Példák:

① Egy $Z_0 = 600\,\Omega$ hullámimpedanciájú ideális távvezeték R_2 lezáró ellenállásán $u_2^+ = 180\,V$ és $u_2^- = 60\,V$. Mekkora R_2?

$$r = \frac{u_2^-}{u_2^+} = \frac{60}{180} \quad \mapsto \quad r = \frac{R_2 - Z_0}{R_2 + Z_0}$$

$$r R_2 + r Z_0 = R_2 - Z_0$$

$$r R_2 - R_2 = -Z_0 - r Z_0$$

$$R_2 (r - 1) = -Z_0 (1 + r) \mapsto R_2 = Z_0 \frac{1+r}{1-r} = 600 \cdot \frac{1 + 1/3}{1 - 1/3} = \underline{\underline{1200\,\Omega}}$$

② Egy $Z_0 = 240\,\Omega$ hullámellenállású ideális távvezetéket $u_g(t) = [120 \cos \omega t]\,V$ feszültséggel tápláljuk. Határozzuk meg a forrás hatásos és meddő teljesítményét, ha a lezárás is Z_0 értékű!

ha Z_0 a lezárás, akkor $Z_{be} = Z_0 = 240\,\Omega$, mintha a távvezeték nem is lenne ott!

$$\bar{S} = -\frac{1}{2} \hat{U} \hat{I}^* = -\frac{1}{2} \hat{U} \cdot \frac{\hat{U}^*}{\bar{Z}_{be}^*} = -\frac{1}{2} \frac{|\hat{U}|^2}{Z_{be}^*} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{120^2}{240} = \underline{-30\,VA} \mapsto \underline{\underline{P = -30\,W}} \quad \underline{\underline{Q = 0\,var}}$$

(előjel a forrás miatt!)

③ Egy ideális, légszigetelésű távvezeték nyitott végén a feszültség csúcsértéke 60 V. Számítsuk ki a feszültség amplitúdóját a vezeték végétől $x = 50\,m$ távolságban! A frekvencia $f = 10\,MHz$.

$$u(z) = u_2^+ \left[e^{\gamma(\ell - z)} + r e^{-\gamma(\ell - z)} \right] \Rightarrow \underline{u_2^+ \left[e^{\gamma x} + r e^{-\gamma x} \right]} = u(x)$$

$$u(0) = u_2^+ [1 + r] \quad (\text{itt } x = \emptyset\,!)$$

Nyitott vég = szakadás : $r = 1$:

$$u_2^+ = \frac{u(0)}{1+r} = \frac{60}{1+1} = \underline{30\,V}$$

$$u(50) = 30 \left[e^{\gamma 50} + e^{-\gamma 50} \right] = 30 \cdot 2 \cdot \frac{e^{j 50\pi/15} + e^{-j 50\pi/15}}{2} = 60 \cos \frac{50\pi}{15} = \underline{\underline{-30\,V}}$$

(radiánban kell a gép!)

$$\gamma = j\beta = j \frac{2\pi}{\lambda} = j \frac{2\pi}{c/f} = j \frac{\pi}{15}$$

(légszigetelésű: később látni fogjuk, hogy ez a sebesség c.)

④ Egy ideális távvezetéken az állóhullámarány $\sigma = 4/3$. A lezáró ellenállás $R_2 = 90\Omega$. Mekkora a vezeték hullámimpedanciája?

$$\sigma = \frac{1+|r|}{1-|r|}$$

$$\sigma - \sigma|r| = 1 + |r|$$

$$\sigma - 1 = \sigma|r| + |r| = |r|(\sigma+1)$$

$$|r| = \frac{\sigma - 1}{\sigma + 1} = \frac{1}{7}.$$

$$r = \frac{R_2 - Z_0}{R_2 + Z_0}$$

$$rR_2 + rZ_0 = R_2 - Z_0$$

$$rZ_0 + Z_0 = R_2 - rR_2$$

$$Z_0(1+r) = R_2(1-r) \rightarrow Z_0 = R_2\frac{1-r}{1+r} = \underline{\underline{67{,}5\Omega}}$$

⑤ Egy légszigetelésű, veszteségmentes ideális távvezeték hosszegységre eső induktivitása ismert méréskből, $L = \frac{5}{3}\,mH/km$. Határozzuk meg a hullámellenállást!

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{L}{\frac{1}{v^2 L}}} = \sqrt{L^2 v^2} = Lv = \underbrace{\frac{5}{3}\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-3}}_{H/m\,!}\cdot 3\cdot 10^{8} = \underline{\underline{500\Omega}}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$v^2 = \frac{1}{LC}$$

$$C = \frac{1}{v^2 L} = 6{,}67\cdot 10^{-12}\ \frac{F}{m}$$

Fontos: $\frac{5}{3}\,mH/km = \frac{5}{3}\cdot 10^{-3}\ \frac{H}{km} = \frac{5}{3}\cdot 10^{-3}\ \frac{H}{1000\,m} = \frac{5}{3}\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-3}\ \frac{H}{m}$

⑥ $Z_0 = 50\Omega$ hullámellenállású távvezeték végére $R_2 = 60\,\Omega$-os ellenállás csatlakozik, melyen a feszültség amplitúdója 100V. Határozzuk meg a maximális és a minimális amplitúdók nagyságát!

$$r = \frac{60-50}{60+50} = \frac{10}{110}.$$

$$\sigma = \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{1+|r|}{1-|r|} = \underline{\underline{1{,}2}}$$

(7) Egy $l=5m$ hosszúságú ideális távvezeték hullámimpedanciája $Z_0=75\Omega$. A vezetéket $f=100\ MHz$ frekvenciájú szinuszos feszültségforrás táplálja, $\hat{U}=250V$. A vezeték végén szakadás van. Határozzuk meg a forrás áramának csúcsértékét!

$r=1.$

$$U(z)=U_2^+\left[e^{\gamma(l-z)}+e^{-\gamma(l-z)}\right] \Rightarrow U(5)=U_2^+(1+1) \Rightarrow U_2^+=\frac{U(5)}{2}$$, most azonban $U(0)$ ismert!

$$U(0)=U_2^+\left(e^{\gamma l}+e^{-\gamma l}\right)=2U_2^+\cos\beta l \rightarrow U_2^+=\frac{U(0)}{2\cos\beta l}=\frac{250}{-1}=\underline{\underline{-250V}}$$

$U(0)=250\ V$

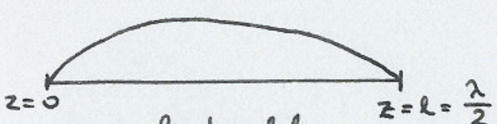
$\gamma=j\beta=j\frac{2\pi}{\lambda}=j\frac{2\pi}{3}$; $\cos\beta l=\cos\frac{2\pi}{3}\cdot 5=-0{,}5$ (radiánban π miatt!)

