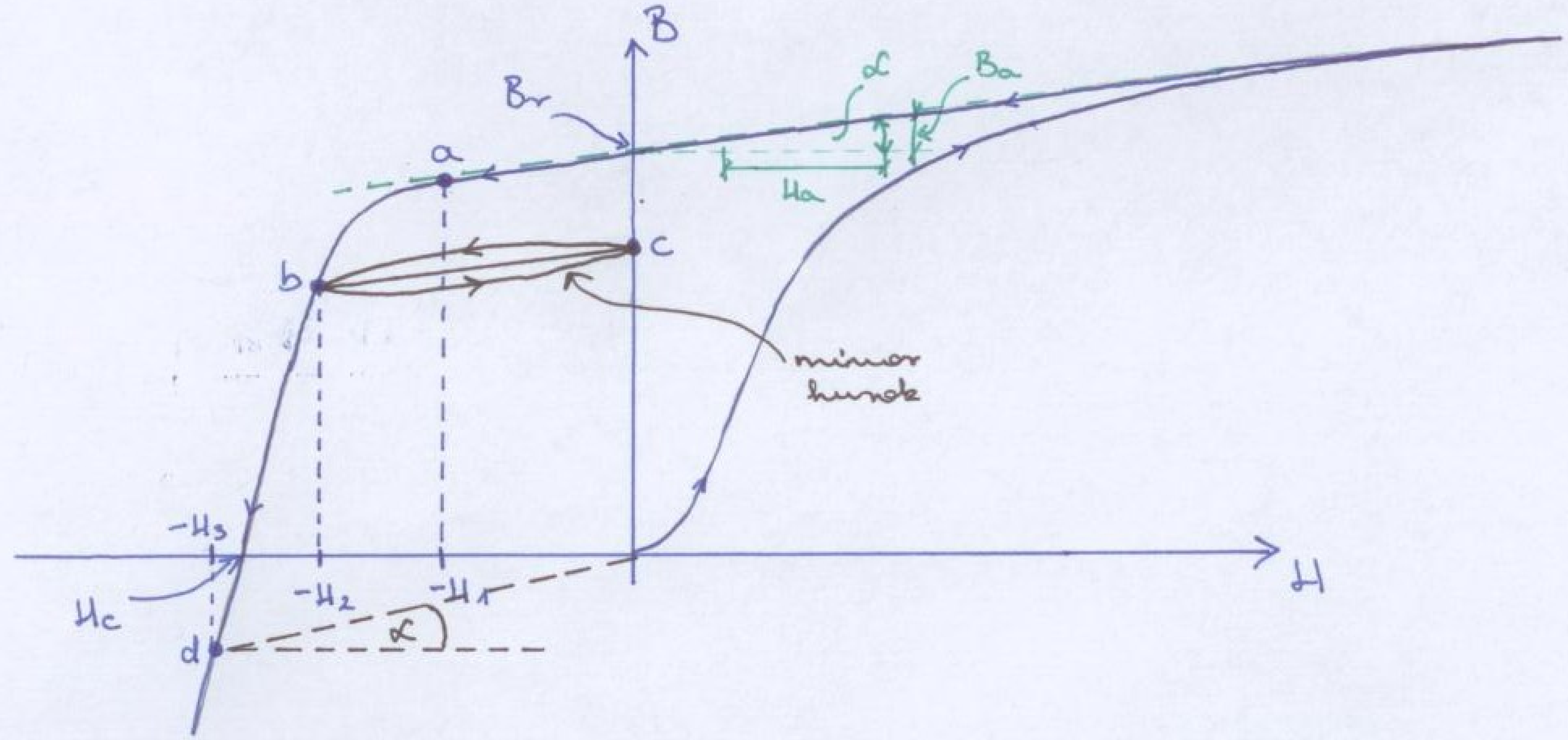


Állandó mágnes (permanent magnet, der Dauermagnet)

Az állandó mágnes képes fenntartani egy mágneses teret, bármiféle gerjesztés (magnetomotoros erő) nélkül.
Az állandó mágnes általában vas, nikkel és kobalt ötvözet. A karakterisztikájuk egy nagyon széles B-H hurok, nagy remanenciával (B_r) és nagy koercitív erővel (H_c).
Ezeket az ötvözeteket hőkezelik, amitől az anyag mechanikailag megszilárdul.
Az állandó mágneseket még keménymágneses anyagnak is nevezik. Más mágneses anyagokat pedig lágymágneses anyagoknak.

Állandó mágnes mágnesezése



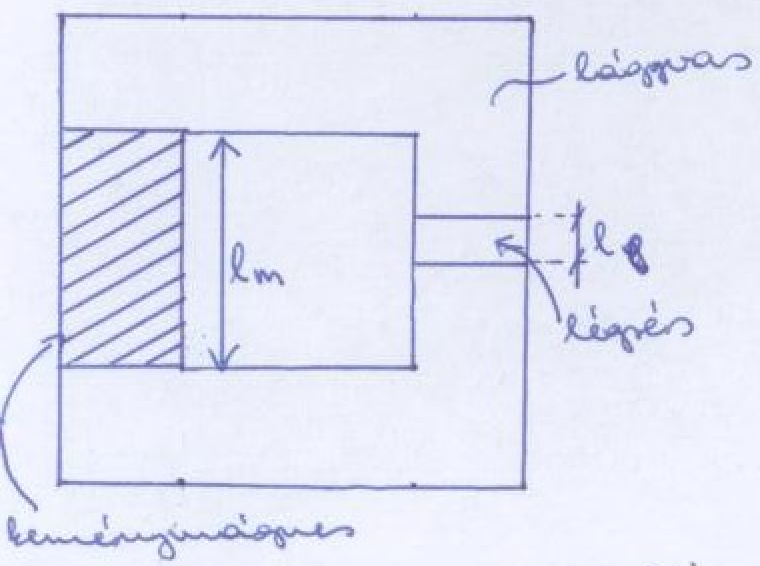


A fenti zárt mágneses körbe helyezett állandó mágnes mágnesezetlen, $B = 0$; $H = 0$. Egy kellően nagy magnetomotoros erővel gerjesztve a mágnesben visszamarad valamennyi fluxussűrűség, amelyet remanenciának (remanens fluxusnak, B_r) nevezünk.
Negatív mágneses térerősséget alkalmazva a működési pont eltolódik, $-H_1$ esetén az a-pontba, $-H_2$ esetén a b-pontba. Ha a mágneses térerősséget változtatjuk $-H_2$ és 0 között, akkor az ábrán jelölt minor hurkot fogja a karakterisztika követni. A minor hurok keskeny, ezért a gyakorlatban egy egyenessel (b-c egyenes) helyettesítjük.
Ezen vonalak mindegyike párhuzamos a karakterisztikának a B_r pontba vett érintőjével, vagyis mindegyik α szöget zár be az X-tengellyel (H-tengely).
A b-c egyenes meredeksége a differenciális permeabilitás, ami $\tan(\alpha) = \frac{B_a}{H_a}$.

Azonban vigyázni a mágnes működési pontjaira, mivel ha a $-H_2$ teret alkalmazom, a mágnes veszt a remanenciájából, mert a C-pontban lesz az új B_r. A fenti ábra esetében fontos, hogy ne kerüljünk az a-pont alá. Például $-H_3$ térerősséget alkalmazva, a mágnes teljesen elveszti a remanenciáját.

Állandó mágnes közelítő tervezése

Az előzőekben felmágneseztük az állandó mágnest, és a mágnes remanenciája B_r.
Ha kivesszük a zárt mágneses körből a légrésbe helyezett vasmagot, akkor egy légréses mágneses kört kapunk, ahol a légrés az aktív rész, ahogy a legtöbb légréses alkalmazásban.



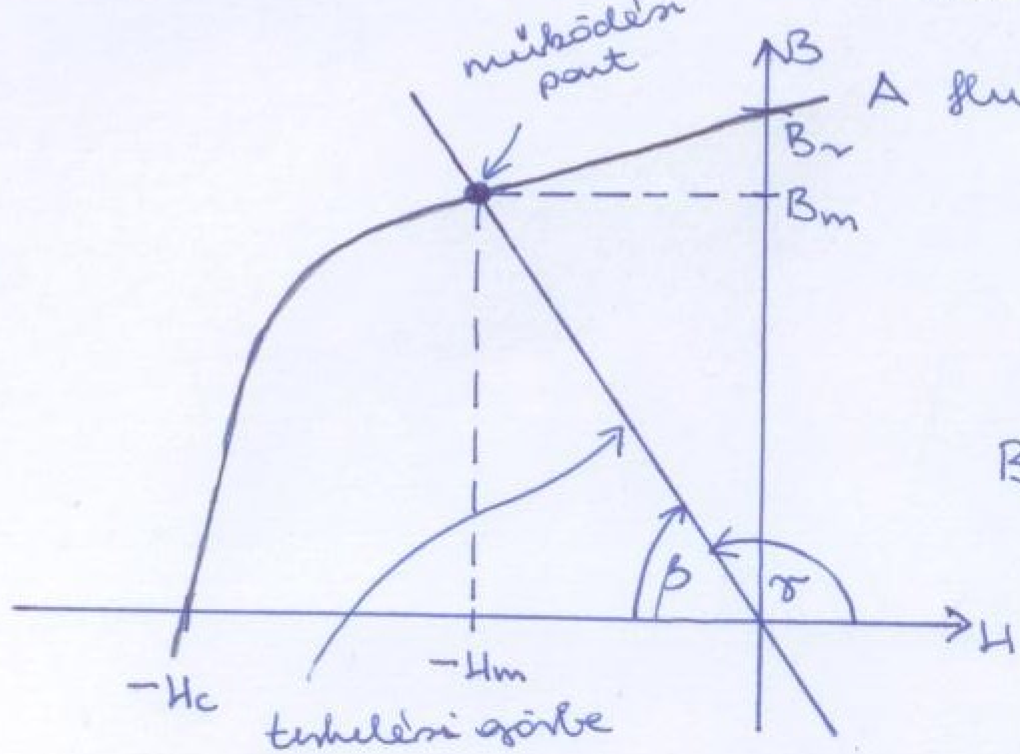
Ahhoz, hogy meghatározzuk az eredő fluxussűrűséget a mágnesben és a légrésben, feltételezzük, hogy nincs szórt fluxus és szórás a légrésben.

Felírva a körre az Ampère-törvényt:

$$H_m l_m + H_v l_v + H_e l_e = 0$$

A vasmagban a térerősség közel 0, vagyis $H_v \approx 0$, tehát

$$H_m l_m = -H_e l_e \longrightarrow H_e = -\frac{l_m}{l_e} H_m$$



A fluxus folytonossága miatt

$$\left.\begin{array}{l} \Phi_m = \Phi_e \longrightarrow B_m A_m = B_e A_e \longrightarrow B_m = B_e \dfrac{A_e}{A_m} \\ B_e = \mu_0 H_e \end{array}\right\} B_m = \mu_0 H_e \frac{A_e}{A_m}$$

$$B_m = \mu_0 \left(-\frac{l_m}{l_e} H_m\right) \frac{A_e}{A_m} \longrightarrow \boxed{B_m = -\mu_0 \frac{A_e}{A_m} \frac{l_m}{l_e} H_m}$$

A képlet egy az origón átmenő egyenest ír le, amit az állandó mágnes terhelési görbéjének neveznek.

A terhelési görbe és a lemágnesezési görbe metszéspontja a keménymágnes működési pontja, a mágneses kör esetében.

$$\tan(\gamma) = \frac{B_m}{H_m} = -\mu_0 \frac{A_e}{A_m} \frac{l_m}{l_e}$$

$$\beta = \arctan\left(\mu_0 \frac{A_e}{A_m} \frac{l_m}{l_e}\right)$$

A mágneses kör légrésének fluxusa:

$$\left.\begin{array}{l} H_m l_m = -H_e l_e = -\dfrac{B_e l_e}{\mu_0} \\ \Phi_m = \Phi_e \rightarrow B_m A_m = B_e A_e \end{array}\right\} \text{összeszorozzuk a két egyenletet} \rightarrow H_m l_m B_m A_m = -\frac{B_e^2 l_e A_e}{\mu_0} \qquad \left[\begin{array}{l} V_m = A_m l_m \\ V_e = A_e l_e \end{array} \text{– térfogatok}\right]$$

$$H_m B_m V_m = -\frac{B_e^2 V_e}{\mu_0} \rightarrow B_e = \sqrt{-H_m B_m \mu_0 \frac{V_m}{V_e}}$$

Egy adott légrésben, hogy elérjük a kívánt fluxust, tudnunk kell mekkora mágnesre van szükség.

