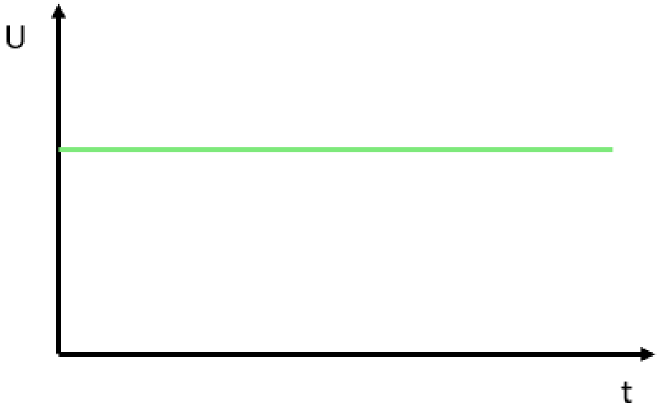
Váltakozóáramú áramkörök

Áttekintés

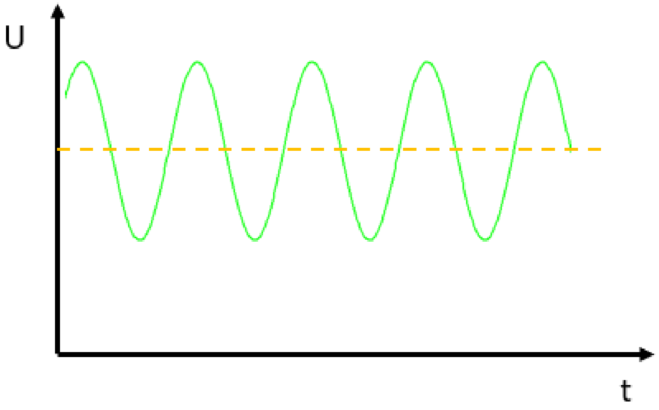
- Váltakozó áramú alapmennyiségek (csúcsérték, effektív érték, frekvencia, periódusidő stb.)
- Elektromos térerősség, kapacitás
- Kondenzátorok a gyakorlatban
- Induktivitások (bevezetés)
- Kondenzátor és tekercs be és kikapcsolási jelenségei
- Impedancia, reaktancia
- Ellenállás, kondenzátor és tekercs váltakozó áramú áramkörben (kapacitív és induktív reaktancia)
- Bode-diagram
- Váltakozó áramú teljesítmények
- Fázistényező
- Többfázisú rendszerek (láncolás, csillag/háromszög kapcsolás)

Bevezetés

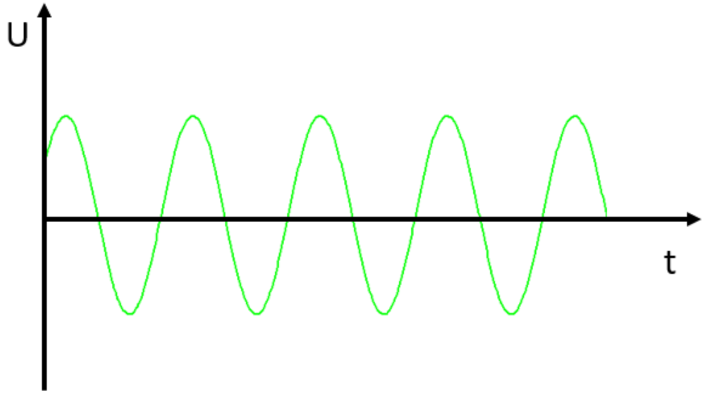
- Eddig kizárólag egyenáramú áramkörökkel foglalkoztunk, melyek feszültsége időben állandó volt. Ezt neveztük egyenfeszültségnek, illetve az ennek hatására kialakuló mennyiséget pedig egyenáramnak (DC).
- Azt a feszültséget, melynek nemcsak nagysága, hanem iránya (polaritása) is megváltozik, váltakozó feszültségnek, illetve az ennek hatására kialakuló áramot pedig váltakozó áramnak nevezzük (AC). Ez nem összekeverendő a lüktető (szabályosan változó) egyenárammal!