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3\cdot 10^8}{100\cdot 10^6}=3m$$

$$I(z)=\frac{U_2^+}{Z_0}\left[e^{\gamma(l-z)}-e^{-\gamma(l-z)}\right] \Rightarrow I(0)=\frac{U_2^+}{Z_0}\left[e^{\gamma l}-e^{-\gamma l}\right]=\frac{U_2^+}{Z_0}\cdot 2j\,\frac{e^{j\beta l}-e^{-j\beta l}}{2j}=\frac{U_2^+2j}{Z_0}\sin\beta l=$$

$$=\frac{-250\cdot 2\cdot j}{75}\cdot\sin\left(\frac{2\pi}{3}\cdot 5\right)=\underline{j\,5{,}773\ A} \qquad \underline{\underline{\hat{I}=5{,}773\ A}}$$

(8) Mekkora a mindkét végén rövidzárt, ideális távvezeték hossza, ha a legkisebb rezonanciafrekvencia 300 MHz?



ez a legkisebb frekvencia!

$$\frac{\lambda}{2}=l$$

$$\frac{c}{f\cdot 2}=l \longrightarrow l=\frac{3\cdot 10^8}{300\cdot 10^6\cdot 2}=\underline{\underline{0{,}5\ m}}$$

(9) Egy 50Ω hullámellenállású távvezeték $Z_2 = (50 - j50)\,\Omega$ impedanciájú lezárásán a feszültség $u_2(t) = [100 \cos \omega t]$ V. Határozzuk meg a pozitív irányba haladó feszültség hullám komplex csúcsértékét a lezárás helyén!

$$r = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0} = \frac{50 - j50 - 50}{50 - j50 + 50} = \frac{-j50\,(100 + j50)}{(100 - j50)(100 + j50)} = \frac{-j5000 + 2500}{12500} = \underline{0{,}2 - j0{,}4}$$

$$U(z) = U_2^+\left[e^{\gamma(l-z)} + r\,e^{-\gamma(l-z)}\right] \Rightarrow U_2 = U(l) = U_2^+\left[1 + r\right]$$

$$U_2^+ = \frac{U_2}{1 + r} = \frac{100}{1 + 0{,}2 - j0{,}4} = \frac{100}{1{,}2 - j0{,}4} = \frac{100}{1{,}265\,e^{-j18{,}43^\circ}} = \underline{\underline{79{,}05\,e^{j18{,}43^\circ}\ \text{V}}} \cong (75 + j25)\ \text{V}$$

(10) Határozzuk meg az előző feladatban a lezárás helyén fellépő, negatív irányba haladó feszültség hullám komplex csúcsértékét!

$$U_2 = U_2^+ + U_2^- \longrightarrow U_2^- = U_2 - U_2^+ = 100 - (75 + j25) = (25 - j25)\,\text{V} = \underline{\underline{35{,}35\,e^{-j45^\circ}\ \text{V}}}$$

(11) Határozzuk meg a 9. feladatban a lezáráson átfolyó áram komplex csúcsértékét!

$$I(l) = \frac{U_2^+}{Z_0}\left[1 - r\right] = \frac{75 + j25}{50}\left(1 - (0{,}2 - j0{,}4)\right) = (1{,}5 + j0{,}5)(0{,}8 + j0{,}4) = 1{,}2 + j0{,}6 + j0{,}4 - 0{,}2 =$$

$$= \underline{\underline{(1 + j)\ \text{A}}}$$

Ellenőrzés: $I_2 = \dfrac{U_2}{Z_2} = \dfrac{100}{50 - j50} \cdot \dfrac{50 + j50}{50 - j50} = \dfrac{5000 + j5000}{5000} = (1 + j)\ \text{A}.$ Kiszámolhatjuk az új képlettel és a komplex Ohm-törvénye szerint.

(12) Egy hullámimpedanciájával lezárt távvezeték bemenetén a feszültség $[100 \cos \omega t]$ V; $\omega = 2\pi$ Mrad/s.
Határozzuk meg a $z = 300$ m-es helyen a feszültség időfüggvényét, ha az ω körfrekvencián
$Z_0 = 100\, e^{-j30^\circ}\ \Omega$, $\alpha = 10^{-2}\ \frac{1}{m}$, $v = 2 \cdot 10^8$ m/s.

$r = 0.$

$$U(z) = U_2^+ \cdot e^{\gamma(l-z)} \Rightarrow U_2^+ = \frac{U(0)}{e^{\gamma l}} = 100 \cdot e^{-\gamma l}$$

$$U(z) = 100 \cdot e^{-\gamma l} \cdot e^{\gamma l} \cdot e^{-\gamma z} = 100\, e^{-\gamma z}$$ ~ az l hosszra nincs szükségünk!

$$\gamma = \alpha + j\beta = \alpha + j\frac{2\pi}{\lambda} = \alpha + j\frac{2\pi}{v} f = 10^{-2} + j\,0{,}0314$$

$\omega = 2\pi \cdot 1.$

$$U(300) = 100 \cdot e^{-10^{-2} \cdot 300} \cdot e^{-j0{,}0314 \cdot 300} = \underline{4{,}979\, e^{-j\,9{,}42}} \Rightarrow \underline{\underline{u(300,t) = 4{,}979 \cos(\omega t - 9{,}42^\circ)}}$$

(13) Egy ideális távvezeték hullámellenállása 60Ω, lezárása 120Ω, hossza $\lambda/4$.
Határozzuk meg a bemeneti impedanciát!

$$Z_{be} = Z_0 \frac{Z_2 + jZ_0 \operatorname{tg} \beta l}{Z_0 + jZ_2 \operatorname{tg} \beta l} = Z_0 \cdot \frac{\frac{Z_2}{\operatorname{tg} \beta l} + jZ_0}{\frac{Z_0}{\operatorname{tg} \beta l} + jZ_2} \Rightarrow Z_{be} = \frac{Z_0^2}{Z_2} = \underline{\underline{30\Omega}}$$

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\operatorname{tg} \pi/2 \mapsto \infty$$

(14) Egy távvezeték terjedési együtthatója az $f = 100\ \mathrm{Hz}$ frekvencián $\gamma = (1+j4)\cdot 10^{-3}/\mathrm{km}$. Határozzuk meg a távvezeték csillapítási együtthatóját, fázisegyütthatóját és a hullám terjedési sebességét!

$$\gamma = (1+j4)\cdot 10^{-3}/\mathrm{km} \rightarrow \underline{\underline{\alpha = 10^{-3}/\mathrm{km}}} \qquad \underline{\underline{\beta = 4\cdot 10^{-3}/\mathrm{km}}}$$ (definíció)

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} \mapsto v = \frac{2\pi f}{\beta} = \frac{2\pi\cdot 100}{4\cdot 10^{-3}\cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{5\pi\cdot 10^{7}\ \frac{m}{s}}}$$

! /km miatt !

(15) Egy ideális távvezeték paraméterei $f = 50\ \mathrm{Hz}$-en: $L = 4\ \mathrm{mH/km}$, $C = 9\ \mathrm{nF/km}$. Számítsuk ki a vezeték hullámparamétereit!

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{4\cdot 10^{-3}}{9\cdot 10^{-9}}} = \underline{\underline{666{,}67\ \Omega}}$$

$$\gamma = j\beta = j\,\frac{2\pi f}{v} = j\,2\pi f\sqrt{LC} =$$
$$= j\,2\pi\, 50\cdot\sqrt{4\cdot 10^{-3}\cdot 9\cdot 10^{-9}} = \underline{\underline{6\pi\cdot 10^{-4}/\mathrm{km}}}\ !$$

(16) Egy 1 km hosszúságú ideális távvezeték bemenetén mért üresjárási bemeneti impedancia: $Z_ü = -j100\ \Omega$, a rövidzárási bemeneti impedancia pedig $Z_r = j100\ \Omega$. Határozzuk meg a terjedési együtthatót!

$$\left.\begin{aligned} Z_ü &= -j100 = \frac{Z_0}{\mathrm{th}\,\gamma l} \\ Z_r &= j100 = Z_0\,\mathrm{th}\,\gamma l \end{aligned}\right\} \quad \frac{Z_r}{Z_ü} = ?$$

ideális esetben.