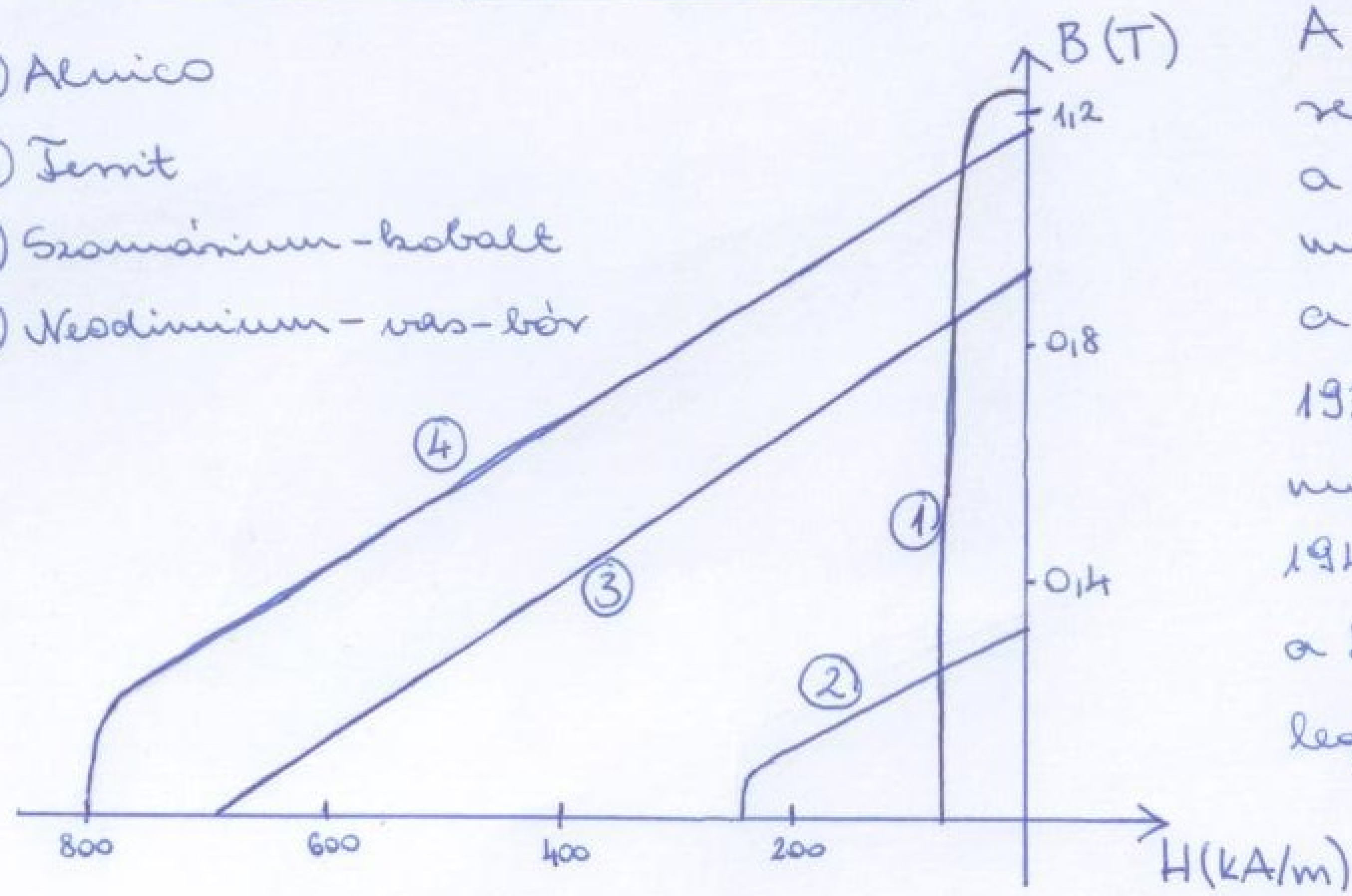
A mágnes térfogata: $V_m = A_m l_m = \dfrac{B_e A_e}{B_m} \cdot \dfrac{H_e l_e}{H_m} = \dfrac{B_e^2 V_e}{\mu_0 B_m H_m}$

ahol $V_e = A_e l_e$ a légrés térfogata.

$$\boxed{V_m = \frac{B_e^2 V_e}{\mu_0 B_m H_m}}$$

Állandó mágnes anyagok

1. Alnico
2. Ferrit
3. Szamárium-kobalt
4. Neodímium-vas-bór



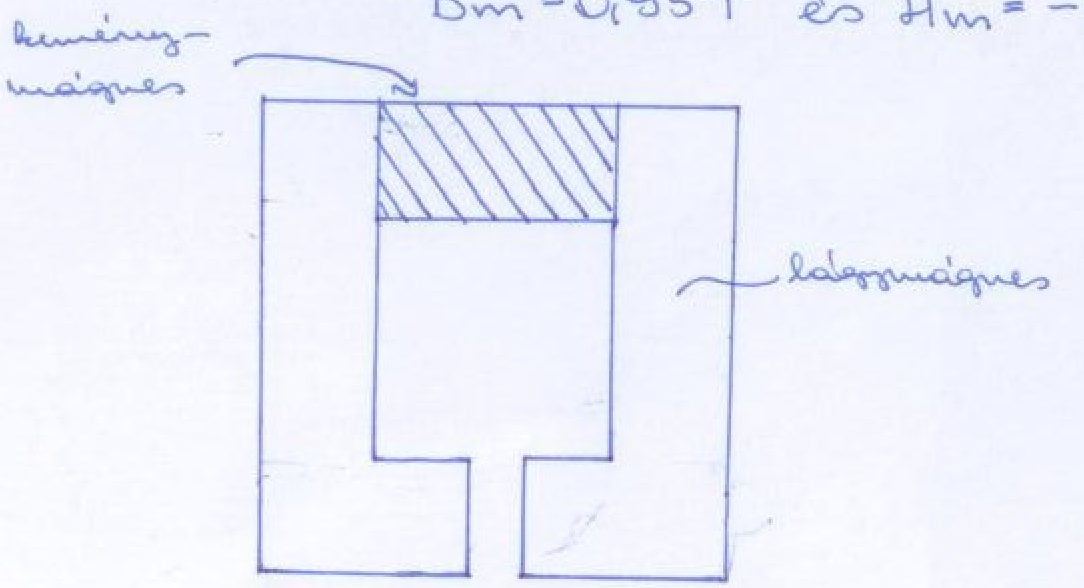
A jó állandó mágnesnek nagy a koercitív térerőssége (H_c), ahogy a remanens fluxussűrűsége (B_r) is nagy. A nagy koercitív erő fontos a lemágneseződés elkerülése végett. A nagy remanencia a mágnes kapacitása miatt fontos, mekkora mágneses teret létesít a mágneses körben.

1930-ig króm-volfram és króm-kobalt ötvözeteket használtak mágnesnek. Ezekkel a fő probléma az alacsony koercitív erő ($H_c < 20 kA/m$). 1940-ben jelent meg az Alnico ötvözet (Fe+Al+Ni+Co), ahol $B_r \cong 1T$ és a $H_c > 50 kA/m$. Ezt a típusú mágnest nagyon gyakran alkalmazzák, legfőképpen ott, ahol magas az üzemi hőmérséklet ($T_{max} \approx 550°C$)

1947-ben megjelentek a kerámia ferrit mágnesek ($SrFe_{12}O_{19}$; $BaFe_{12}O_{19}$), mely széles körben elterjedt, mivel olcsó és magas a $H_c \approx 100 kA/m$. Viszont a remanenciája alacsony ($B_r \approx 0{,}4T$). Azonban ennek ellenére is napjainkban egy széles körben alkalmazott mágnes. További nagy előnye a kerámia mágneseknek, hogy nem vezetők ($\sigma = 0$), tehát nem indukálódik örvényáram a mágnesben, ezért előszeretettel alkalmazzák nagyfrekvenciás eszközökben. [$T_{max} \approx 250°C$]

1974-ben bevezették a ritkaföldfém állandó mágneseket. A szamárium-kobalt mágnesek ($SmCo_5$, ahol $B_r \approx 0{,}8T$ és $H_c \approx 600 kA/m$; Sm_2Co_{17} ahol $B_r \approx 1T$ és $H_c \approx 600 kA/m$) az állandó mágnesek egy új csoportja, melynél már a remanencia és a koercitív erő is kellően nagy. Azonban a nagyon összetett előállítási folyamat miatt nagyon drágák. De ez sem csökkentette a jelentős érdeklődést ezen anyagok iránt. [$T_{max} \approx 250°C$]
Egy másik, később kifejlesztett ritkaföldfém mágnes a neodímium-vas-bór mágnes ($Nd_2Fe_{14}B$, ahol $B_r \cong 1{,}2T$ és $H_c \cong 800 kA/m$). Ezen jó tulajdonságok ellenére, ezek a mágnesek nagyon érzékenyek a magas hőmérsékletre, és a hőmérséklet nagyban befolyásolja tulajdonságait. Emiatt csak viszonylag alacsony hőmérsékletű alkalmazásokban használják, mert $T_{max} \approx 80°C - 180°C$. Azonban az utóbbi 10 évben sok előrelépés történt, így mostanra jobban ellenáll a melegedésnek. Emiatt ez a mágnes a leggyakrabban alkalmazott a nagy teljesítményű eszközökben, nem a drágább szamárium-kobalt.

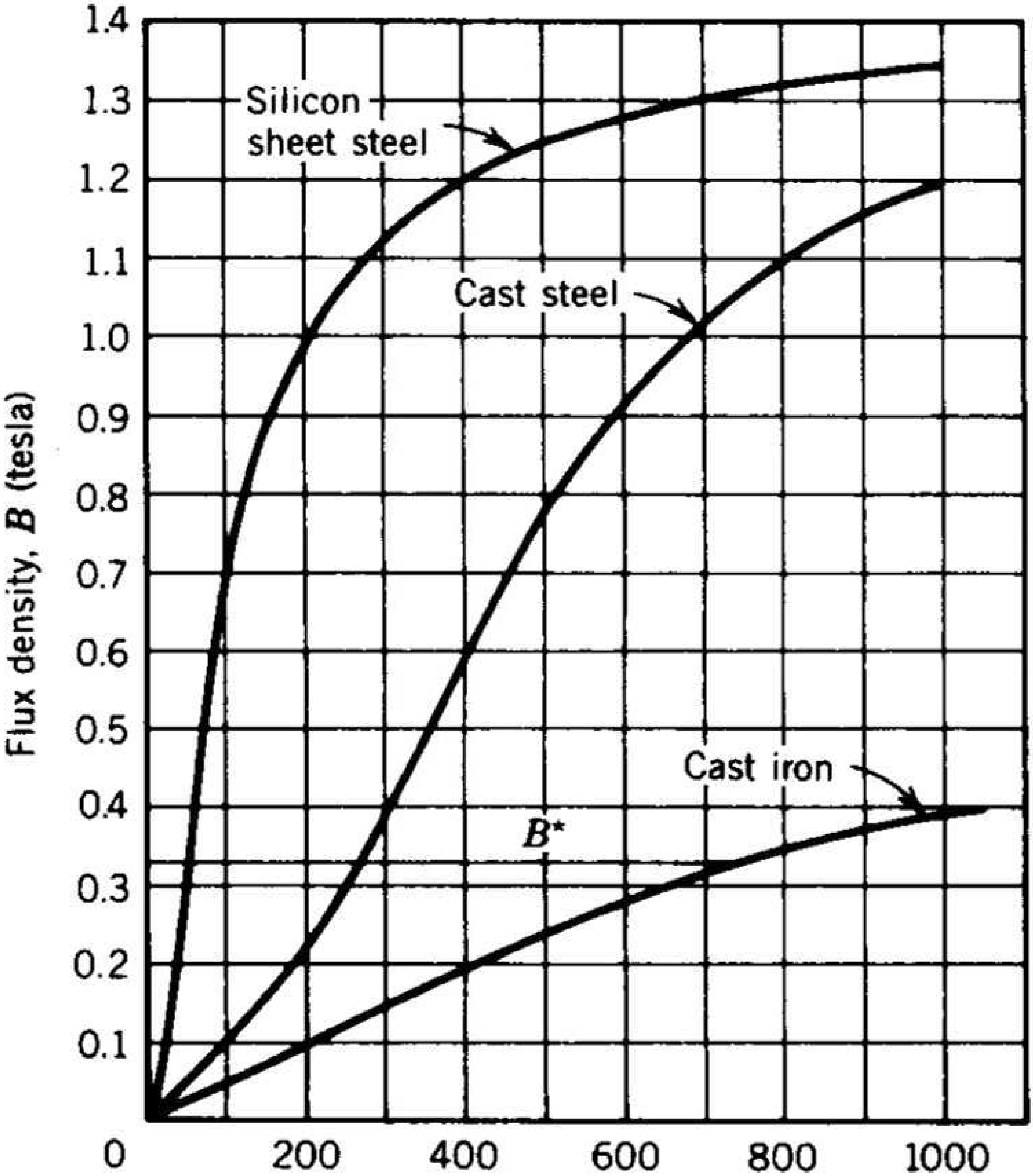
Példa: A mágnes anyaga Alnico 5.
A légrés fluxussűrűsége 0,8T legyen, ha $A_e = 2{,}5 cm^2$ és $l_e = 4mm$.
A működési pont legyen a maximális energiasűrűségnél ($(H_m B_m)_{max}$),
$B_m = 0{,}95T$ és $H_m = -42 kA/m$.