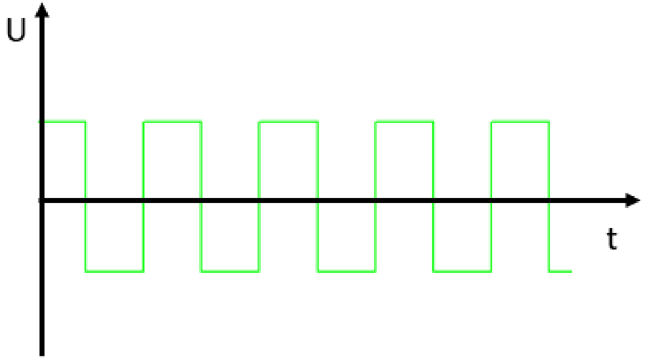
Egyenfeszültség



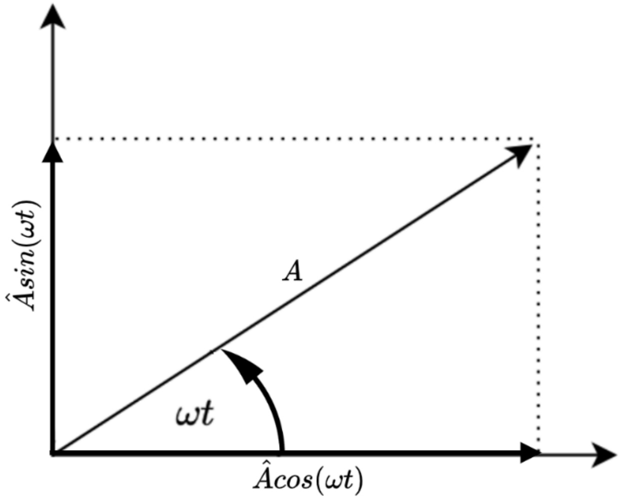
Szabályosan változó egyenfeszültség

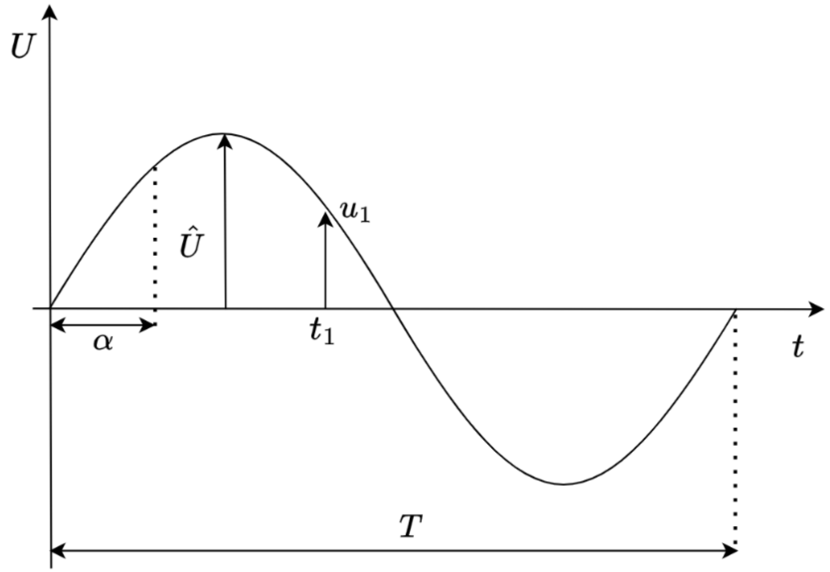


Váltakozó feszültségek



Szinuszos jel jellemzői



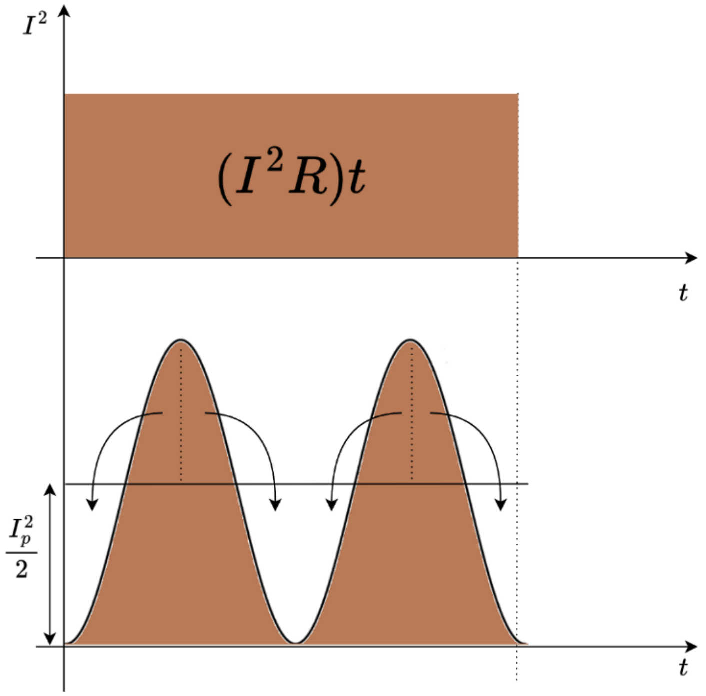


- Az *A* fazor egy forgó vektorként képzelhető el, melynek iránya (szöge) és nagysága van. Ezek minden időpillanatban változ(hat)nak. A vektor csúcspontja egy körpályát követ le. A függőleges tengelyre (*y* tengely) vetített érték szinuszosan változik, az *x* tengelyre vetített érték pedig koszinuszosan.
- <u>Váltakozó jelek tulajdonságai:</u>
- Pillanatnyi érték (szinuszos jelek esetén: $u = \widehat{U}\sin(\omega t - \alpha)$)
  - ω – körfrekvencia (rad/s) (A körfrekvencia egy olyan mennyiség, ami azt mutatja meg, hogy egy rezgés vagy forgás milyen gyorsan halad szögben (radiánban mérve)).
  - α – kezdőfázis (° vagy rad)
- Frekvencia (*f*) - A frekvencia azt mondja meg, hogy egy ismétlődő jelenség hányszor történik meg egy másodperc alatt.
- Periódusidő (*T*) – egy teljes ciklushoz szükséges idő.
- A periódusidő és a frekvencia közötti összefüggés:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