$$\left|\begin{aligned} Z_ü &= -j100 = -j\,\frac{Z_0}{\mathrm{tg}\,\beta l} \\ Z_r &= j100 = j\,Z_0\,\mathrm{tg}\,\beta l \end{aligned}\right\} \quad \frac{Z_r}{Z_ü} = -1 = -\,\mathrm{tg}^2\beta l \rightarrow \mathrm{tg}\,\beta l = 1$$

$$\beta l = 0{,}7854$$

$$\beta = 0{,}7854/\mathrm{km} \qquad \underline{\underline{\gamma = j\,0{,}7854/\mathrm{km}}}$$

(17.) Egy $l = \lambda/8$ hosszúságú, ideális, 120 Ω hullámellenállású távvezeték végén szakadás van. Határozzuk meg a bemeneti impedanciát!

$$Z_{be} = Z_0 \frac{Z_2 + jZ_0 \operatorname{tg}\beta l}{Z_0 + jZ_2 \operatorname{tg}\beta l} = Z_0 \frac{Z_2 + jZ_0}{Z_0 + jZ_2} = 120 \frac{1 + j\overbrace{\frac{120}{Z_2}}^{\to \emptyset}}{\underbrace{\frac{120}{Z_2}}_{\emptyset} + j} = \underline{\underline{-j\,120\,\Omega}}$$

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{8} = \frac{\pi}{4} \qquad \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = \underline{1}$$

(18) Határozzuk meg az előző feladat bemeneti impedanciáját, ha a lezárás rövidzár!

$$Z_{be} = Z_0 \frac{jZ_0}{Z_0} = jZ_0 = j\,120\,\Omega.$$

(19) Egy $l = \lambda$ hosszúságú távvezetéket a hullámimpedanciájával zárunk le, $Z_0 = 120\,\Omega$. A távvezeték bemenetére a forrásfeszültség: $u_1(t) = 12\cos\left(2\pi \frac{v}{\lambda} t\right)$ V. Határozzuk meg a bemeneten befolyó áram időfüggvényét!

$r = 0.$

$$U(z) = U_2^+ e^{j\beta(l-z)} \Rightarrow U(0) = U_2^+ e^{j\beta l} \longrightarrow U_2^+ = 12\, e^{-j\beta l}$$

$$I(z) = \frac{U_2^+}{Z_0} e^{j\beta(l-z)} \Rightarrow I(0) = \frac{12\, e^{-j\beta l}}{120} e^{j\beta l} = 0{,}1 \Rightarrow \underline{\underline{i_1(t) = 0{,}1 \cos\left(2\pi \overset{f}{\frac{v}{\lambda}} t\right) \text{ A}}}$$

(20) Egy Z_0 hullámellenállású, $l = \lambda/2$ hosszúságú ideális távvezetéket a végén rövidzezárunk. Határozzuk meg a bemeneti impedanciát!

$$Z_{be} = Z_0 \frac{Z_2 + jZ_0 \operatorname{tg}\beta l}{Z_0 + jZ_2 \operatorname{tg}\beta l} = Z_0 \frac{\emptyset + \emptyset}{Z_0 + \emptyset} = \underline{\emptyset}$$

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{2} = \pi \Rightarrow \operatorname{tg}\pi = \emptyset$$

(21) Egy $Z_0 = 200\, e^{-j10^\circ}\ \Omega$ hullámimpedanciájú távvezeték feszültsége: $u(z,t) = 400 \cos(\omega t - \beta z)$ V.
Írjuk fel az áram hullám egyenletét!

$$Z_0 = \frac{U(z)}{I(z)} \rightarrow I(z) = \frac{U(z)}{Z_0} = \frac{400}{200 e^{-j10^\circ}} = 2 e^{j10^\circ} A \Rightarrow \underline{\underline{i(z,t) = 2\cos(\omega t - \beta z + 10^\circ)\ A}}.$$

(22.) Fejezzük ki a vezeték paraméterekkel (R, L, G, C) azt a feltételt, amely mellett egy veszteséges távvezeték hullámimpedanciája valós értékű!

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{(R + j\omega L)(G - j\omega C)}{(G + j\omega C)(G - j\omega C)}} = \sqrt{\frac{RG - j\omega RC + j\omega GL + \omega^2 LC}{G^2 + \omega^2 C^2}} = \sqrt{\frac{RG + \omega^2 LC}{G^2 + \omega^2 C^2} + j\frac{\omega GL - \omega RC}{G^2 + \omega^2 C^2}}$$

Ez akkor lesz tiszta valós, ha: $\omega GL - \omega RC = \emptyset$

$$\underline{\underline{GL = RC}}$$

(23) Egy $Z_0 = 200\,\Omega$ hullámellenállású távvezetéket $R = 100\,\Omega$ ellenállású fogyasztóval zárunk le.
Határozzuk meg a reflexiós tényezőt és az állóhullámarányt!

$$r = \frac{R - Z_0}{R + Z_0} = \underline{\underline{-\frac{1}{3}}} \qquad \sigma = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} = \underline{\underline{2}}$$

(24.) Egy távvezeték üresjárási impedanciája $Z_ü = 100(1+j)\,\Omega$, rövidzárási impedanciája $Z_{rz} = 100(1-j\sqrt{3})\,\Omega$. Határozzuk meg a hullámimpedanciát!

$$Z_0 = \sqrt{Z_ü \cdot Z_{rz}} = \sqrt{100\sqrt{2}\, e^{j45°} \cdot 100 \cdot 2\, e^{-j60°}} = \underline{\underline{168{,}18\, e^{-j7{,}5°}\,\Omega}}$$

(25.) Egy $50\,\Omega$ hullámellenállású ideális távvezeték R_2 lezárásán $U_2^+ = 180\,V$, $U_2^- = 90\,V$. Mekkora R_2?

$$r = \frac{U_2^-}{U_2^+} = \frac{90}{180} = 0{,}5 \qquad R_2 = Z_0 \frac{1+r}{1-r} = \underline{\underline{150\,\Omega}} \qquad \text{(l. 1. példa)}$$

(26.) Mekkora a hossza a mindkét végén rövidrezárt ideális távvezetéknek, ha a legkisebb rezonancia frekvencia 400 MHz?

$$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{c}{2 \cdot f} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 400 \cdot 10^6} = \underline{\underline{0{,}375\,m}}$$

(27.) Egy ideális távvezetéken a szinuszos feszültség legnagyobb amplitúdója kétszerese a legkisebbnek. Mekkora a reflexiós tényező abszolút értéke?

$$\sigma = \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{2U_{min}}{U_{min}} = 2 \qquad \sigma = \frac{1+|r|}{1-|r|} \longrightarrow |r| = \frac{\sigma - 1}{\sigma + 1} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}} \qquad \text{l. 4. példa}$$

(28.) Egy ideális távvezeték hossza $l = \lambda/4$, lezáró ellenállása $R_2 = 210\,\Omega$. Határozzuk meg a hullámellenállást, ha a bemeneti impedancia $60\,\Omega$!

$$Z_{be} = Z_0 \frac{Z_2 + j Z_0 \operatorname{tg}\beta l}{Z_0 + j Z_2 \operatorname{tg}\beta l} = Z_0 \frac{j Z_0}{j Z_2} = \frac{Z_0^2}{Z_2} \mapsto Z_0 = \sqrt{Z_{be} \cdot Z_2} = \sqrt{60 \cdot 210} = \underline{\underline{112{,}25\,\Omega}}$$

$$\operatorname{tg}\beta l = \operatorname{tg}\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} = \infty$$

(29) Egy hullámimpedanciájával lezárt távvezeték bemenetén $u_1(t) = [150\cos\omega t]$ V, $\omega = 2$ Mrad/s. Határozzuk meg az áram időfüggvényét a $z = 150$ m helyen, ha $Z_0 = 60e^{-j60°}$ Ω, $\alpha = 2\cdot 10^{-2}$ 1/m, $v = 2{,}5\cdot 10^{8}$ m/s!