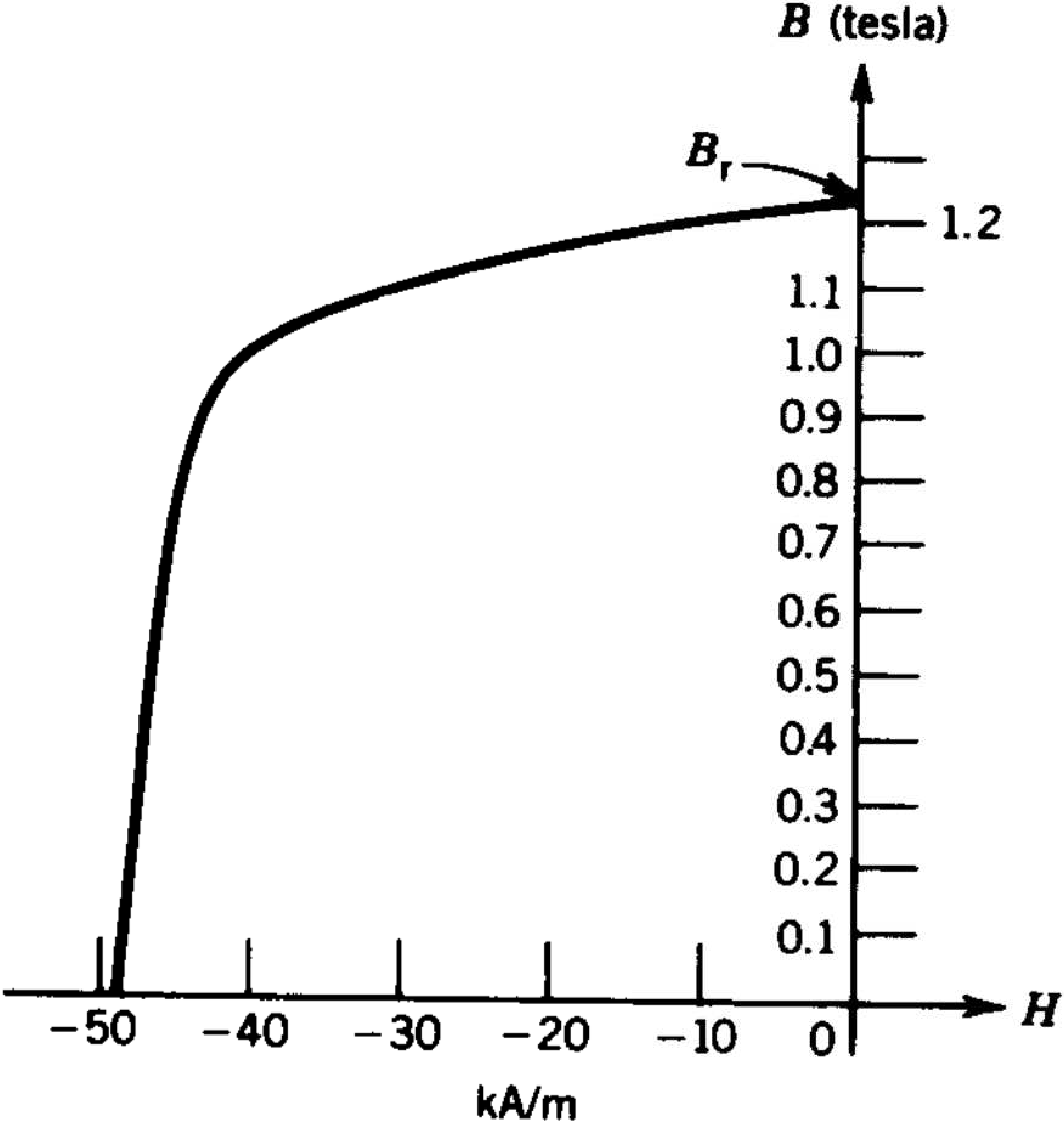


Határozzuk meg a mágnes méretét, $A_m = ?$; $l_m = ?$

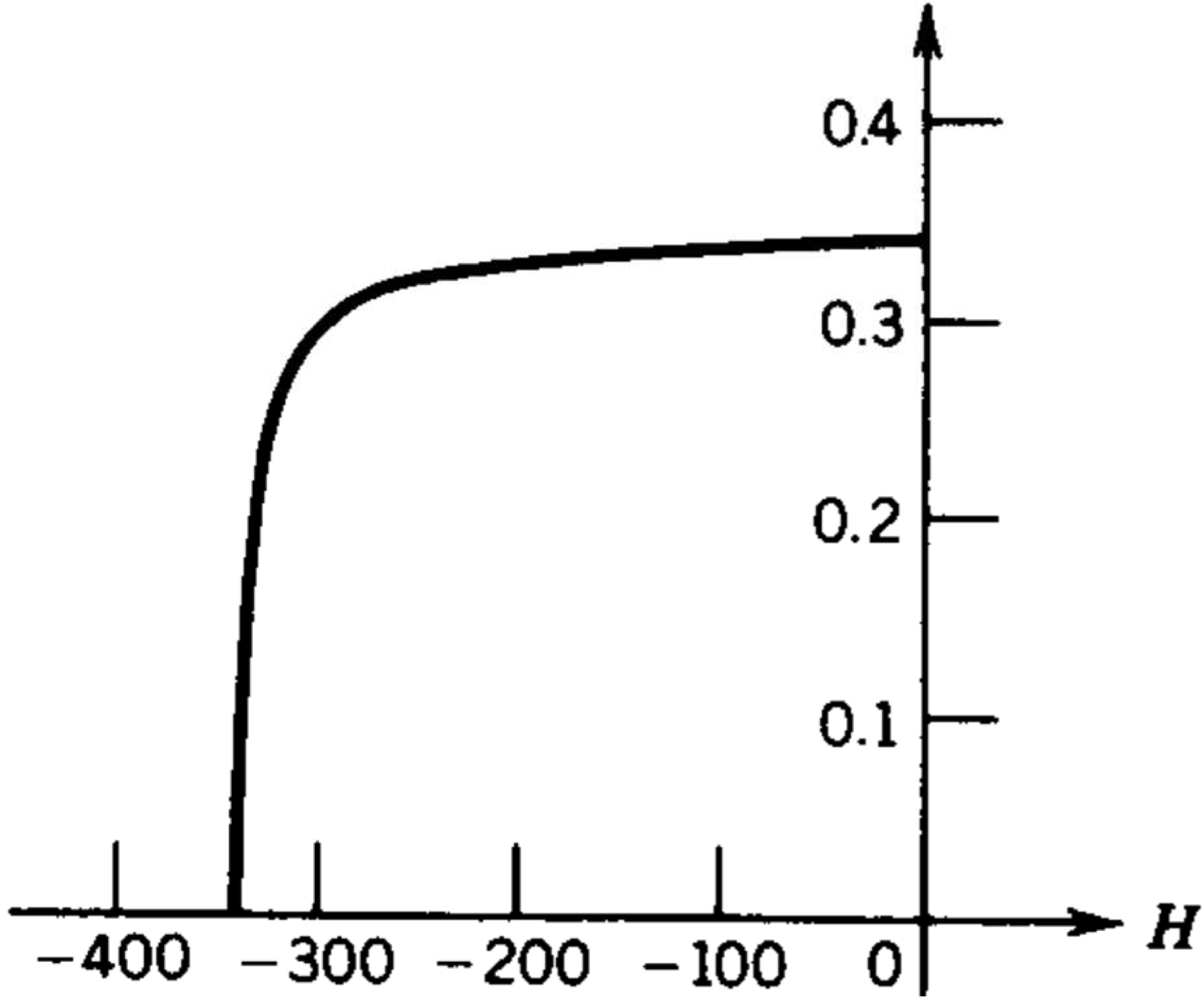
$$l_m = \frac{H_e l_e}{H_m} = \frac{l_e}{H_m}\frac{B_e}{\mu_0} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}8}{42 \cdot 10^3 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 0{,}0606 m = 6{,}06 cm$$

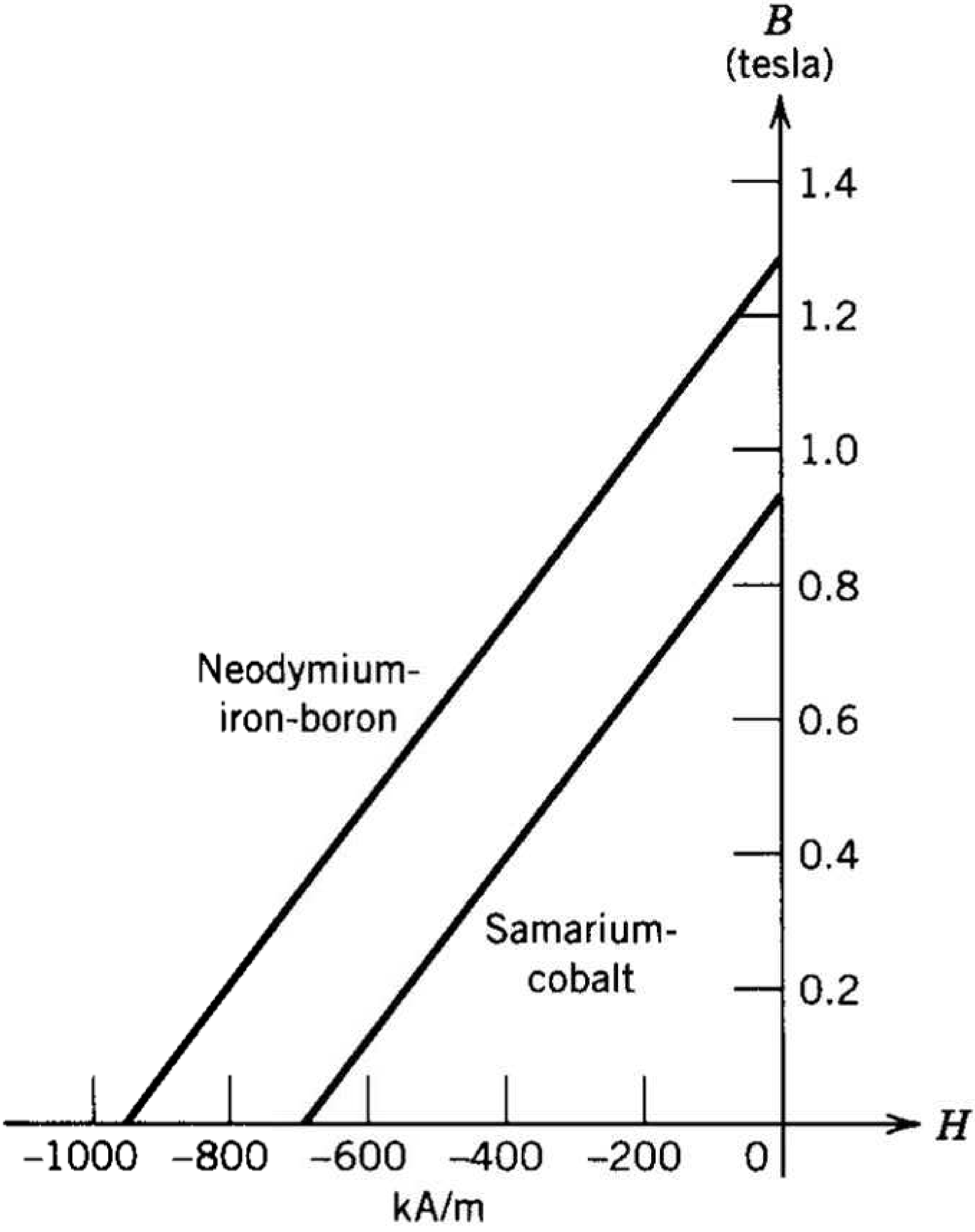
$$A_m = \frac{B_e A_e}{B_m} = \frac{0{,}8 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-4}}{0{,}95} = 2{,}105 \cdot 10^{-4} m^2 = 2{,}105 cm^2$$

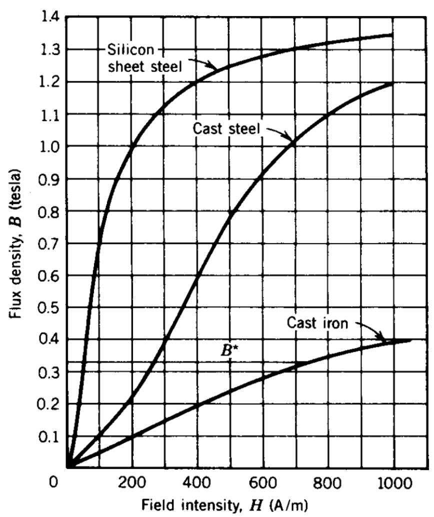

Silicon sheet steel
Cast steel
Cast iron
B*
Flux density, B (tesla)
Field intensity, H (A/m)
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
200
400
600
800
1000



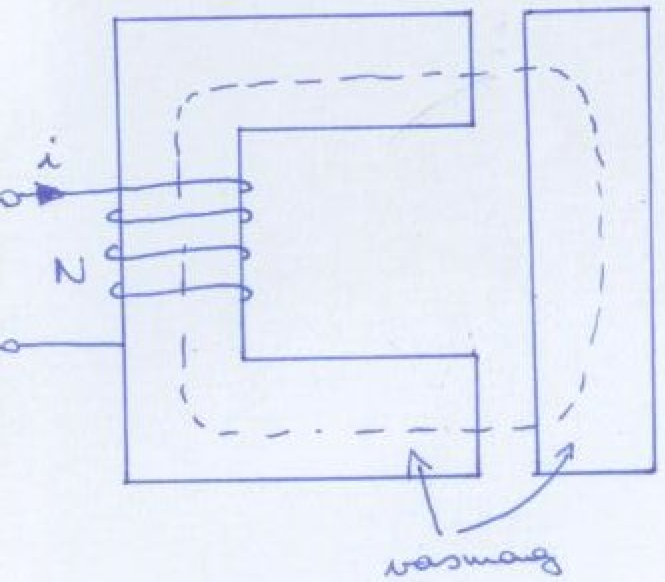
B (tesla)
B_r
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
H
−50
−40
−30
−20
−10
0
kA/m


0.4
0.3
0.2
0.1
−400
−300
−200
−100
0
H


B
(tesla)
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
Neodymium-
iron-boron
Samarium-
cobalt
H
−1000
−800
−600
−400
−200
0
kA/m


Flux density, B (tesla)
1.4
1.3
1.2
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
200
400
600
800
1000
Field intensity, H (A/m)
Silicon sheet steel
Cast steel
Cast iron
B*

(1) A feladatot kiszámítani az ábrán látható relé légrésében a fluxussűrűséget, ha a légrés 1mm, a vasmag közepes hossza $l_v = 36cm$, a menetszám 500 és az $i = 4A$. A vasmag anyaga acélöntvény.