- Effektív érték

Effektív érték



- Egyenáram esetén egy ellenálláson fellépő hőmennyiséget (teljesítményt) kiszámíthatjuk az áram és az ellenállás ismeretében a következő képlettel (itt most az áram felől vizsgáljuk):

$$Q = I^2Rt = (I^2t)R$$

- Ez gyakorlatilag a görbe alatt területet adja és az áram négyzetével arányos
- Mivel mindkét esetben ugyanazt a hőmennyiséget keressük, így felhasználhatjuk a megállapítást, hogy az áramerősség négyzetének területeit hasonlítjuk össze, egyetlen periódus alatt.
- Megállapíthatjuk, hogy az effektív érték annak az egyenáramnak az értékével egyenlő, amely azonos idő alatt ugyanakkora munkát végez (hőt termel), mint a vizsgált váltakozóáram
- Az effektív érték általános formája (feszültségre vonatkoztatva):

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$$

Effektív érték

- Egy egyenármú fogyasztón fellépő teljesítmény kiszámítható:

$$P = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R = UI$$

- Megállapítottuk, hogy az effektív érték annak az egyenáramnak az értékével egyenlő, amely azonos idő alatt ugyanakkora munkát végez (hőt termel), mint a vizsgált váltakozóáram
- A pillanatnyi teljesítmény (a feszültség és az ellenéllás ismeretében):

$$p(t) = \frac{u^2(t)}{R}$$

- Egy periódusra átlagolva:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{u^2(t)}{R}dt$$

- R-t kiemelve és egyenlővé téve az egyenáramú teljesítménnyel:

$$\frac{U_{eff}^2}{R} = \frac{1}{R}\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt$$

- Egyszerűsítve és gyököt vonva mindkét oldalból:

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$$

Effektív érték

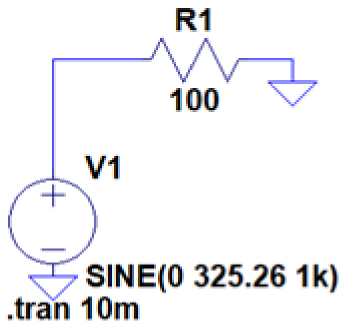
- A különböző váltakozó áramú jelek effektív értéke eltérő
- Szinuszos jelek esetén ez:

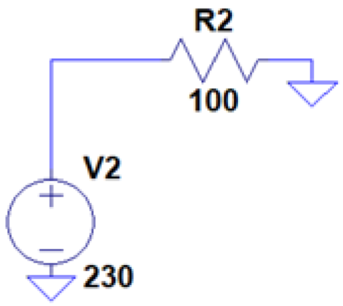
$$U_{eff} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}, \qquad illetve \qquad I_{eff} = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}$$

- Példa:
  - A hálózati feszültség effektív értéke $U_{eff} = 230V$
  - Ha egy 100Ω-os ellenállást kapcsolunk egy ilyen feszültséget előállító generátorra, a rajta fellépő áram effektív értéke: $i_{eff} = \frac{u_{eff}}{R} = \frac{230V}{100\Omega} = 2{,}3A$
  - A rajta fellépő disszipáció: $P = i^2 R = 2{,}3^2 \cdot 100\Omega = 529W$
  - Egyenáramú esetben ugyanezt a hőmennyiséget keressük, tehát P=529W, illetve az ellenállás is ugyan az (R=100Ω), így a keresett áram: $I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{529W}{100\Omega}} = 2{,}3A$
  - Ebből kiszámolva a feszültséget: $U = IR = 2{,}3A \cdot 100\Omega$=230V

- Vizsgáljuk meg szimuláció segítségével!