$r = \varnothing.$

$$U(z) = U_2^+ e^{\gamma(l-z)} \rightarrow U(0) = U_2^+ e^{\gamma l} \rightarrow U_2^+ = \frac{150}{e^{\gamma l}}$$

$$I(z) = \frac{U_2^+}{Z_0} e^{\gamma(l-z)} \rightarrow I(150) = \frac{150}{e^{\gamma l}}\cdot\frac{1}{60e^{-j60°}} e^{\gamma l}\cdot e^{-\gamma\cdot 150} =$$

$$= 2{,}5\, e^{j60°} e^{-3}\cdot e^{-j1{,}2} = 0{,}049\cdot 2{,}5\, e^{j60°}\cdot e^{-j68{,}75°} \searrow$$

$$\gamma = \alpha + j\frac{2\pi}{\lambda} = \alpha + j\frac{2\pi}{v}f = \alpha + j\frac{2\pi}{v}\cdot\frac{\omega}{2\pi} = \alpha + j\frac{\omega}{v} = \left(2\cdot 10^{-2} + j\, 8\cdot 10^{-3}\right) \text{ 1/m}$$

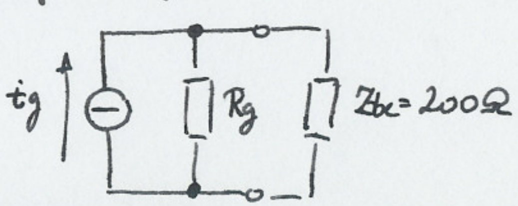
$$\gamma\cdot 150 = 3 + j\,1{,}2$$

$$\underline{\underline{i(150\text{ m}, t) = 0{,}1225\cos(\omega t - 8{,}75°) \text{ A}}}$$

(30) Mekkora a hossza az egyik végén rövidzárral, a másik végén szakadással lezárt ideális távvezetéknek, ha a legkisebb rezonancia frekvencia 150 MHz?

$$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4f} = \frac{3\cdot 10^{8}}{4\cdot 150\cdot 10^{6}} = \underline{\underline{0{,}5\text{ m}}}$$

(31) Egy 200Ω hullámellenállású távvezeték lezárása is 200Ω. A távvezeték elején az áram: $i_g(t) = [120\cos\omega t]$ mA, és $R_g = 2$ kΩ (Norton-generátor). Mekkora forrás komplex teljesítménye?



$$S = -\frac{1}{2}\hat{U}\hat{I}^* = -\frac{1}{2}Z\cdot\hat{I}\cdot\hat{I}^* = -\frac{1}{2}(200\times 2000)\cdot 120^2 \underbrace{/1000/1000}_{mA^2}$$

$$= \underline{\underline{-1{,}309 \text{ VA}}}$$ (előjel, mert fogyasztó!)

32) Egy ideális távvezeték hullámellenállása 75Ω, hossza 5 m. A vezetéket feszültségforrás táplálja: $\hat{U} = 250\,V$, $f = 100\,MHz$. Határozzuk meg a forrás áramát, ha a lezárás rövidzár!

$r = -1$

$$U(z) = U_2^+\left[e^{\gamma(l-z)} - e^{-\gamma(l-z)}\right] \Rightarrow U(0) = 250 = U_2^+\left(e^{j\beta l} - e^{-j\beta l}\right) = 2j\,U_2^+ \sin\beta l$$

$$U_2^+ = \frac{250}{2j \cdot \sin\beta l} = \underline{-j\,144{,}34}$$

$$\sin\beta l = \sin\frac{2\pi}{c}f = 0{,}866$$

$$I(z) = \frac{U_2^+}{Z_0}\left[e^{\gamma(l-z)} + e^{-\gamma(l-z)}\right] \Rightarrow I(0) = \frac{-j\,144{,}34}{75}\cdot 2\cos\beta l = \underline{j\,1{,}925\,A}$$

$$\underline{\underline{i_1(t) = 1{,}925\cos(\omega t + 90^\circ)\,A}}$$

(v.ö. 7. példa)

$\cos\beta l = -0{,}5$

(33.) Egy 60Ω hullámellenállású ideális légszigetelésű távvezeték lezárásán: $I_2^+ = 4A$, $I_2^- = 1A$. Mekkora a feszültség legkisebb és legnagyobb értéke?

$$-r = \frac{I_2^-}{I_2^+} = \frac{1}{4} \qquad \sigma = \frac{1+|r|}{1-|r|} = 1{,}667.$$

$$\left.\begin{array}{l} I_2^- \rightarrow U_2^- = Z_0 \cdot I_2^- = 60V \\ I_2^+ \rightarrow U_2^+ = Z_0 \cdot I_2^+ = 240V \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} U_{max} = U_2^+ + U_2^- = \underline{\underline{300V}} \\ U_{min} = U_2^+ - U_2^- = \underline{\underline{180V}} \end{array}$$

$\sigma = \frac{U_{max}}{U_{min}}$ ellenőrizhető

(34.) Határozzuk meg az előző feladatban a lezáró ellenállást, annak feszültségét és áramát!

a/
$$\begin{array}{ll} I_2^+ = 4A & U_2^+ = 240V \\ I_2^- = 1A & U_2^- = 60V \end{array} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} U_2 = U_2^+ + U_2^- = 300V \\ I_2 = I_2^+ - I_2^- = 3A \end{array}\right\} R_2 = \underline{\underline{100\Omega}}$$

b/ 1. példa szerint: $R_2 = Z_0 \cdot \frac{1+r}{1-r} = \underline{\underline{100\Omega}}$

(35.) Egy távvezeték paramétere: $C = 5pF/m$. A távvezeték ideális, mekkora Z_0?

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \underline{\underline{667\Omega}}$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \mapsto L = \frac{1}{v^2 C} = \frac{1}{(3 \cdot 10^8)^2 \cdot 5 \cdot 10^{-12}} = 2{,}22 \cdot 10^{-6} \frac{H}{m}$$

(36.) Egy 160Ω hullámellenállású ideális távvezeték bemenetére $u_1(t) = [100 \cos \omega t]$ V forrás, kimenetére $Z_2 = (100 + j100)\,\Omega$ impedancia csatlakozik, $f = 1$ MHz. A távvezeték hossza 500 m. Határozzuk meg a lezárás feszültségének időfüggvényét!

$$U(z) = U_2^+ \left[e^{\gamma(l-z)} + r\, e^{-\gamma(l-z)} \right] \Rightarrow U(0) = U_2^+ \left[e^{\gamma l} + r\, e^{-\gamma l} \right] \Rightarrow U_2^+ = \frac{U(0)}{e^{\gamma l} + r e^{-\gamma l}} =$$

$$= \frac{100}{e^{j10{,}5} + 0{,}419\, e^{j99{,}92^\circ} \cdot e^{-j10{,}5}} = \frac{100}{1{,}393\, e^{-j125{,}24^\circ}} = \underline{71{,}78\, e^{j125{,}24^\circ}}$$

- $$r = \frac{100 + j100 - 160}{100 + j100 + 160} = \frac{-60 + j100}{260 + j100} = \frac{116{,}62\, e^{j120{,}96^\circ}}{278{,}57\, e^{j21{,}04^\circ}} = \underline{0{,}419\, e^{j99{,}92^\circ}} = -0{,}072 + j0{,}413$$

- $$\gamma = j\beta = j\frac{\omega}{c} = j0{,}021 \qquad \underline{\gamma l = j10{,}5}$$

- $$e^{j10{,}5} + 0{,}419\, e^{j99{,}92^\circ} \cdot e^{-j10{,}5} = e^{-j118{,}39^\circ} + 0{,}419 \underbrace{e^{j99{,}92^\circ} \cdot e^{j118{,}39^\circ}}_{e^{j218{,}31^\circ}} = (-0{,}475 - j0{,}879) + (-0{,}329 - j0{,}259) =$$