A B-H karakterisztika a légrésben lineáris, azonban a vasmagban nemlineáris.
Emiatt nemlineáris áramkörszimulációs módszert kell alkalmazni.
Kétféle módszer kerül bemutatásra:
- Terhelési görbe módszer
- Próbálgatásos módszer

a) Terhelési görbe módszer

A mágneses körre felírjuk az Ampère-törvényt: $Ni = H_e l_e + H_v l_v = \frac{B_e}{\mu_0} l_e + H_v l_v$

$$B_e = B_v = \underbrace{-\mu_0 \frac{l_v}{l_e} H_v + \frac{Ni\mu_0}{l_e}}$$

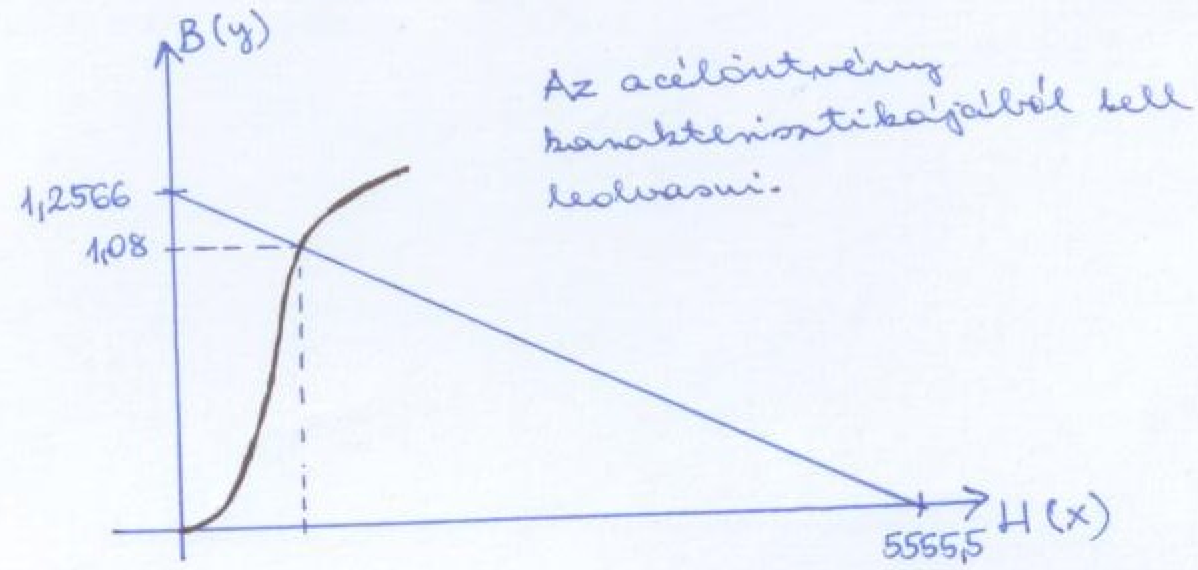
ez az egyenes adja meg a terhelési görbét

$$y = mx + c$$

$$m = -\mu_0 \frac{l_v}{l_e} = -4\pi\cdot10^{-7}\,\frac{360}{2} = -2{,}2619\cdot10^{-4}$$

$$c = \frac{Ni\mu_0}{l_e} = \frac{500\cdot4\cdot4\pi\cdot10^{-7}}{2\cdot10^{-3}} = 1{,}2566T$$

$$y = \emptyset \rightarrow x = -\frac{c}{m} = 5555{,}5064\ A/m$$



$$\underline{\underline{B_e = 1{,}08T}}$$

Másik módszer a terhelési görbe felvételére:

Összes magnetomotoros erő a légrésben van ($H_v = \emptyset$): $B_e = \frac{Ni}{l_e}\mu_0 = \frac{500\cdot4}{2\cdot10^{-3}}4\pi\cdot10^{-7} = 1{,}2566T$

Összes magnetomotoros erő a vasmagban van ($H_e = \emptyset$): $H_v = \frac{Ni}{l_v} = \frac{500\cdot4}{36\cdot10^{-2}} = 5555{,}5555\ A/m$

b) Próbálgatásos módszer

Lépései: 1) Feltételezünk egy fluxussűrűség értéket

2) kiszámoljuk H_v-t (B-H görbéből) és H_e-t ($= B_e/\mu_0$)

3) kiszámoljuk F_v-t ($= H_v l_v$), F_e-t ($= H_e l_e$) és $F = F_v + F_e$

4) kiszámoljuk $i = F/N$

5) Ha i az adott áram akkor jó, ellenkező esetben 1-től kezdjük újra egy másik B értékkel.

I)

1) $B = 1{,}15\,T \rightarrow$ 2) $H_v = 870\,A/m \quad H_e = \frac{1{,}15}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 915140{,}9228\,A/m$

3) $F = H_v l_v + H_e l_e = 870 \cdot 36 \cdot 10^{-2} + 915140{,}9228 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2143{,}48\,A$

4) $i = F/N = \frac{2143{,}48}{500} = 4{,}2869\,A$

II) 1) $B = 1{,}05\,T \longrightarrow$ 2) $H_v = 725\,A/m \quad H_e = 835563{,}4512\,A/m$

3) $F = 1932{,}1269\,A$

4) $i = 3{,}8642\,A$

III) 1)

$B = 1{,}1\,T \longrightarrow$ 2) $H_v = 800\,A/m \quad H_e = 875352{,}187\,A/m$

3) $F = 2038{,}7043\,A$

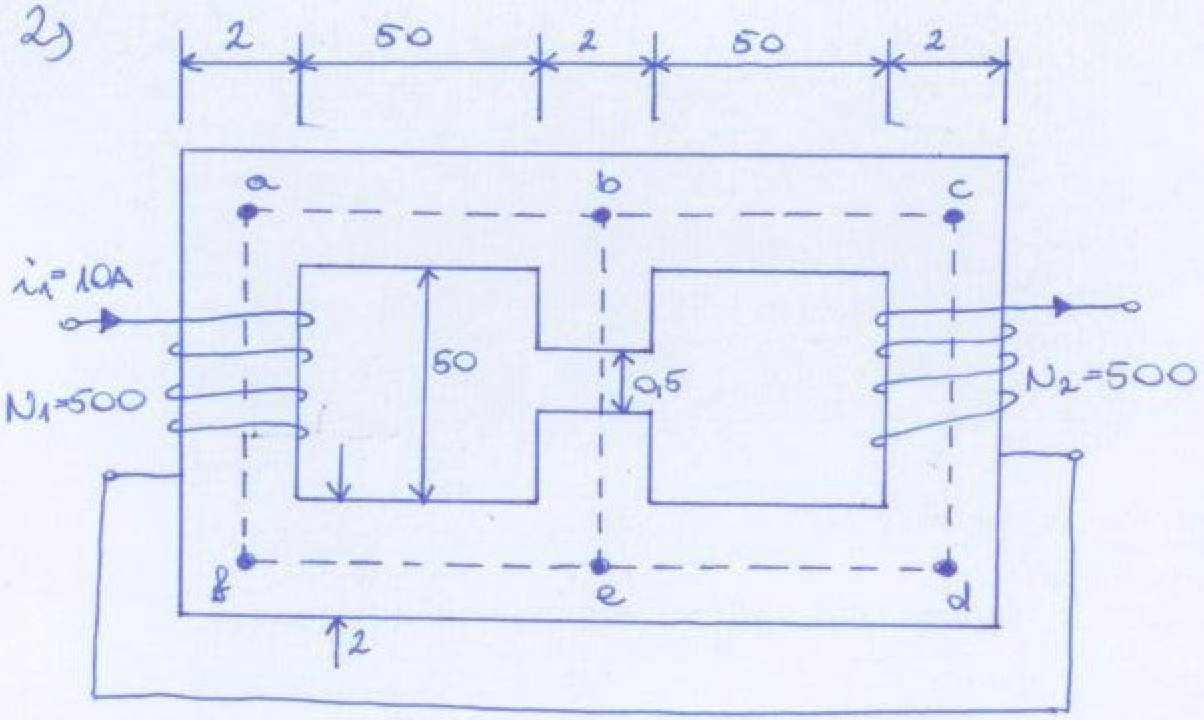
4) $i = 4{,}0774\,A$

IV) 1) $B = 1{,}08\,T \rightarrow$ 2) $H_v = 785\,A/m \quad H_e = 859436{,}6927\,A/m$

3) $F = 2001{,}4734\,A$

4) $i = 4{,}0029\,A$

2)



Az alábbi mágneses körnek kell meghatározni a légrésfluxusát, a légrésben lévő fluxussűrűséget és a mágneses térerősséget, ha:

- a vasmag keresztmetszete négyzetes és a méretek cm-ben vannak
- a vasmag permeabilitása 1200

$$F_1 = N_1 \cdot i_1 = 500 \cdot 10 = 5000\,A$$

$$F_2 = N_2 \cdot i_2 = 500 \cdot 10 = 5000\,A$$

$$\mu_v = 1200 \cdot \mu_0 = 1{,}5079 \cdot 10^{-3}\,H/m \qquad A_v = 2 \cdot 2 = 4\,cm^2 = A_l$$

$$R_{m(bafe)} = \frac{l_{bafe}}{\mu_v A_v} = \frac{3 \cdot 52 \cdot 10^{-2}}{1{,}5079 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 2{,}5863 \cdot 10^{6}\,A/Wb$$

Szimmetria miatt $R_{m(bafe)} = R_{m(bcde)}$

$$R_l = \frac{l_l}{\mu_0 A_l} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 9{,}9472 \cdot 10^{6}\,A/Wb$$

$$R_{m(be)} = \frac{l_{be} - l_l}{\mu_v A_v} = \frac{51{,}5 \cdot 10^{-2}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 1200} = 0{,}8538 \cdot 10^{6}\,A/Wb$$

A hurokegyenletek

$$\Phi_1 (R_{m(bafe)} + R_{m(be)} + R_l) + \Phi_2 (R_{m(be)} + R_l) = F_1$$

$$\Phi_1 (R_{m(be)} + R_l) + \Phi_2 (R_{m(bcde)} + R_{m(be)} + R_l) = F_2$$

$$\Phi_1 \cdot 13{,}3873 \cdot 10^{6} + \Phi_2 \cdot 10{,}801 \cdot 10^{6} = 5000$$

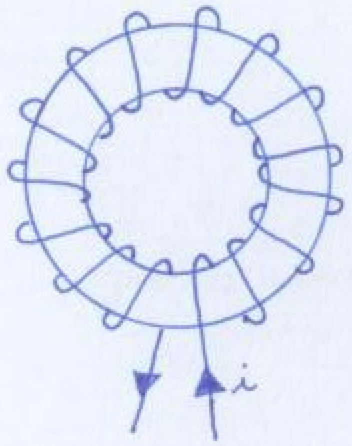
$$\Phi_1 \cdot 10{,}801 \cdot 10^{6} + \Phi_2 \cdot 13{,}3872 \cdot 10^{6} = 5000$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 = 2{,}067 \cdot 10^{-4}\,Wb \longrightarrow \Phi_l = \Phi_1 + \Phi_2 = 4{,}134 \cdot 10^{-4}\,Wb$$

$$B_l = \cancel{\frac{\Phi_l}{\mu_0} = \frac{4{,}134 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^{-7}}} = \frac{\Phi_l}{A_l} = \underline{1{,}0335\,T}$$

$$H_l = \frac{B_l}{\mu_0} = \frac{1{,}0335}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 0{,}8224 \cdot 10^{6}\,A/m = \underline{\underline{822{,}4\,kA/m}}$$