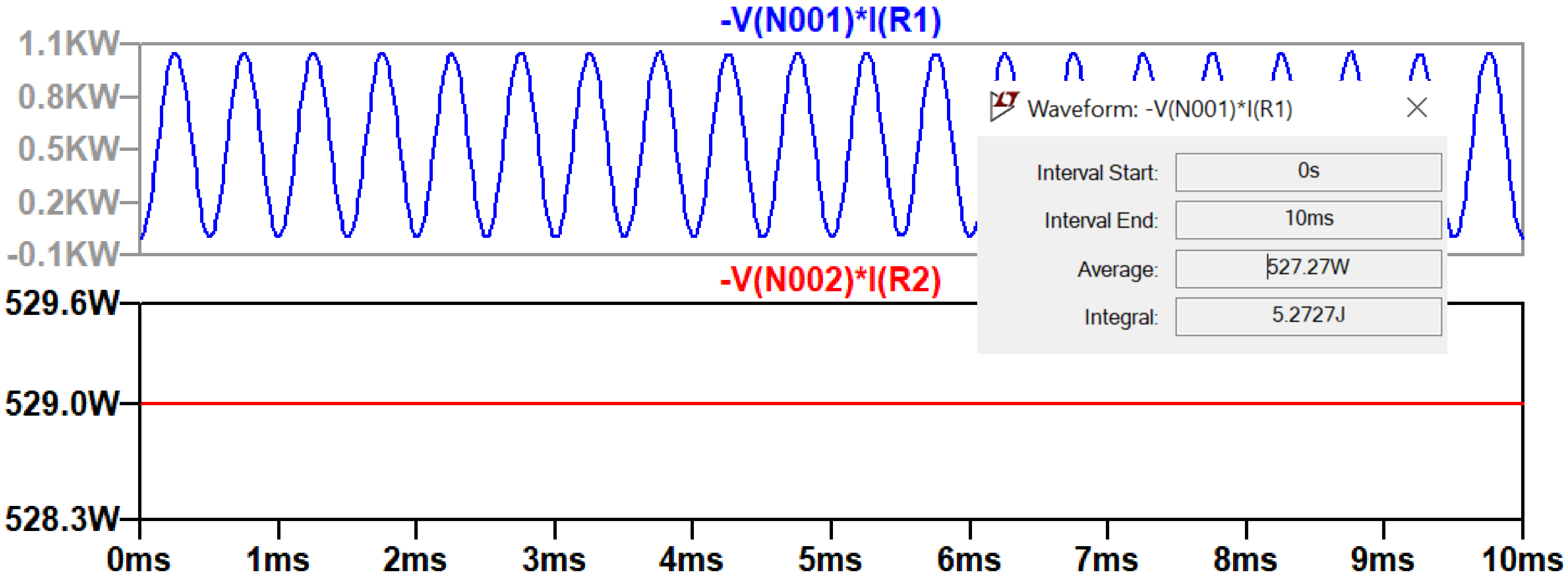
Effektív érték szimulációs eredmények





Váltakozóáramú eset ***Egyenáramú eset***

(megjegyzés: LTspice környezetben amennyiben váltakozó jelet definiálunk, csúcsértéket tudunk csak megadni. A bal oldali ábrán ezért szerepel 325V (ami a 230V csúcsértéke)



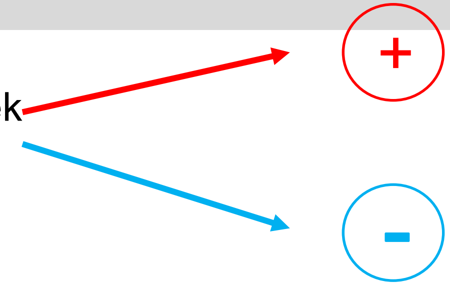
Dinamikus elemek

- Működésének alapja az elektromos tér;
- Segítségével töltések tárolhatók;
- Szűrés (pl.: feszültséghullámzás),

- Működésének alapja a mágneses tér;
- Segítségével mágneses tér hozható létre, illetve „tárolható”;
- Szűrés, fojtás (pl.: áramhullámzás)

Elektromos tér

- Elektromosan töltött részecskék

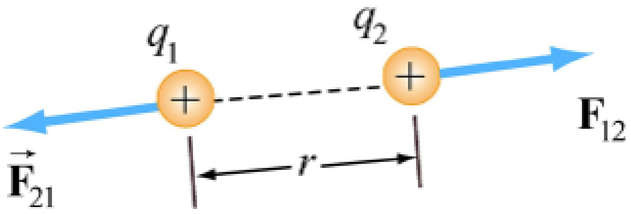


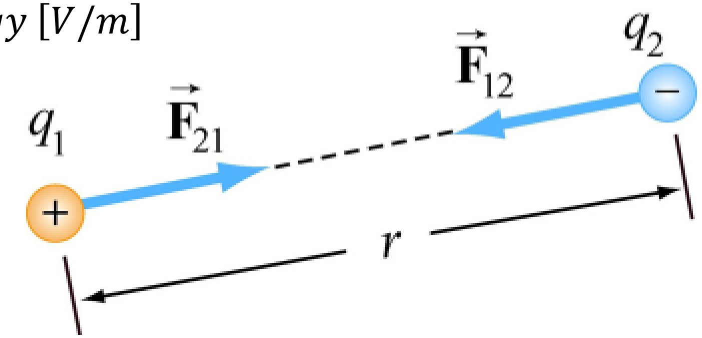
- A természetben ismert legkisebb "szabad" töltésegység az elektron vagy proton töltése, azaz $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19} C$
- Elektromos tér kimutatható kísérletileg: elektroszkóp
- A töltés hatnak egymásra (hasonlóan mint pl. a mágneses térben a mágneses momentumok), mely erőben nyilvánul meg:
  - Azonos töltések esetén taszítás
  - Különböző töltések esetén vonzás
- Az erőhatás nagysága a Coulomb törvény segítségével számítható ki:

$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

- Elektromos térerősség a pozitív próbatöltésre ható erő nagysága, azaz:

$$E = \frac{F}{Q}\ [N/C]\ vagy\ [V/m]$$





Elektromos mező, elektromos tér fluxusa

- Helyezzünk egy pozitív töltést a pozitív lemez (fegyverzet) mellé!
- A töltésre $F = Q \cdot E$ erő fog hatni, amely a töltést a negatív lemezig mozgatja.
- A keletkezett munka:

$$W = F \cdot s = F \cdot d = Q \cdot E \cdot d$$

- Ha tudjuk, hogy a feszültség a végett munka és a töltés hányadosa ($U = W/Q$), akkor a kapott mennyiség az elektromos térerősség (*V/m*)