RAD!!!

$$= -0{,}804 - j1{,}138 = \underline{1{,}393\, e^{-j125{,}24^\circ}}$$

$$U(l) = U_2^+ \left[1 + r \right] = 71{,}78\, e^{j125{,}24^\circ} \cdot \left(1 + [-0{,}072 + j0{,}413] \right) =$$

$$= 71{,}78\, e^{j125{,}24^\circ} \cdot 1{,}0157\, e^{j23{,}99^\circ} = \cancel{72} \ \underline{\underline{72{,}91\, e^{j149{,}23^\circ}}}$$

$$\underline{\underline{u_2(t) = 72{,}91 \cos(\omega t + 149{,}23^\circ)\ \mathrm{V}.}}$$

- Számítsa ki $I(z) = \frac{U_2^+}{Z_0} \left[e^{\gamma(l-z)}\ r\, e^{-\gamma(l-z)} \right]$ szerint a kimeneten folyó áramot, és ellenőrizze

$U_2 = Z_2 I_2$ szerint!

(37.) Ismert egy kábelvezeték terjedési együtthatója és hullámimpedanciája, hossza $l = 20$ km. A kimeneti feszültség és áram komplex értéke ismert: $U_2 = 90\,kV$, $I_2 = 400\, e^{-j10°}$ A. Határozzuk meg a bemeneti feszültség és áram komplex értékét! (A 37. - 38. példát oldja meg $l = 200$ km - re is!)

$$\gamma = (0{,}193 + j\,1{,}085)\cdot 10^{-3}\ 1/km$$

$$Z_0 = (818 - j\,145{,}7)\,\Omega = 830{,}87\, e^{-j\,10{,}1°}\,\Omega$$

$$Z_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{90.000}{400 e^{-j10°}} = 225\, e^{j10°}\,\Omega = \underline{(221{,}58 + j\,39{,}07)\,\Omega}$$

$$r = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0} = \frac{(221{,}58 + j\,39{,}07) - (818 - j\,145{,}7)}{(221{,}58 + j\,39{,}07) + (818 - j\,145{,}7)} = \frac{-596{,}42 + j184{,}77}{1039{,}58 - j106{,}63} = \frac{624{,}39\, e^{j\,162{,}78°}}{1045{,}03\, e^{-j\,5{,}86°}} =$$

$$= \underline{0{,}597\, e^{j\,168{,}64°}} = \underline{(-0{,}585 + j\,0{,}118)}$$

$$U(z) = U_2^+\left[e^{\gamma(l-z)} + r\, e^{-\gamma(l-z)}\right]$$

$$U(l) = U_2^+\left[1 + r\right] \longmapsto U_2^+ = \frac{U_2}{1 + r} = \frac{90.000}{0{,}415 + j\,0{,}118} = \frac{90000}{0{,}431\, e^{j\,15{,}87°}} = \underline{208.816\, e^{-j\,15{,}87°}\ V}$$

$$U(0) = U_2^+\left[e^{\gamma l} + r\, e^{-\gamma l}\right] = 208.816\, e^{-j\,15{,}87°} \cdot 0{,}437\, e^{j\,16{,}75°} = \underline{\underline{91{,}25\, e^{j\,0{,}88°}\ kV}}$$

- $\gamma l = (0{,}193 + j\,1{,}085)\cdot 10^{-3}\ \frac{1}{km}\cdot 20\,km = \underline{(3{,}86 + j\,21{,}7)\cdot 10^{-3}}$
- $r e^{-\gamma l} = 0{,}597\cdot e^{j\,168{,}64°}\cdot e^{-3{,}86\cdot 10^{-3}}\cdot e^{j\underbrace{21{,}7\cdot 10^{-3}}_{RAD!}} = \underline{0{,}594\, e^{j\,169{,}88°}}$ (a kábel kicsit csillapít és a forgatás is kicsi.)
- $e^{\gamma l} = e^{3{,}86\cdot 10^{-3}}\cdot e^{j\,21{,}7\cdot 10^{-3}} = \underline{1{,}0039\, e^{j\,1{,}243°}}$
- $e^{\gamma l} + r e^{-\gamma l} = 1{,}0039\, e^{j\,1{,}243°} + 0{,}594\, e^{j\,169{,}88°} = (1{,}0037 + j\,0{,}022) + (-0{,}585 + j\,0{,}104) =$

$$= 0{,}4187 + j\,0{,}126 = \underline{0{,}437\, e^{j\,16{,}75°}}$$

37. folyt.:

$$I(z) = \frac{U_2^+}{Z_0}\left[e^{\gamma(l-z)} - r e^{-\gamma(l-z)}\right]$$

$$I(0) = \frac{U_2^+}{Z_0}\left[e^{\gamma l} - r e^{-\gamma l}\right] = \frac{208.216\, e^{-j15{,}87^\circ}}{830{,}87\, e^{-j10{,}1^\circ}} \cdot 1{,}591\, e^{-j2{,}95^\circ} = \underline{\underline{399{,}85\, e^{-j8{,}72^\circ}\ \mathrm{A}}}$$

- $e^{\gamma l} - r e^{-\gamma l} = (1{,}0037 + j0{,}022) - (-0{,}585 + j0{,}104) = 1{,}589 - j0{,}082 = \underline{1{,}591\, e^{-j2{,}95^\circ}}$

(38.) Határozzuk meg a fenti távvezeték bemeneti impedanciáját is!

$$Z_{be} = Z_0 \cdot \frac{Z_2 \operatorname{ch}\gamma l + Z_0 \operatorname{sh}\gamma l}{Z_0 \operatorname{ch}\gamma l + Z_2 \operatorname{sh}\gamma l} = \ldots$$

RADIÁNBAN A GÉP!!!

- $\operatorname{ch}\gamma l = \operatorname{ch}\alpha l \cdot \cos\beta l + j \operatorname{sh}\alpha l \cdot \sin\beta l \cong 1 \cdot 1 + j\, 0{,}0038 \cdot \overset{0{,}0217}{\cancel{0{,}00038}} \cong \underline{1}$
- $\operatorname{sh}\gamma l = \operatorname{sh}\alpha l \cdot \cos\beta l + j \operatorname{ch}\alpha l \cdot \sin\beta l \cong 0{,}0038 \cdot 1 + j\, 1 \cdot \overset{0{,}0217}{\cancel{0{,}00038}} = 0{,}0038 + j\,\overset{0{,}0217}{\cancel{0{,}00038}} = \cancel{0{,}00382\, e^{j5{,}71^\circ}}$
  $= 0{,}022\, e^{j80{,}06^\circ}$
- $\alpha l = 3{,}86 \cdot 10^{-3} \qquad \beta l = 21{,}7 \cdot 10^{-3}$
- $Z_2 \operatorname{ch}\gamma l = \underline{(221{,}58 + j39{,}07)\ \Omega}$
- $Z_0 \operatorname{sh}\gamma l = (818 - j145{,}7) \cdot 0{,}022\, e^{j80{,}06^\circ} = 830{,}87\, e^{-j10{,}1^\circ} \cdot 0{,}022\, e^{j80{,}06^\circ} = 18{,}28\, e^{j69{,}96^\circ} = \underline{(6{,}26 + j17{,}17)\ \Omega}$
- $Z_0 \operatorname{ch}\gamma l = (818 - j145{,}7)\ \Omega$
- $Z_2 \operatorname{sh}\gamma l = 225\, e^{j10^\circ} \cdot 0{,}022\, e^{j80{,}06^\circ} = 4{,}95\, e^{j90{,}06^\circ} \cong \underline{j\,4{,}95\ \Omega}$

$$\ldots = 830{,}87\, e^{-j10{,}1^\circ} \cdot \frac{(221{,}58 + j39{,}07) + (6{,}26 + j17{,}17)}{(818{,}0 - j145{,}7) + (j4{,}95)} = 830{,}87\, e^{-j10{,}1^\circ} \cdot \frac{227{,}84 + j56{,}24}{818 - j140{,}75} =$$

$$= 830{,}87\, e^{-j10{,}1^\circ} \cdot 234{,}68\, e^{j13{,}87^\circ} \Big/ 830{,}02\, e^{-j9{,}76^\circ} = \underline{\underline{234{,}92\, e^{j13{,}53^\circ}\ \Omega}}$$

Ez a számítás nagyon hosszadalmas, több helyen történt közelítés, $Z_{be} = U_1/I_1$ különösen jött ki!