③



Az ábrán látható toroidnak az anyaga szilícium acéllemez. A belső sugár 20cm, a külső sugár pedig 25 cm. A toroid vasmagnak kör keresztmetszete van. A gerjesztő áram 2,5A, a menetszám 250.

a) Számítsa ki a mágneses fluxussűrűséget a közepes sugarat használva.

b) Számítsa ki a tekercs induktivitását ha a fluxussűrűség mindenhol egyforma a toroidban.

a) $H = \frac{Ni}{l} = \frac{250 \cdot 2,5}{2\pi \cdot 22,5 \cdot 10^{-2}} = 442,097\ A/m \xrightarrow{\text{B-H görbéből}} B = \underline{\underline{1,225\ T}}$

b)

$L = \frac{\Psi}{i} = \frac{N\Phi}{i} = \frac{NBA}{i} = \frac{250 \cdot 1,225 \cdot \pi \cdot 2,5^2 \cdot 10^{-4}}{2,5} = 0,2405\ H = \underline{\underline{240,5\ mH}}$

④ Egy négyszögletes toroidot 120V 60Hz-es feszültséggel gerjesztek. A tekercs 200 menetes. A vasmag paraméterei:

$l_v = 100\ cm$; $A_v = 20\ cm^2$; $\mu_{rv} = 2500$.

a) Határozza meg a vasmagban létrejövő fluxussűrűséget.

b) Határozza meg a tekercsben létrejövő áramot.

a) $\Phi_{max} = \frac{U_{max}}{4,44 \cdot N \cdot f} = \frac{120}{4,44 \cdot 200 \cdot 60} = 2,2522\ mWb$

$B_{max} = \frac{0,002522}{20 \cdot 10^{-4}} = 1,1261\ T$ $\quad B = \underline{\underline{1,1261 \cdot \sin(2\pi 60 \cdot t)}}\ T$

b) $H_{max} = \frac{1,1261}{10000 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} = 358,448\ A/m$

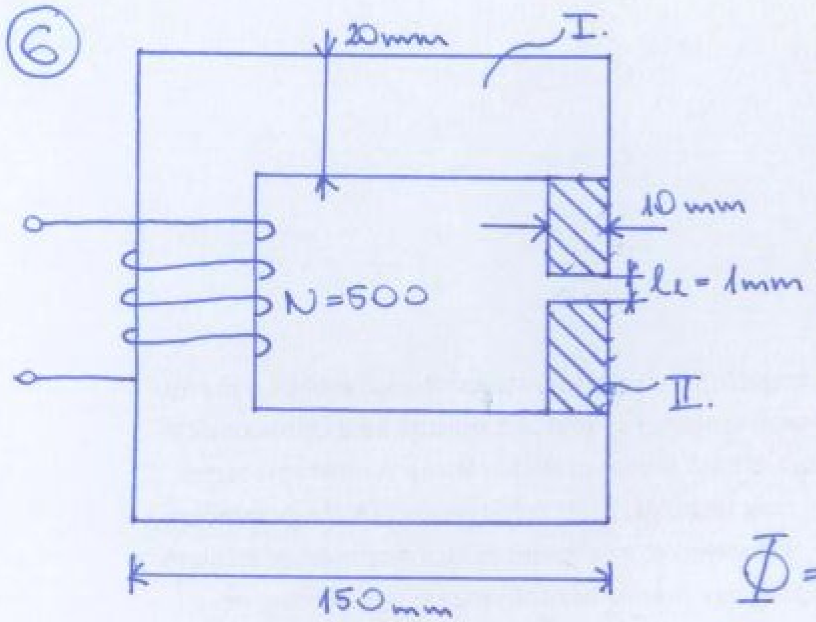
$i_{max} = \frac{Hl}{N} = \frac{358,448 \cdot 100 \cdot 10^{-2}}{200} = 1,7922\ A$ $\quad i = \underline{\underline{1,7922 \sin(2\pi \cdot 60 \cdot t)}}\ A$

⑤

Egy hosszú szolenoidnak, melynek a hossza 0,5m, az átmérője 5cm és menetszáma 250 határozza meg a térerősségét, a fluxussűrűségét a belsejében és a tekercs induktivitását, ha $i = 100A$, és elhanyagoljuk a külső teret.

$H = 50\ kA/m$ $\quad B = 0,0628\ T$ $\quad L = 308,42\ \mu H$

6



A vasmag vastagsága mindenhol 20 mm. A légrésben a fluxussűrűség 1T, határozza meg a vasmagban a fluxus értékét, és a B és H értékeket, ha $\mu_{rI} = 800$ és $\mu_{rII} = 1000$.
Valamint mekkora árammal kell a tekercset gerjeszteni hogy $B_l = 1T$ legyen?
Az eredő gerjesztés hány százaléka jut a légrésre?

$$\Phi = B_l A_l = 1 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-4}\ Wb}}$$

$$B_l = B_{II} = \underline{\underline{1T}}$$

$$B_I = \frac{\Phi}{A_I} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{20 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{0{,}5T}}$$

$$H_l = \frac{B_l}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = \underline{\underline{795{,}774\ kA/m}}$$

$$H_I = \frac{B_I}{\mu_I} = \frac{0{,}5}{800 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = \underline{\underline{497{,}359\ A/m}}$$

$$H_{II} = \frac{B_{II}}{\mu_{II}} = \frac{1}{1000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = \underline{\underline{795{,}774\ A/m}}$$

$$Ni = H_I l_I + H_{II} l_{II} + H_l l_l = 497{,}359 \cdot 420 \cdot 10^{-3} + 795{,}774 \cdot 109 \cdot 10^{-3} + 795{,}774 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 1091{,}404\ A$$

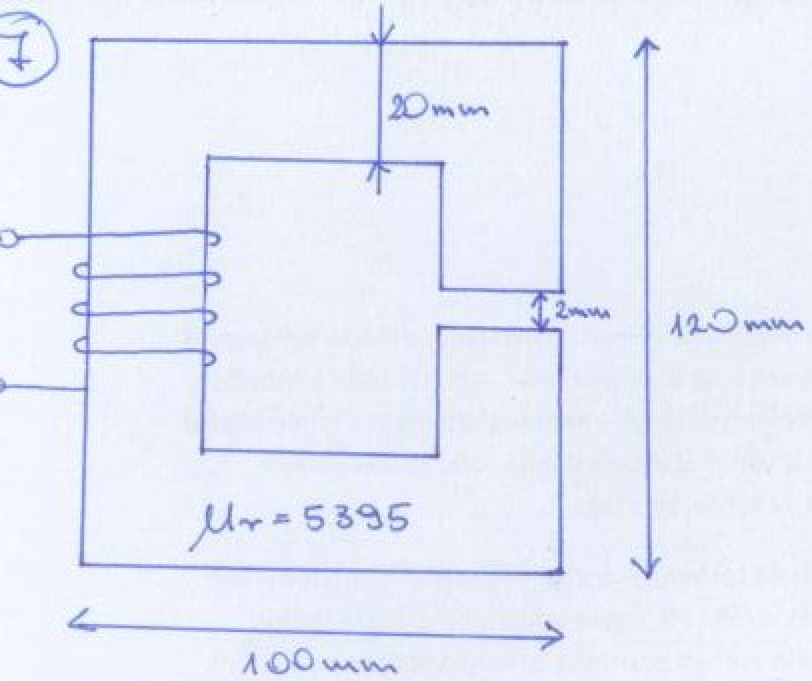
$$l_I = 130 + 135 \cdot 2 + 10 \cdot 2 = 420\ mm = 420 \cdot 10^{-3}\ m$$

$$l_{II} = 109\ mm = 109 \cdot 10^{-3}\ m$$

$$i = \frac{H_I l_I + H_{II} l_{II} + H_l l_l}{N} = \frac{1091{,}404}{500} = \underline{\underline{2{,}1828\ A}}$$

$$\frac{H_l l_l}{Ni} \cdot 100\% = \frac{795{,}774}{1091{,}404} \cdot 100\% = \underline{\underline{72{,}909\%}}$$

7

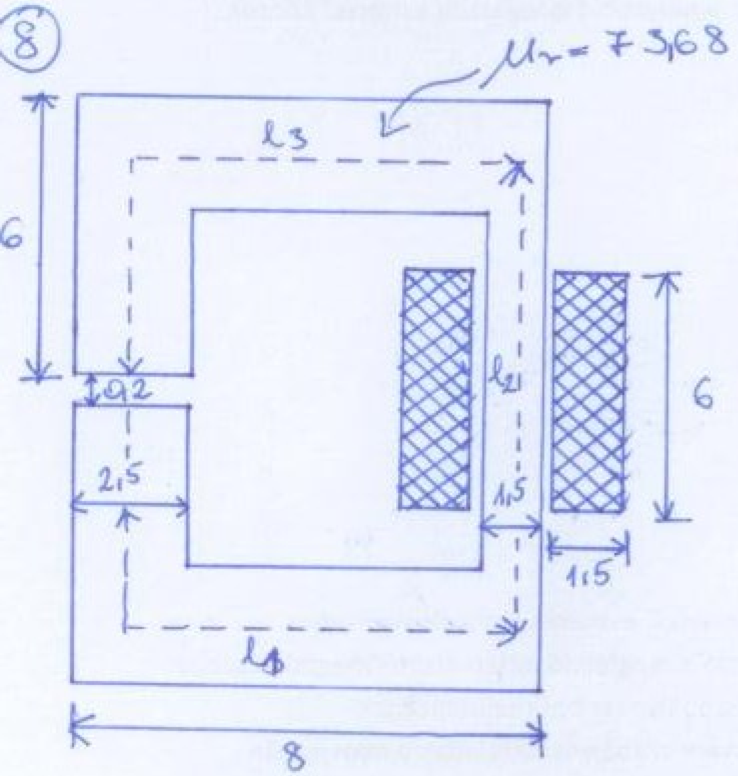


Az ábrán látható 30 mm² keresztmetszetű vastest $\mu_r = 5395$, és a menetszám 2000.

Mekkora gerjesztő áram kell 0,8T nagyságú légrésindukcióhoz?

$$i = \underline{\underline{0{,}6577\ A}}$$

8



Számítsa ki a vasmag egyes részeire jutó magnetomotoros erőt.

A lemezekből összeállított vasmagban $\Phi = 0{,}5\,mWb$ fluxust kell létesíteni.

A vasmag síkjára merőleges mérete 2cm, a többi méret is cm-ben értendő.

A lemezelés miatt a vaskeresztmetszet a méretekből számítható keresztmetszet 90%-a.

A fluxusnak a légrésben nincs szóródása, és a szórt fluxusokat elhanyagoljuk.

Ennek alapján a fluxussűrűség a légrésben:

$$B_l = \frac{0{,}5\cdot 10^{-3}}{2{,}5\cdot 10^{-2}\cdot 2\cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{\cancel{0{,}01}\ 1\,T}}$$

$$H_l = \frac{B_l}{\mu_0} = 795{,}774\,kA/m \rightarrow F_l = H_l l_l = 795{,}774\cdot 10^{3}\cdot 0{,}2\cdot 10^{-2} = \underline{\underline{1591{,}549\,A}}$$

A tekercset tartó oszlopban lévő fluxussűrűség:

$$B_2 = \frac{\Phi}{l_2\cdot 2\cdot 10^{-2}\cdot 0{,}9} = \frac{0{,}5\cdot 10^{-3}}{3\cdot 10^{-4}\cdot 0{,}9} = \underline{\underline{1{,}8518\,T}} \qquad H_2 = \cancel{200}\ 20000\,A/m$$

$$l_2 = \left(6 - \frac{2{,}5}{2}\right)\cdot 2 + 0{,}2 = 9{,}7\,cm \qquad F_2 = \underline{\underline{1940\,A}}$$

A mágneses kör többi részében az indukció:

$$B_{13} = \frac{\Phi}{5\cdot 10^{-4}\cdot 0{,}9} = \underline{\underline{1{,}111\,T}} \qquad H_{13} = 11{,}988\,kA/m$$

$$l_1 + l_3 = \left(8 - \frac{2{,}5}{2} - \frac{1{,}5}{2}\right)\cdot 2 + \left(6 - \frac{2{,}5}{2}\right)\cdot 2 = 21{,}5\,cm \qquad F_{13} = \underline{\underline{2577{,}42\,A}}$$

9) Számítsa ki egy $l = 50\,cm$ hosszúságú, $d = 11{,}3\,cm$ középátmérőjű $N = 2000$ menetű szolenoid induktivitását. Számítsa ki az induktivitást, ha a szolenoidba egy öntöttvas vasmagot helyezünk, és a tekercsben 0,1 A áram folyik.