$$E = \frac{U}{d}$$

- Az elektromos térerősség leírható a fluxus (összes erővonal száma) és a felület hányadosaként (homogén e. tér esetén):

$$E = \frac{\Psi}{A}$$

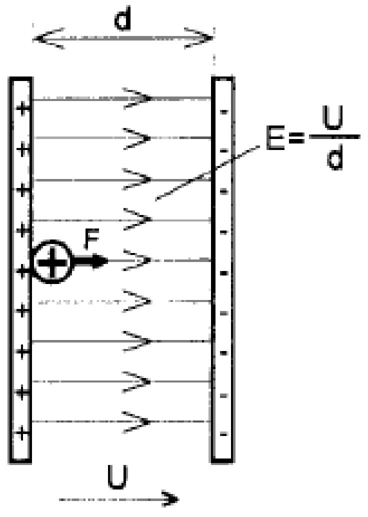
- Tudjuk, hogy egy *Q* töltés körül mérhető térerősség *r* távolságban (Coulomb törvény):

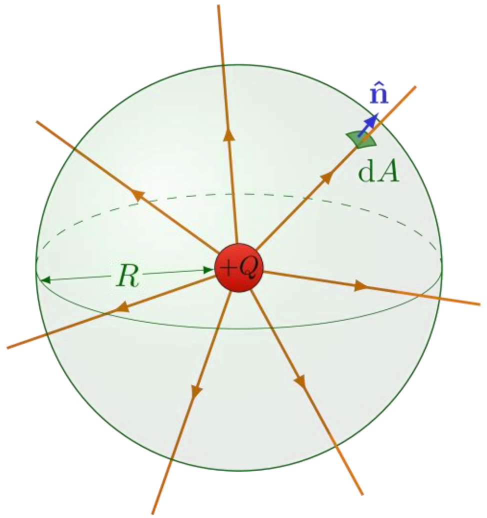
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

- Egy gömb esetén ($A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$) az elektromos térerővonalak „száma”, azaz a fluxus:

$$\Psi = E \cdot A = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}\right) \cdot (4 \cdot \pi \cdot r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

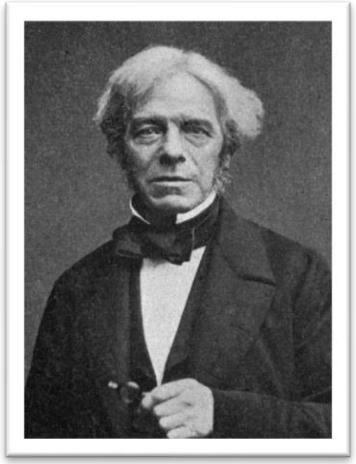
- Azaz, a fluxus (elektromos térben) a töltésszámtól (nagyságtól) és a teret kitöltő anyagtól függ!





Forrás: https://tikz.net/electric_field_sphere/

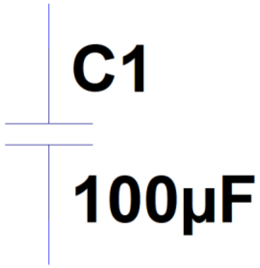
Síkkondenzátor, kapacitás

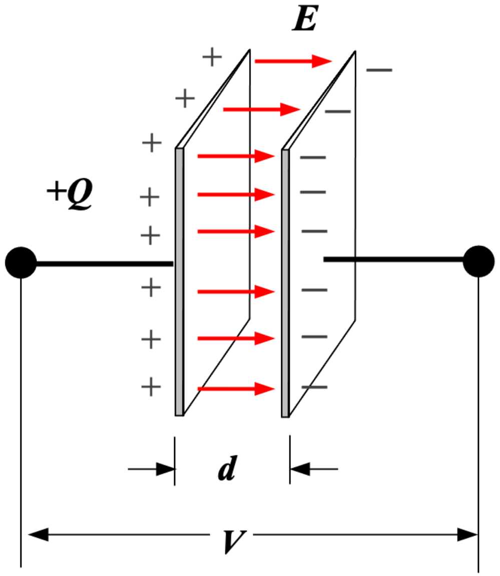


- Villamos áramkörökben a töltések tárolására alkalmas eszközt kondenzátornak nevezzük
- Ennek legegyszerűbb kivitele a síkkondenzátor, amely két, egymástól elszigetelt párhuzamos fémlemezből (fegyverzetekből) áll
- A feltöltött kondenzátor fegyverzetein egyenlő nagyságú, de ellentétes töltés található, közöttük pedig homogén elektromos mező van jelen
- A kondenzátor saját paramétere a kapacitás, melynek jele *C*, mértékegysége Farád (*F*)
- Kísérlettel igazolható, hogy a kondenzátorra vitt töltés egyenes arányban van a lemezek közötti feszültséggel, vagyis:

$$C = \frac{Q}{U}$$

- A kapacitás mértékegységének származtatása $\mathrm{C} = \frac{(As)}{(V)} = (F)\ (Farád)$
- A gyakorlatban egy Farád nagyon nagy kapacitás, így ennek törtrészeit használjuk: mF, μF, nF;
- A kondenzátor villamos rajzjele:





Síkkondenzátor származtatása geometriai paraméterekből

- Megállapítottuk, hogy a fluxus (összes erővonalszám) a töltéstől és a teret kitöltő anyagtól függ (itt most levegő/vákuum), azaz:

$$\Psi = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

- Innen:

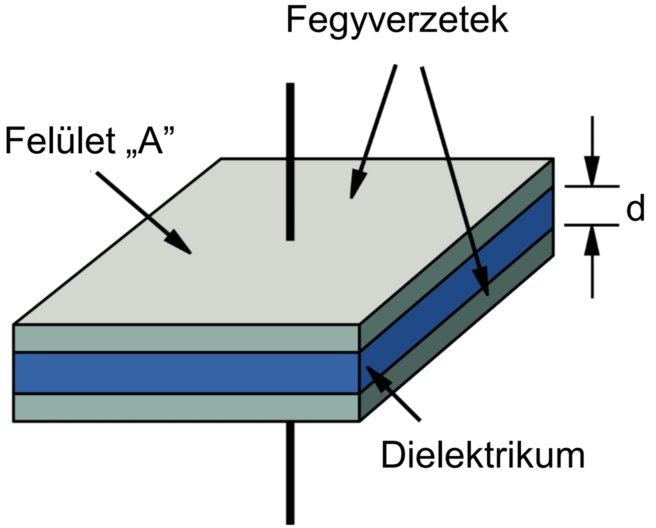
$$E = \frac{\psi}{A} = \frac{Q}{A \cdot \varepsilon_0}$$

- A lemezek (fegyverzetek) közötti feszültség:

$$U = E \cdot d = \frac{Q}{A \cdot \varepsilon_0} \cdot d$$

- Innen a töltéstároló képesség (kapacitás):

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{Q}{A\,\varepsilon_0} d} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

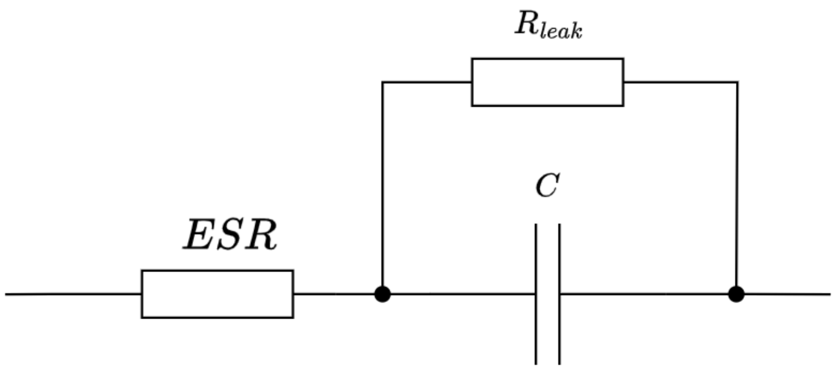


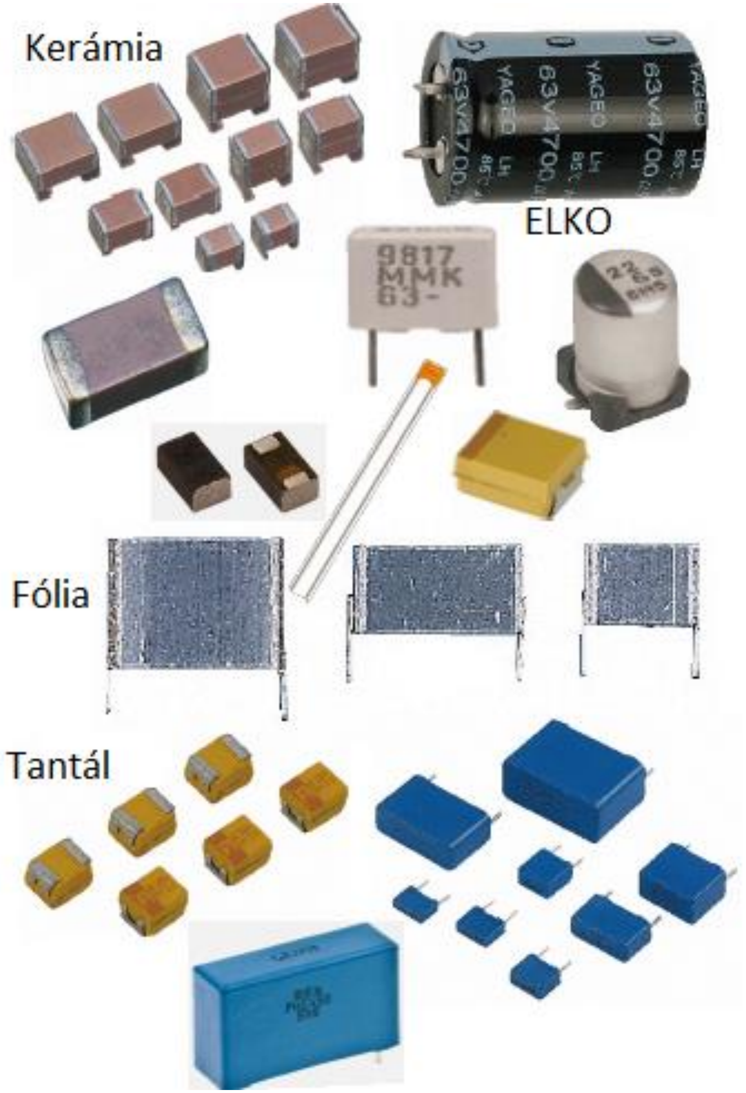
- Valós kondenzátorok esetén a fegyverzetek között nem csak vákuum (levegő) van, hanem egyéb térkitöltő anyag (dielektrikum), így a valós kapacitás a geometriai paraméterek alapján:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$$