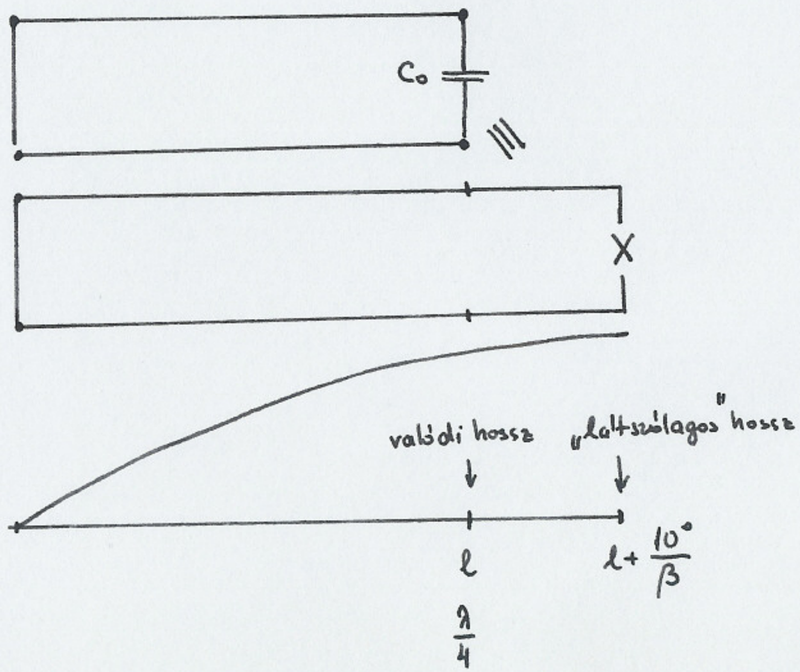
39. Egy 140Ω hullámellenállású ideális távvezetéket $C_0 = 10\,pF$ kapacitású kondenzátorral zárunk le. A rezonanciafrekvencia 20 MHz. Határozzuk meg a távvezeték hosszát!

$$r = \frac{1/j\omega C_0 - Z_0}{1/j\omega C_0 + Z_0} = \frac{-j795{,}77 - 140}{-j795{,}77 + 140} = \frac{807{,}99\, e^{-j99{,}98°}}{807{,}99\, e^{-j80{,}02°}} = \underline{e^{-j20°}}$$

$$U(z) = U_2^+\left[e^{\gamma(l-z)} + e^{-j20°} e^{-\gamma(l-z)}\right] = U_2^+ e^{-j10°}\left[e^{\gamma(l-z)} e^{j10°} + e^{-j10°} e^{-\gamma(l-z)}\right] =$$

$$= U_2^+ e^{-j10°}\left[e^{j[\beta(l-z)+10°]} + e^{-j[\beta(l-z)+10°]}\right]\frac{2}{2} = 2U_2^+ e^{-j10°} \cos\underbrace{\left[\beta(l-z)+10°\right]}_{\beta\left(l - z + \frac{10°}{\beta}\right)}$$

a távvezetéket „megnyújtják" $\frac{10°}{\beta}$-val



$$\beta = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \cdot 20 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^8} = 0{,}4189$$

$$l + \frac{0{,}1745}{0{,}4189} = \frac{c}{4f}$$ ← RAD!

$$l = 3{,}75 - 0{,}4166 = \underline{\underline{3{,}33\ m}}$$

ennyivel nyújtja a kondenzátor!

$(2n+1)\frac{\lambda}{4} = 3{,}75$ – így lehet számolni a felharmonikusokat.

$n=1$:) $f = 60\,MHz$

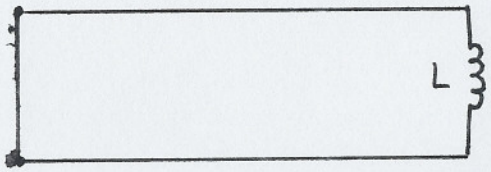
$n=2$:) $f = 100\,MHz$ ...

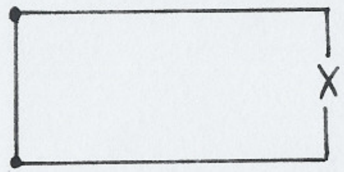
(4a) Egy 140Ω hullámellenállású ideális távvezetéket $L_0 = 0{,}1\,mH$ induktivitású tekerccsel zárunk le. A rezonanciafrekvencia $f = 250\,kHz$. Határozzuk meg a távvezeték hosszát!

$$r = \frac{j\omega L_0 - Z_0}{j\omega L_0 + Z_0} = \frac{j157{,}08 - 140}{j157{,}08 + 140} = \frac{210{,}41\, e^{j131{,}71^\circ}}{210{,}41\, e^{j48{,}29^\circ}} = \underline{e^{j83{,}42^\circ}}$$

$$U(z) = U_2^+\left[e^{j\beta(l-z)} + e^{j83{,}42^\circ} e^{-j\beta(l-z)}\right] = U_2^+ e^{j41{,}71^\circ}\left[e^{j[\beta(l-z)-41{,}71^\circ]} + e^{-j[\beta(l-z)-41{,}71^\circ]}\right] =$$

$$= 2U_2^+ e^{j41{,}71^\circ} \cos\Big[\underbrace{\beta(l-z) - 41{,}71^\circ}_{\beta\left(l - z - \frac{41{,}71^\circ}{\beta}\right)}\Big]$$



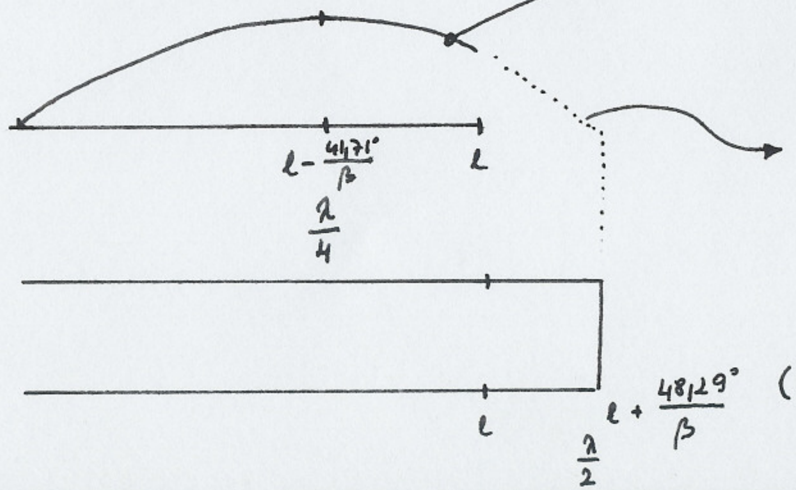


41,71° rad-ban

$$l - \frac{0{,}728}{0{,}00524} = l - 138{,}9 = \frac{\lambda}{4}$$

$$l = 138{,}9 + \frac{c}{4f} = \underline{\underline{438{,}9\,m}}$$

Azaz a tekerccsel lezárt távvezeték olyan, mintha a szakadással lezárt távvezeték rövidebb lenne.