Légmagos:

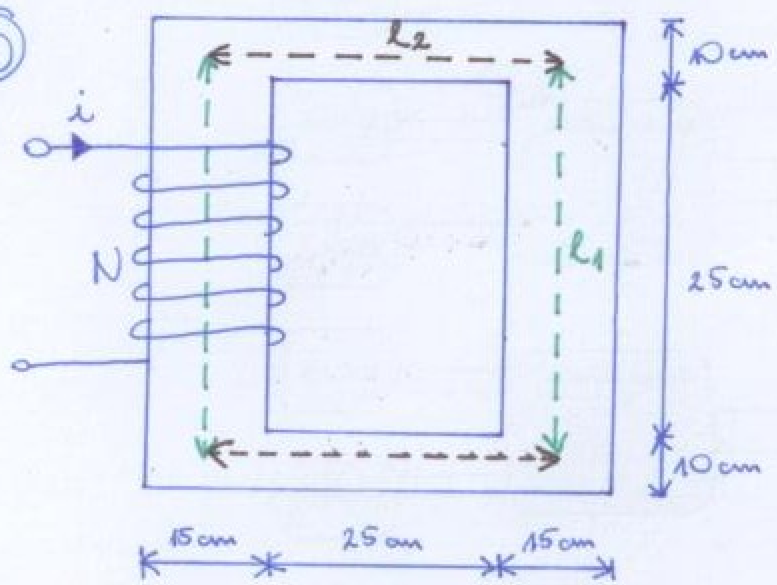
$$L = \Lambda N^2 = \underline{\underline{0{,}1\,H}}$$

Vasmagos:

$$H = 400\,A/m \xrightarrow{\text{karakterisztikából}} B = 0{,}2\,T$$

$$\mu_r = 397{,}88$$

$$L = \underline{\underline{40{,}11\,H}}$$

10) 

A vasmag mélysége 10 cm, a vasmag $\mu_r = 2000$, a tekercs menetszáma 300 és az $i = 1A$.

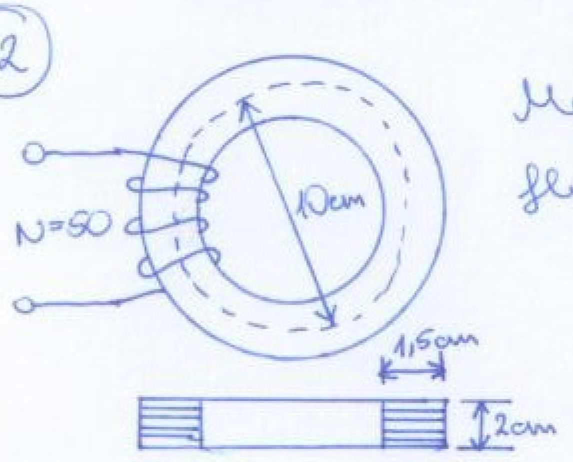
a) Határozza meg a fluxust a vasmagban.

b) Határozza meg a fluxussűrűséget a vasmag egyes szakaszain.

a) $\Phi = 5{,}9525\,mWb$ b) $B_1 = 0{,}3968\,T$ $B_2 = 0{,}59525\,T$

11) Az előző feladat példáján, határozza meg a tekercs áramát, ha a fluxus 0,012 Wb.

$$i = \underline{\underline{2{,}0159\,A}}$$

12) 

Mekkora árammal kell gerjeszteni a szilícium acéllemezre csévélt tekercset, hogy a fluxus $\Phi = 0{,}3\,mVs$ legyen?

$$H = 210\,A/m$$

$$i = \underline{\underline{1{,}3194\,A}}$$

(13) Mekkora a szükséges áram az előző példában, ha tekintetbe vesszük, hogy a lemezek lakkozása miatt a kitöltési tényező, vagyis a vaskeresztmetszet és a teljes geometriai keresztmetszet viszonya 0,85?

$H = 370\ A/m$

$\underline{i = 2,3247\ A}$

(14) Mekkora áram szükséges ahhoz, hogy az előző példa gyűrűjébe vágott 0,05 cm hosszú sugárirányú légrésben az előbbi $B = 1T$ fluxussűrűséget fenntarthassuk?

$\underline{i = 9,2751\ A}$

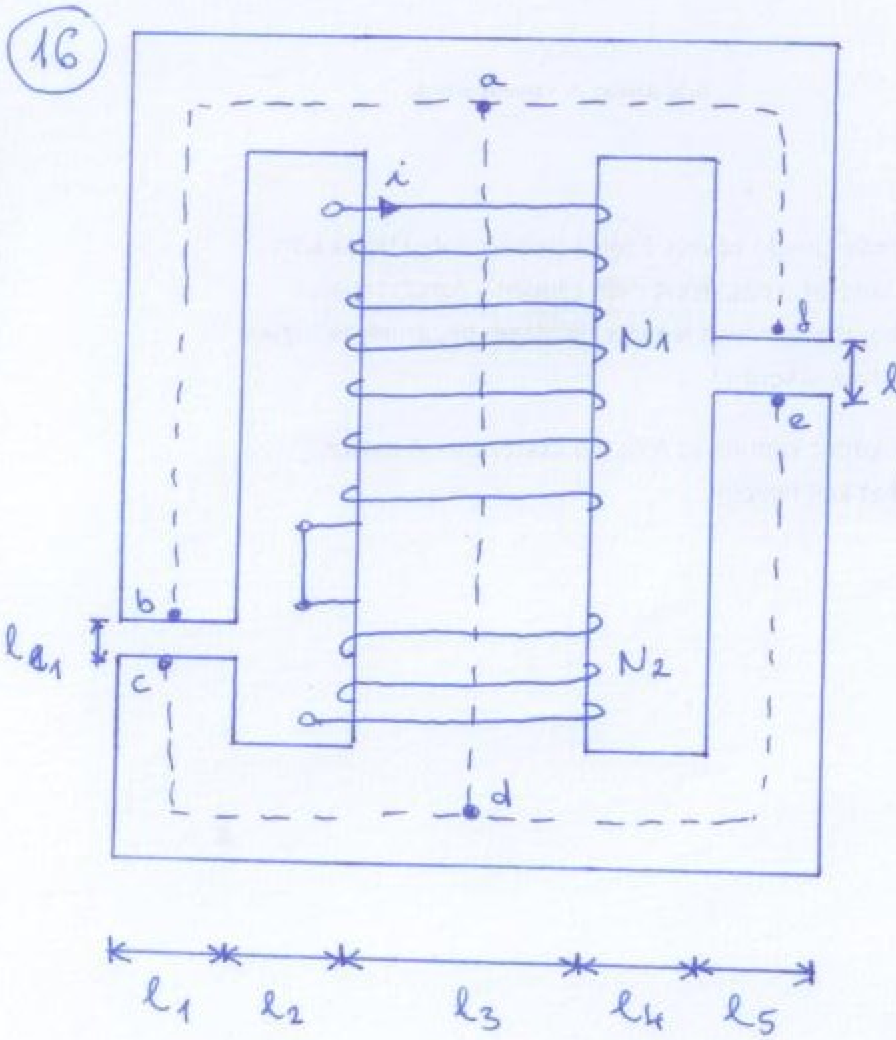
(15) Milyen nagy lesz az előbbi példa gyűrűjének légrésében a mágneses fluxussűrűség, ha a tekercs áramát 15A-re növeljük?

(A feladatot nemlineáris számítási módszerrel kell megoldani, mert nem ismeretes a mágneses feszültség eloszlása a légrés és a vas között. Ez ugyanis függ a vas permeabilitásától, ami viszont az ismeretlen fluxussűrűség függvénye.)

Terhelési görbe módszerrel: $\underline{B = 1,305\ T}$

Ellenőrzés próbálgatással: $H_v = 750\ A/m$; $\underline{i = 15,0888\ A}$

(16)



$l_{e1} = 0,05\ cm$

$l_{e2} = 0,1\ cm$

$l_1 = l_2 = l_4 = l_5 = 2,5\ cm$

$l_3 = 5\ cm$

vasmag vastagság = 2,5 cm

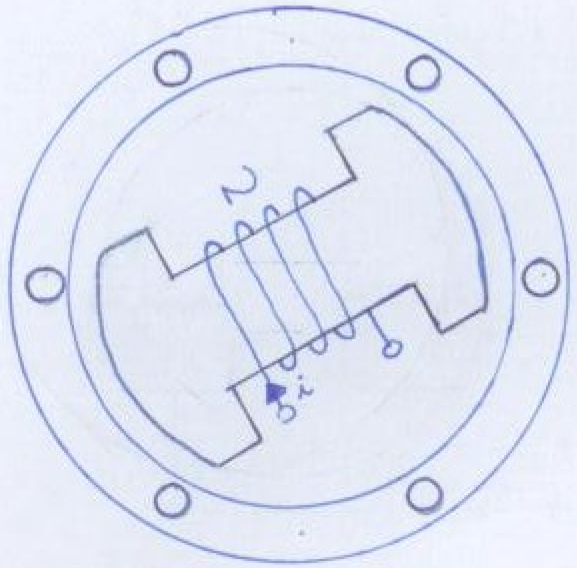
Az ábrán látható mágneses kör két tekercse ($N_1 = 700$; $N_2 = 200$) sorosan van kötve, és 0,5A áram folyik benne. A szórt fluxusokat, a szóródást elhanyagoljuk, valamint a vasmag permeabilitása végtelen ($\mu_v = \infty$).

Határozza meg a légrések fluxusait és fluxussűrűségét.

$\Phi_{l1} = 3,9268 \cdot 10^{-4}\ Wb$ $\quad B_{e1} = 0,6283\ T$

$\Phi_{l2} = 1,9634 \cdot 10^{-4}\ Wb$ $\quad B_{e2} = 0,3141\ T$

⑦



Az ábrán látható kétpólusú szinkron gép méretei és paraméterei a következők:

a légrés hossza $l_e = 2{,}5$ mm

a pólus felületének mérete $A_p = 500$ cm^2

$N = 500$ menet

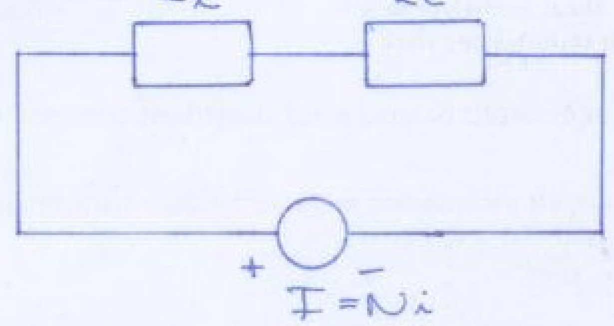
$i = 5$ A

$\mu_c = \infty$

a) Rajzolja fel a mágneses kör hálózati ekvivalensét.

b) Számítsa ki a fluxussűrűséget a légrésben.

a)

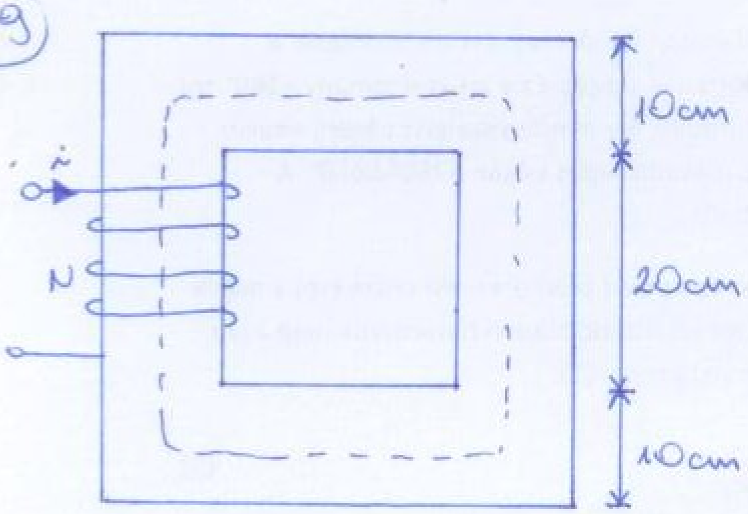


b) $B_\ell = 0{,}6283$ T

⑧ Egy elektromágnessel emelünk egy acél rudat. A tekercs menetszáma 500 és árama 20A (a melegedéstől eltekintünk). Az elektromágnes vasmagjának reluktanciája elhanyagolható 1,4T-nál. Határozza meg a maximális légrést, ahol még 1,4T az indukció a légrésben.