Kondenzátorok a gyakorlatban

Valóságos kondenzátorok:

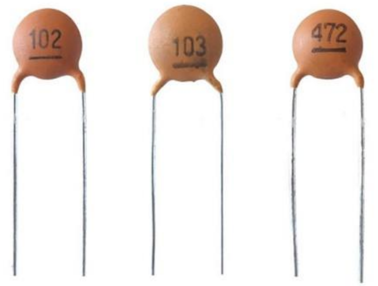




- Kiválasztásnál fontos:
  - Névleges feszültség
  - Névleges kapacitás
  - Impulzus igénybevétel
  - ESR érték (ESR=Equvivalent Serial Resistance)
  - Rleakage = szivárgási ellenállás

Elektrolit, fólia és kerámia kondenzátorok

- Az alumínium-elektrolit (vagy rövidebb nevén ELKO) típusú kondenzátor felépítését tekintve a folyékony elektrolittal rendelkező kondenzátorok közé tartozik.
- A fegyverzetek anyaga alumínium fólia, melyek közül az egyiket szigetelő réteg (Al-oxid) borít, közöttük pedig a folyékony elektrolittal átitatott elválasztó papír.
- Jellemzően alacsony frekvencián használatosak, általában nagy kapacitást (több 1000 vagy 10000μF) képviselnek, hengeres kivitelűek és polaritásfüggőek.
- Élettartamuk az elektrolit miatt korlátozottabb.
- A fóliakondenzátorokban -a nevükből fakadóan- a dielektrikum szerepét vékony műanyag fólia tölti be. A dielektrikum anyagát képző fólia többféle műanyagból készülhet (PP, PPS vagy PET).
- Általában nagy szigetelési ellenállás, kiváló áram- és impulzuskezelési képesség, valamint jó kapacitásstabilitás jellemzi őket.
- Feszültség tartományuk néhány tized V-tól akár több száz V-ig terjedhet
- A kerámia kondenzátorokat jellemzően nagyfrekvenciás áramkörökben használják fel, előnyös tulajdonságai miatt.
- Alacsony *ESR* érték jellemzi őket, továbbá a relatíve alacsony kapacitás érték (néhány pF – néhányszor 10 μF-ig).
- Dielektrikumuk kerámia. Feszültségtartományuk széles, jellemzően néhány V-tól több kV-ig terjedhet.
- Általában felület szerelt kivitelben (SMD Surface-Mount Technology) kaphatók, kis méretben.