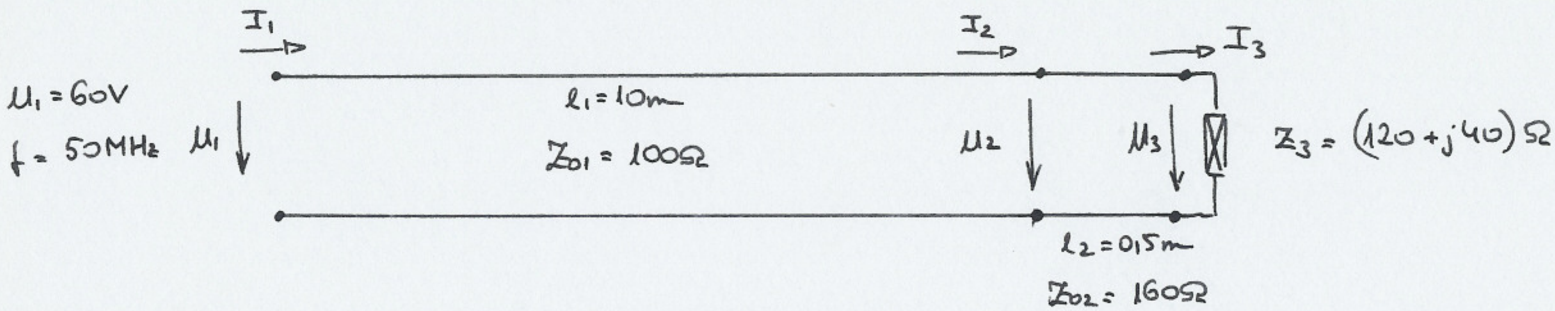


Úgy is felfogható, mintha a rövidrezárt vezeték hosszabb lenne:

$$l + \frac{0{,}843}{0{,}00524} = l + 160{,}84 = \frac{\lambda}{2}$$

$(48{,}29^\circ = -41{,}71^\circ + 90^\circ)$ $\quad l = \frac{c}{2f} - 160{,}84 = \underline{\underline{439{,}16\,m}}$

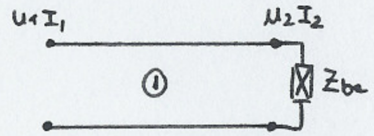
(41.) Két ideális távvezeték összekapcsolódik:



Határozzuk meg a kimeneti feszültséget!

Két lépésben oldjuk meg:

1/



$$\operatorname{tg}\beta l_2 = \operatorname{tg}\frac{\omega}{c} l_2 = \underline{0{,}577}$$

$$Z_{be} = Z_{02}\frac{Z_3 + jZ_{02}\operatorname{tg}\beta l_2}{Z_{02} + jZ_3\operatorname{tg}\beta l_2} = 160\,\frac{120 + j40 + j\,0{,}577\cdot 160}{160 + j\,0{,}577\,(120 + j40)} = 160\,\frac{120 + j\cdot 132{,}32}{136{,}92 + j\cdot 69{,}24} =$$

$$= 160\,\frac{178{,}63\,e^{j\,47{,}79^\circ}}{153{,}43\,e^{j\,26{,}83^\circ}} = \underline{186{,}28\,e^{j\,20{,}96^\circ}} = \underline{(173{,}95 + j\,66{,}63)\,\Omega}$$

Mintha az 1. távvezeték Z_{be} impedanciával lenne lezárva.

$$r = \frac{Z_{be} - Z_{01}}{Z_{be} + Z_{01}} = \frac{73{,}95 + j\,66{,}63}{273{,}95 + j\,66{,}63} = \frac{99{,}54\,e^{j\,42{,}02^\circ}}{281{,}94\,e^{j\,13{,}67^\circ}} = \underline{0{,}353\,e^{j\,28{,}35^\circ}} = \underline{(0{,}31 + j\,0{,}17)}$$

$$U(z) = U_2^+\left[e^{j\beta(l_1 - z)} + r\,e^{-j\beta(l_1 - z)}\right] \Rightarrow U(0) = U_1 = U_2^+\left[e^{j\beta l_1} + r\,e^{-j\beta l_1}\right]$$

$$U_2^+ = \frac{U_1}{e^{j\beta l_1} + r\,e^{-j\beta l_1}} = \frac{60}{1{,}051\,e^{-j\,139{,}59^\circ}} = \underline{57{,}088\,e^{j\,139{,}59^\circ}\ V}$$

41. folytatása :

$$\beta l_1 = \frac{\omega}{c} l_1 = 10{,}472$$

RAD!

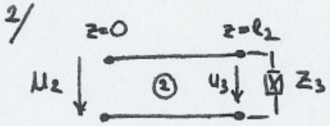
$$e^{j10{,}472} + 0{,}353\, e^{j0{,}495} \cdot e^{-j10{,}472} = e^{j10{,}472} + 0{,}353\, e^{-j9{,}977} = (-0{,}499 - j0{,}866) + (-0{,}3 + j0{,}185) =$$

$$= -0{,}8 - j0{,}681 = \underline{1{,}051\, e^{-j139{,}59°}}$$

$$U(l_1) = U_2^+ \left[1 + r \right] = 57{,}088\, e^{j139{,}59°} \underbrace{(1{,}31 + j0{,}17)}_{1{,}321\, e^{j7{,}39°}} = \underline{\underline{75{,}41\, e^{j146{,}98°} V}}$$

ez az U_2 feszültség.

2/



Az 1. pont lépéseit meg kell ismételni!

$$r' = \frac{Z_3 - Z_{02}}{Z_3 + Z_{02}} = \frac{-40 + j40}{280 + j40} = \frac{56{,}57\, e^{j135°}}{282{,}84\, e^{j8{,}13°}} = \underline{0{,}2\, e^{j126{,}87°}} = \underline{(-0{,}12 + j0{,}16)}$$

$$U(z) = U_3^+ \left[e^{j\beta(l_2 - z)} + r' e^{-j\beta(l_2 - z)} \right] \Rightarrow U_2 = U_3^+ \left[e^{j\beta l_2} + r' e^{-j\beta l_2} \right]$$

$$U_3^+ = \frac{U_2}{e^{j\beta l_2} + r' e^{-j\beta l_2}} = \frac{75{,}41\, e^{j146{,}98°}}{1{,}0944\, e^{j39{,}695°}} = \underline{68{,}91\, e^{j107{,}285} V}$$

$$\beta l_2 = \frac{\omega}{c} l_2 = 0{,}5236$$

$$e^{j0{,}5236} + 0{,}2\, e^{j2{,}214}\, e^{-j0{,}5236} = e^{j0{,}5236} + 0{,}2\, e^{j1{,}6904} = (0{,}866 + j0{,}5) + (-0{,}0239 + j0{,}199) =$$

$$= 0{,}8421 + j0{,}699 = \underline{1{,}0944\, e^{j39{,}695°}}$$

41. folyt.

$$u_3 = u_3^+ \left[1 + r' \right] = 68{,}91\, e^{j107{,}285°} \cdot \underbrace{(0{,}88 + j0{,}16)}_{0{,}894\, e^{j10{,}3°}} = \underline{\underline{61{,}605\, e^{j117{,}585°}\, V}}$$

$$u_3(t) = 61{,}605 \cos(\omega t + 117{,}585°)\, V$$

$$u_2(t) =$$

42. Egy távvezeték paraméterei 50 Hz-en az alábbiak:

$$R = 0{,}2155\ \Omega/\mathrm{km}$$

$$L = 0{,}398\ \mathrm{mH}/\mathrm{km}$$

$$G = 0{,}28\ \mu\mathrm{S}/\mathrm{km}$$

$$C = 111{,}8\ \mathrm{nF}/\mathrm{km}$$

Határozzuk meg a hullámparamétereket!