$l_{1,4T} = 8{,}976$ mm

⑨



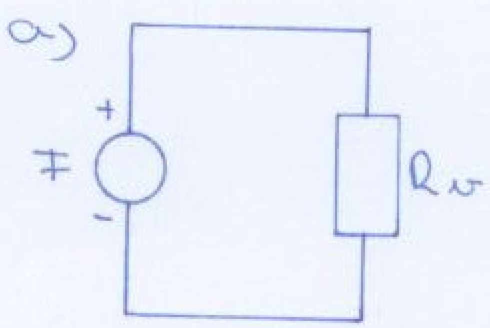
A mágneses kör vasmagjának relatív permeabilitása 2000. A vasmag mélysége 5cm. A tekercs menetszáma 400 és 1,5A folyik benne.

a) Rajzolja meg a mágneses kör hálózati ekvivalensét.

b) Számítsa ki a fluxust és fluxussűrűséget a vasmagban.

c) Számítsa ki a tekercs induktivitását.

a)



b)

$\Phi = 6{,}283 \cdot 10^{-3}$ Wb

$B = 1{,}2566$ T

c)

$L = 1{,}6754$ H

20) Egy vasmagra tekert tekercset a következő két feszültségforrással gerjesztjük:

1, 100V, 50Hz

2, 110V, 60Hz

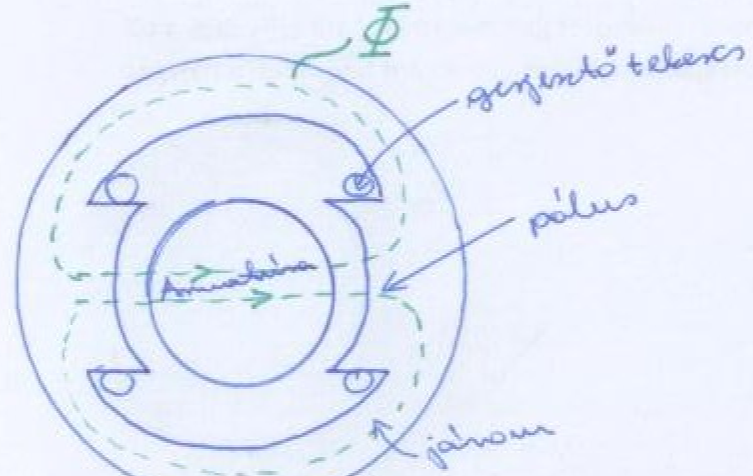
Hasonlítsa össze az örvényáram és a hiszterézis veszteséget, hogy arányulnak egymáshoz a két forrás esetében:

$$\frac{P_{ö(60)}}{P_{ö(50)}} = 1{,}2099 \approx 1{,}21 \qquad \frac{P_{h(60)}}{P_{h(50)}} = 1{,}008$$

21) A vasmag keresztmetszete $A_v = 5\,cm^2$, a közepes hossza $l_v = 25\,cm$. A vasmag anyaga szilícium acéllemez. A tekercs menetszáma 500 és elhanyagoljuk az ellenállását.

Határozza meg a gerjesztő feszültség négyzetes középértékét, ha a frekvencia 60Hz és a fluxussűrűség maximuma 1,2T.

$U_{RMS} = 79{,}92\,V$

22) 

Az ábrán látható kétpólusú generátor paraméterei a következők:

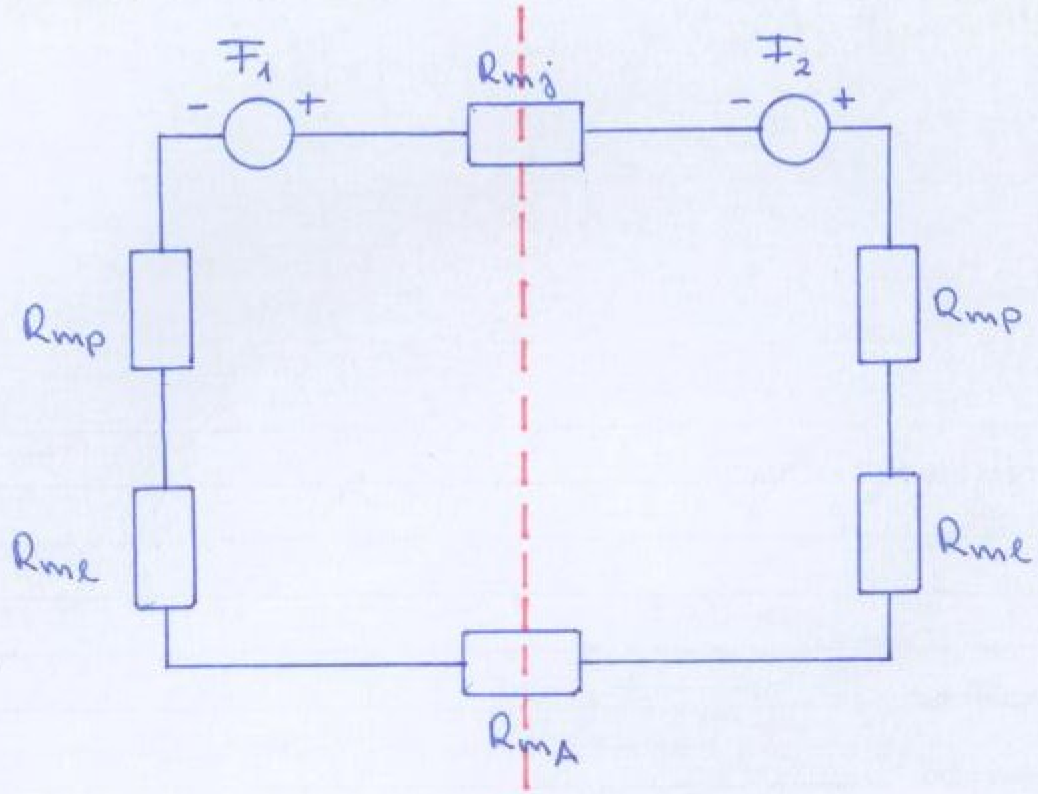
- pólus (acélöntvény) – mágneses hossz 10cm
  – keresztmetszet $400\,cm^2$
- légrés – hossz 0,1cm
  – keresztmetszet $400\,cm^2$
- armatúra (Si-acél) – átlagos hossz 20cm
  – átlagos keresztmetszet $400\,cm^2$
- járom (acélöntvény) – közepes kerület 160cm
  – átlagos keresztmetszet $200\,cm^2$

a) Rajzolja fel az egyik fluxus útvonalának mágneses körét.

b) Határozza meg mekkora magnetomotoros erő kell pólusonként, hogy 1,1T legyen a generátorban.

c) Számítsa ki az armatúra fluxusát.

a)



A villamos gépek mágneses szempontból $2 \cdot$ pólusok száma párhuzamosan kapcsolt, azonos felépítésű mágneses körből állnak, ezért elegendő csak egy mágneses kört kiragadni, ahogy itt tettük.
Egy mágneses kör azonban két sorbakapcsolt szimmetrikus félből áll, így egy pólus gerjesztésének meghatározásához elegendő a számításokat fél mágneses körre elvégezni.

b) A magnetomotoros erő ~~öt~~ négy mágneses feszültség összege:

1, a légrésre jut: $H_l l_l$
2, az armatúrára jut: $H_A \frac{l_A}{2}$
3, a pólusra jut: $H_p l_p$
4, a járomra jut: $H_j \frac{l_j}{4}$

$$Ni = F = H_A \frac{l_A}{2} + H_l l_l + H_p l_p + H_j \frac{l_j}{4}$$

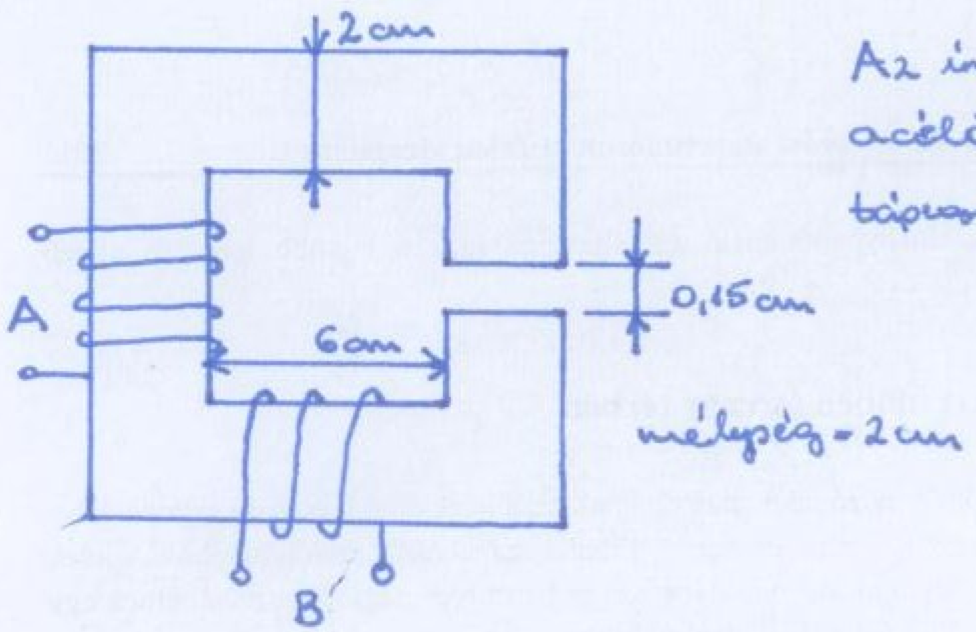
A H értékeket a karakterisztikákból határozzuk meg:

$H_A = 270\ A/m$; $H_l = \frac{1{,}1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 875{,}352\ kA/m$; $H_p = 800\ A/m$; $H_j = 800\ A/m$

$$F = 270 \cdot 10 \cdot 10^{-2} + 875352 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-2} + 800 \cdot 10 \cdot 10^{-2} + 800 \cdot 40 \cdot 10^{-2} = \underline{\underline{1302{,}352\ A}}$$

c) $\Phi_A = B_A \cdot A_A = \underline{\underline{0{,}044\ Wb}}$

23



Az induktor tekercseinek menetszáma $N_A = 350$, $N_B = 150$. A tekercsek egy acélöntvény vasmagon vannak. A két tekercs sorba van kapcsolva egy DC tápegységre.

a) Határozza meg a két lehetséges áramértéket, mely esetben a légrés indukciója 0,5 T lesz.

b) Határozza meg a tekercsek induktivitását (a szóródást és a szórt fluxusokat elhanyagoljuk).

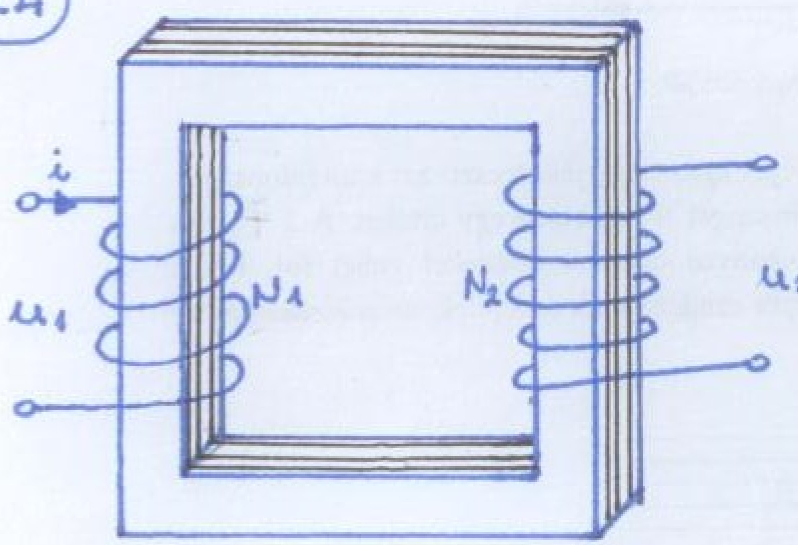
c) Ha a B tekercs nincs bekötve, és az A tekercs árama 2A mekkora lesz a fluxussűrűség a légrésben.

a) $i_1 = 1,4166\,A$ (azonos irány)
$i_2 = 3,5415\,A$ (ellentétes irány)

b) $L_A = 0,0346\,H = 34,6\,mH$
$L_B = 0,0063533\,H = 6,353\,mH$

c) $B_l = 0,4941\,T$

24



Az ábra egy egyfázisú transzformátort mutat lemezelt vasmaggal.
Az $N_1 = 200$ menetű tekercs egy feszültségforrásra van kötve ami $B = 1,2\sin(377t)\,T$ fluxussűrűséget hoz létre a vasmagba. A másik tekercs $N_2 = 400$ menetes és a kapcsai nyitottak. A vasmag rakási tényezője 0,95, vagyis a vasmag vastagságának 95%-a a hasznos vasmagkeresztmetszet.
A vasmag fizikai keresztmetszete $25\,cm^2$, a $\mu_r = 10000$ és a vasmag hossza 90 cm.

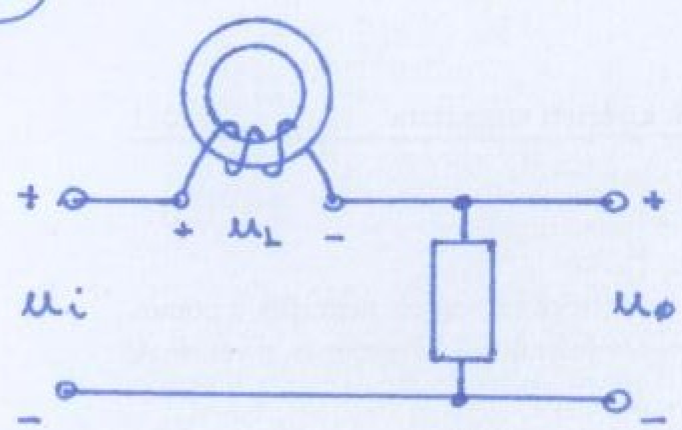
a) Határozza meg a gerjesztő feszültség négyzetes középértékét.