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{0{,}2155 + j\,0{,}125}{0{,}28 \cdot 10^{-6} + j\,35{,}12 \cdot 10^{-6}}} = 1000\sqrt{\frac{0{,}25\, e^{j\,30{,}115^\circ}}{35{,}12\, e^{j\,89{,}6^\circ}}} = 1000 \cdot 0{,}0843\, e^{-j\,29{,}743^\circ} =$$

$$= \underline{\underline{(73{,}19 - j\,41{,}82)\ \Omega}}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \sqrt{0{,}25\, e^{j\,30{,}115^\circ} \cdot 35{,}12\, e^{j\,89{,}6^\circ}} / 1000 = 2{,}963\, e^{j\,59{,}86^\circ} / 1000 =$$

$$= \underline{\underline{(1{,}48 + j\,2{,}562) \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{\mathrm{km}}}}$$

$\alpha = 1{,}48 \cdot 10^{-3}/\mathrm{km}$ – ~~fázis~~ csillapítási t.

$\beta = 2{,}562 \cdot 10^{-3}/\mathrm{km}$ – fázisforgatási, 〃

$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 2{,}45 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m}$

$v = f \cdot \lambda = 1{,}22 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}$

Számítsa ki ugyanezen adatokat $f = 200\ \mathrm{Hz}$ frekvencián!

43. Egy 50 km hosszú távvezeték rövidzárási és üresjárási bemeneti impedanciája ismert.
A frekvencia 500 Hz.
Határozzuk meg a hullámparamétereket! (v.ö. 16. példa)

$$Z_r = 242{,}5\, e^{j30°}\ \Omega$$

$$Z_ü = 660\, e^{-j50°}\ \Omega$$

$$Z_0 = \sqrt{Z_r \cdot Z_ü} = \underline{\underline{400\, e^{-j10°}\ \Omega}}$$

$$\text{th}\,\gamma l = \frac{Z_r}{Z_0} = \underbrace{0{,}60625\, e^{j40°}}_{z}$$

$$\rightarrow \gamma l = \frac{1}{2} \text{Ln} \frac{z+1}{z-1} = \frac{1}{2} \text{Ln}\ 2{,}288\, e^{j0{,}889\,\text{rad}}$$

$$\gamma l = \frac{1}{2} \ln 2{,}288 + j\frac{1}{2}\, 0{,}889$$

$$\gamma l = 0{,}414 + j\, 0{,}444$$

$$\underline{\underline{\gamma = (8{,}28 + j\, 8{,}88) \cdot 10^{-6}\ 1/\text{m}}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \text{arth}\, z &= \frac{1}{2} \text{Ln} \frac{z+1}{z-1} = \frac{1}{2} \text{Ln}\, a \\ \text{Ln}\, a &= \ln |a| + j \,\text{arc}\, a \end{aligned}}$$

(44.) Ideális távvezeték hullámimpedanciája 120Ω, hossza $l = 150$ m. A bemeneti impedancia $f = 20$ MHz frekvencián $Z_{be} = (200 - j100)\,\Omega$. Mekkora a lezárás impedanciája?

$$\mathrm{tg}\,\beta l = \mathrm{tg}\,\frac{\omega}{c} l = 0.$$

$$Z_{be} = Z_0 \frac{Z_2 + j\,\mathrm{tg}\beta l \cdot Z_0}{Z_0 + j\,\mathrm{tg}\beta l \cdot Z_2} \mapsto Z_{be} = Z_2 \mapsto \underline{\underline{Z_2 = (200 - j100)\,\Omega.}}$$

(45.) Egy 80Ω hullámellenállású, 200 m hosszúságú távvezetéket $Z_2 = (30 - j40)\,\Omega$ impedanciájával zárunk le, a frekvencia 18 MHz. Határozzuk meg azt a primer feszültséget, melynek hatására a lezáráson $I = 0{,}5$ A amplitúdójú áram lép fel, és az áram fázisa nulla.

$$r = \frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0} = \frac{-50 - j40}{110 - j40} = \frac{64{,}031\, e^{-j\,141{,}34°}}{117{,}046\, e^{-j\,19{,}98°}} = 0{,}547\, e^{-j\,121{,}36°} = -0{,}285 - j\,0{,}467$$

$$I(z) = \frac{U_2^+}{Z_0}\left[e^{\gamma(l-z)} - r\, e^{-\gamma(l-z)}\right] \Rightarrow I(l) = 0{,}5 = \frac{U_2^+}{80}\left[1 - r\right] \rightarrow U_2^+ = \frac{40}{1 - r} = \frac{40}{1{,}285 + j\,0{,}467} =$$

$$= \frac{40}{1{,}367\, e^{j\,19{,}37°}} = \underline{29{,}26\, e^{-j\,19{,}97°}\ \mathrm{V}}$$

$$U(z) = U_2^+\left[e^{\gamma(l-z)} + r\, e^{-\gamma(l-z)}\right]$$

$$U(0) = U_2^+\left[e^{j\beta l} + r\, e^{-j\beta l}\right] = 29{,}26\, e^{-j\,19{,}97°} \cdot \left[e^{j\,75{,}39°} + 0{,}547\, e^{-j\,121{,}36°} \cdot e^{-j\,75{,}39°}\right] =$$

$$= 29{,}26\, e^{-j\,19{,}37°}\left[\underbrace{(0{,}252 + j\,0{,}968) + (-0{,}524 + j\,0{,}158)}_{-0{,}272 + j\,1{,}126 = 1{,}158\, e^{j\,103{,}58°}}\right] = \underline{\underline{33{,}88\, e^{j\,83{,}61°}\ \mathrm{V}}}$$

$$\underline{\underline{u_1(t) = 33{,}88 \cos(\omega t + 83{,}61°)\ \mathrm{V}}}$$

Számítsa ki fordítva: ismert az $u_1(t)$ feszültség, s kérdéses az $i_2(t)$ áram!

A Helmholtz-egyenlet általános megoldása.

$$U(z) = U_1^+ e^{-\gamma z} + U_1^- e^{\gamma z}$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta$$

α: csillapítási tényező. β: fázistényező.

A lezárásnál:

$$U_2^+ = U_1^+ e^{-\gamma l} \mapsto U_1^+ = U_2^+ e^{\gamma l}$$

$$U_2^- = U_1^- e^{+\gamma l} \mapsto U_1^- = U_2^- e^{-\gamma l} = r U_2^+ e^{-\gamma l}$$

$$r = \frac{U_2^-}{U_2^+} \mapsto U_2^- = r U_2^+$$

$$U(z) = U_2^+ e^{\gamma l} \cdot e^{-\gamma z} + r U_2^+ e^{-\gamma l} \cdot e^{\gamma z} = U_2^+ \left[e^{\gamma (l-z)} + r e^{-\gamma (l-z)} \right]$$

Waveparameters.m : R, L, G, C megadása után felrajzolja Z_0 és γ jellemző menetét f függvényében.

Helmholtz.m : • 6. sor : ideal = 0 nem ideális távvezeték
ideal = 1 ideális távvezeték

• 11. sor : r reflexiós tényező beállítható

• 18. sor : U_2^+ beállítható

Utána kirajzolja a haladó, a visszavert hullámot, valamint a távvezetéken kialakuló összeget.