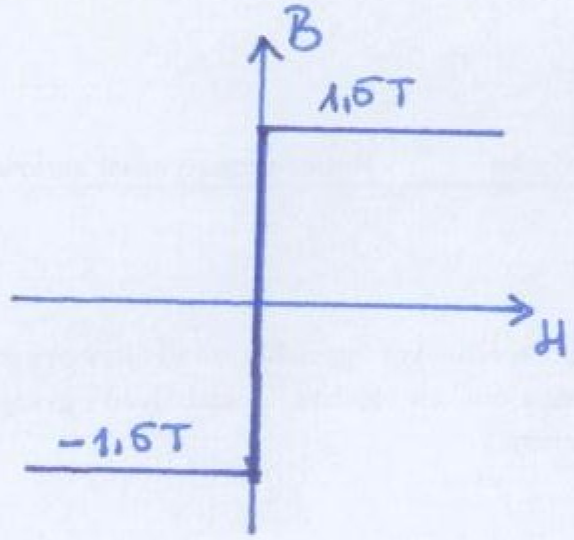
b) Határozza meg a tekercs áramát.

c) Határozza meg az N_2 tekercsben indukálódó feszültség négyzetes középértékét.

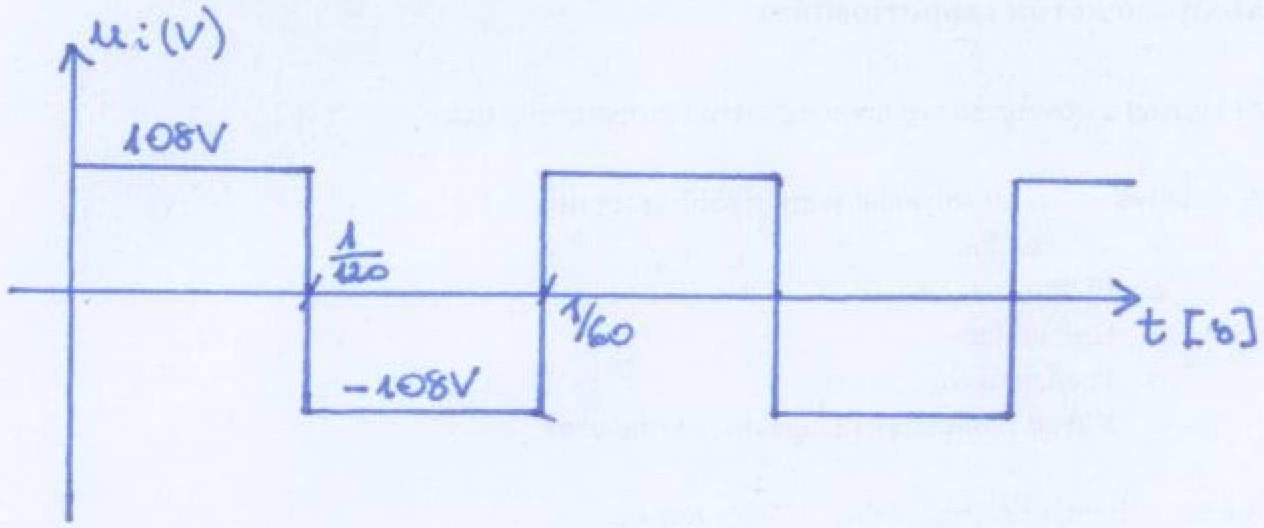
a) $u_{RMS} = 151,95\,V$ b) $I_{RMS} = 0,3038\,A$ c) $u_{2RMS} = 303,703\,V$

25





Az áramkörben szereplő ellenállásmentes toroidnak a tekercse 1000 menetes, a vasmag keresztmetszete pedig 2 cm². A vasmagnak ideális B–H karakterisztikája van. A feladat, határozza meg adott gerjesztés mellett az u_L és u_ϕ feszültségek időfüggvényét.



$$u_i = u_L + u_\phi$$

$$u_L = \frac{d\Psi}{dt} = NA\frac{dB}{dt}$$

$$u_\phi = Ri = R\frac{Hl}{N} \leftarrow \begin{matrix} Hl = Ni \\ i = \frac{Hl}{N} \end{matrix}$$

$$\Bigg\} \quad u_i = NA\frac{dB}{dt} + R\frac{Hl}{N}$$

$\underline{t = 0}$ $\quad B = 0;\ H = 0 \rightarrow u_\phi = 0$

$$u_i = u_L = NA\frac{dB}{dt}$$

$$u_i(t=0) = 108V = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{dB}{dt} \rightarrow \frac{dB}{dt} = 540 \rightarrow B = 540t$$

$B = 1{,}5T$

$$1{,}5 = 540t \rightarrow t_s = \frac{1}{360}\ \text{sec}$$

$\underline{0 \le t \le t_s}$ $\quad B < 1{,}5T,\ H = 0 \rightarrow u_\phi = 0$

$$u_i = u_L = \underline{\underline{108V}}$$

$\underline{t_s \le t \le \frac{1}{120}}$ $\quad B = 1{,}5T \rightarrow \frac{dB}{dt} = 0 \rightarrow u_L = 0$

$$u_\phi = u_i = 108V$$

$\underline{t \ge \frac{1}{120}}$ $\quad u_i = -108V$

$$-1{,}5T < B < 1{,}5T \rightarrow H = 0 \rightarrow u_\phi = 0$$

$$u_L = u_i = -108V$$

$$-108\,V = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-4}\frac{dB}{dt}$$

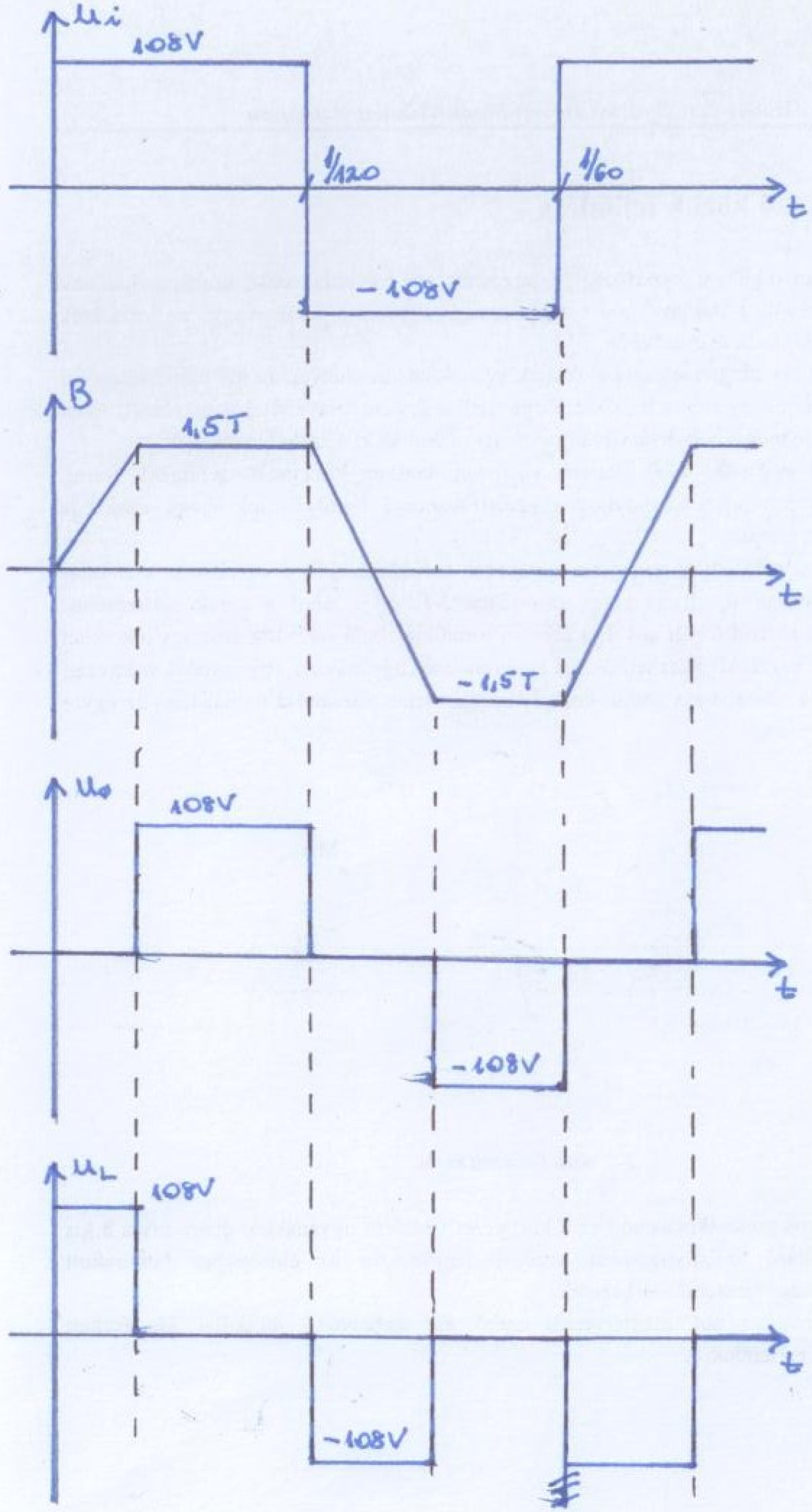
$$\Downarrow$$

$$B = -540t + B_0$$

$$-1{,}5 = -540t + 1{,}5 \rightarrow t = \frac{1}{180}\ \text{sec}$$

$\underline{\frac{1}{72} \le t \le \frac{1}{60}}$ $\quad B = -1{,}5T \rightarrow \frac{dB}{dt} = 0 \rightarrow u_L = 0$

$$u_i = u_o = -108V$$



ui
108V
1/120
1/60
t
-108V
B
1,5T
t
-1,5T
uo
108V
t
-108V
uL
108V
t
-108V

26 Egy légréses mágneses körben a légrésindukció 0,8T. Szamárium-kobalt mágnes van a körben gerjesztésnek. A légrés hossza 0,4 cm, keresztmetszete 2,5 cm².

a) Határozza meg azt a pontot ahol a mágnesnek a maximális energiája van [$(BH)_{max}$].

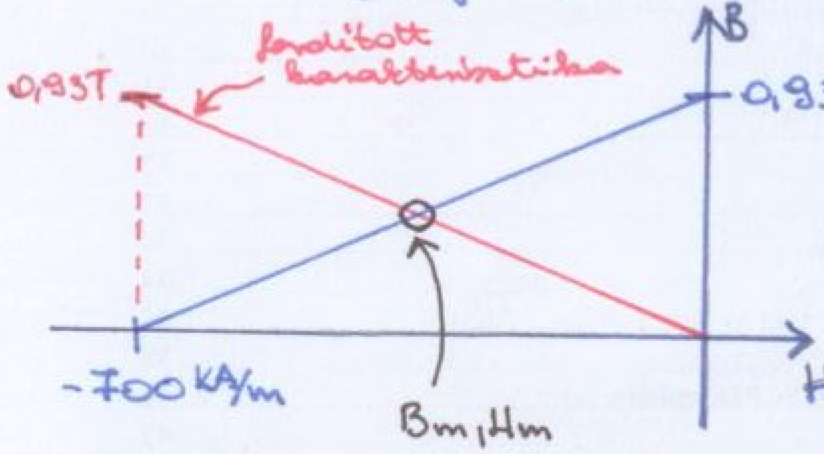
b) Határozza meg az állandómágnes paramétereit (l_m, A_m).

c) Számítsa ki, mekkora a mágnes térfogatának csökkenése, ha az Alnico 5 esetében $l_m = 6{,}06$ cm $A_m = 2{,}105$ cm².

a) A ritkaföldfém mágnesek esetében a maximális energia B, H értéke a következőképpen határozható meg:

1) Írjuk fel a karakterisztika (egyenes) egyenletét: $B = 1{,}3286 \cdot 10^{-6}\, \mathrm{H/m} \cdot H + 0{,}93\,\mathrm{T}$

2) Írjuk fel a fordított karakterisztika egyenletét: $B = -1{,}3286 \cdot 10^{-6}\, \mathrm{H/m} \cdot H$



3) A kapott egyenletrendszerből meghatározható a B_m és H_m értéke.

$B_m = 0{,}465\,\mathrm{T}$ $\quad H_m = 349{,}99\,\mathrm{kA/m}$

b) $l_m = 7{,}3\,\mathrm{mm} = 0{,}73\,\mathrm{cm}$

$A_m = 4{,}3011\,\mathrm{cm}^2$

c) $V_{Alnico} = 6{,}06 \cdot 2{,}105 = 12{,}7563\,\mathrm{cm}^3$

$V_{Szamárium} = 0{,}73 \cdot 4{,}3011 = 3{,}1398\,\mathrm{cm}^3$

$$\frac{V_{szamárium}}{V_{Alnico}} = \underline{\underline{0{,}2461}}$$