Kondenzátorok kapcsolása

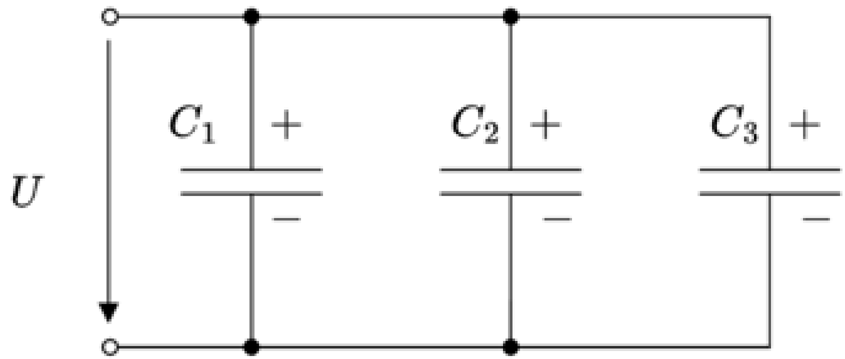
Párhuzamos kapcsolás

$Q = UC$

$Q_e = UC_1 + UC_2 + UC_3$

$\frac{Q_e}{U} = C_1 + C_2 + C_3$

$\boldsymbol{C_e = C_1 + C_2 + C_3}$

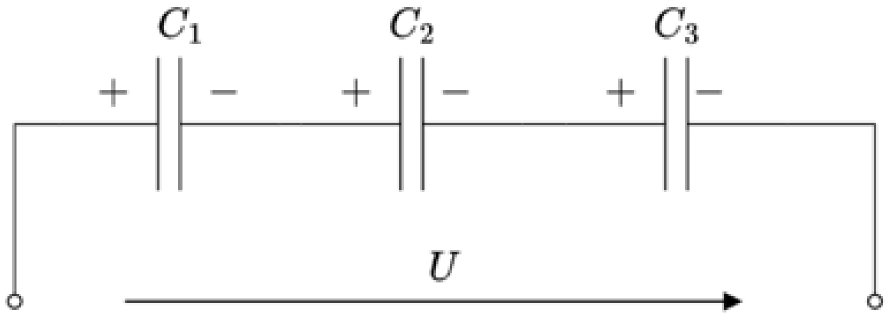


Soros kapcsolás

$U = U_1 + U_2 + U_3$

$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$

$\boldsymbol{\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$

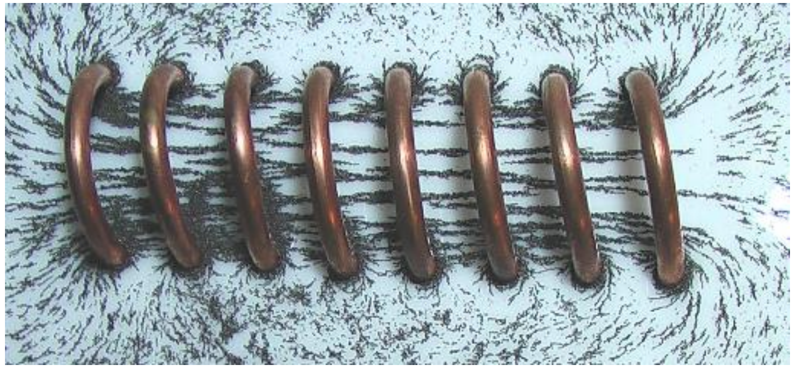


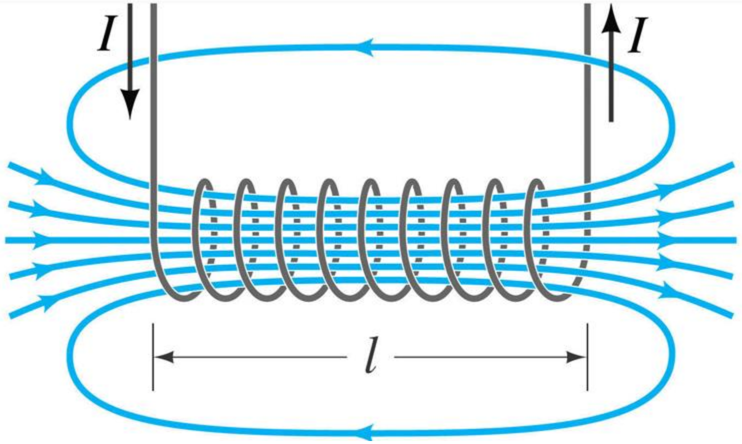
Induktivitások –bevezetés-

- A tekercsek (vagy induktivitások) a mágneses tér alapján működnek.
- Legegyszerűbb esetben egy vezetéket egy hordozóra (csévetestre) tekercselik fel, egyik menetet a másik mellé, lehetőleg szorosan.
- Ezt a kivitelt nevezi a szakirodalom szolenoid tekercsnek.
- A tekercs tehát a mágneses térrel van kapcsolatban, mágneses tér létrehozására és tárolására szolgál.
- Ahogy kondenzátorok esetén a kapacitás, úgy a tekercsnek is létezik egy saját paramétere, az önindukitivitás, melyet a következő összefüggés definiál:

$$L = \frac{\Psi}{I}$$

- ahol Ψ a mágneses fluxus, I pedig a tekercsen átfolyó áram.
- A fluxus egy adott felületen áthaladó mágneses erővonalak száma. A fenti összefüggés gyakorlatilag azt mondja meg, hogy az áram milyen mértékben képes mágneses fluxust létrehozni egy adott áramkörben.
- Az önindukitivitás mértékegysége henry [H], a fluxusé pedig [Vs] vagy [Wb] (weber).
- A gyakorlatban az 1H nagyon nagy induktivitás, így gyakorlatban annak törtrészei használatosak: *mH*, *μH*, *nH*.





Kondenzátor be és kikapcsolási jelenségei

- A bekapcsolás pillanatában a rendszer energiamentes (U_c = 0V)
- A bekapcsolás után a Kirchhoff törvény értelmében:

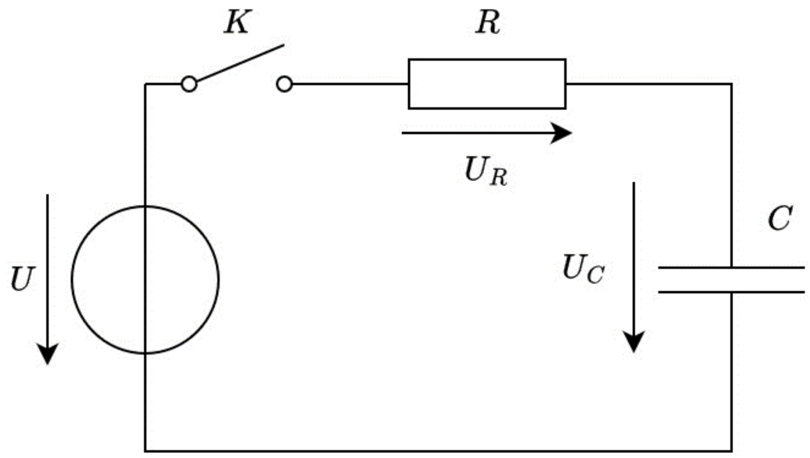
$$U = U_R + U_c$$

- Mivel a bekapcsolás pillanatában U_c = 0V, ezért $U = U_R$, innen:

$$I_{max} = \frac{U}{R}$$

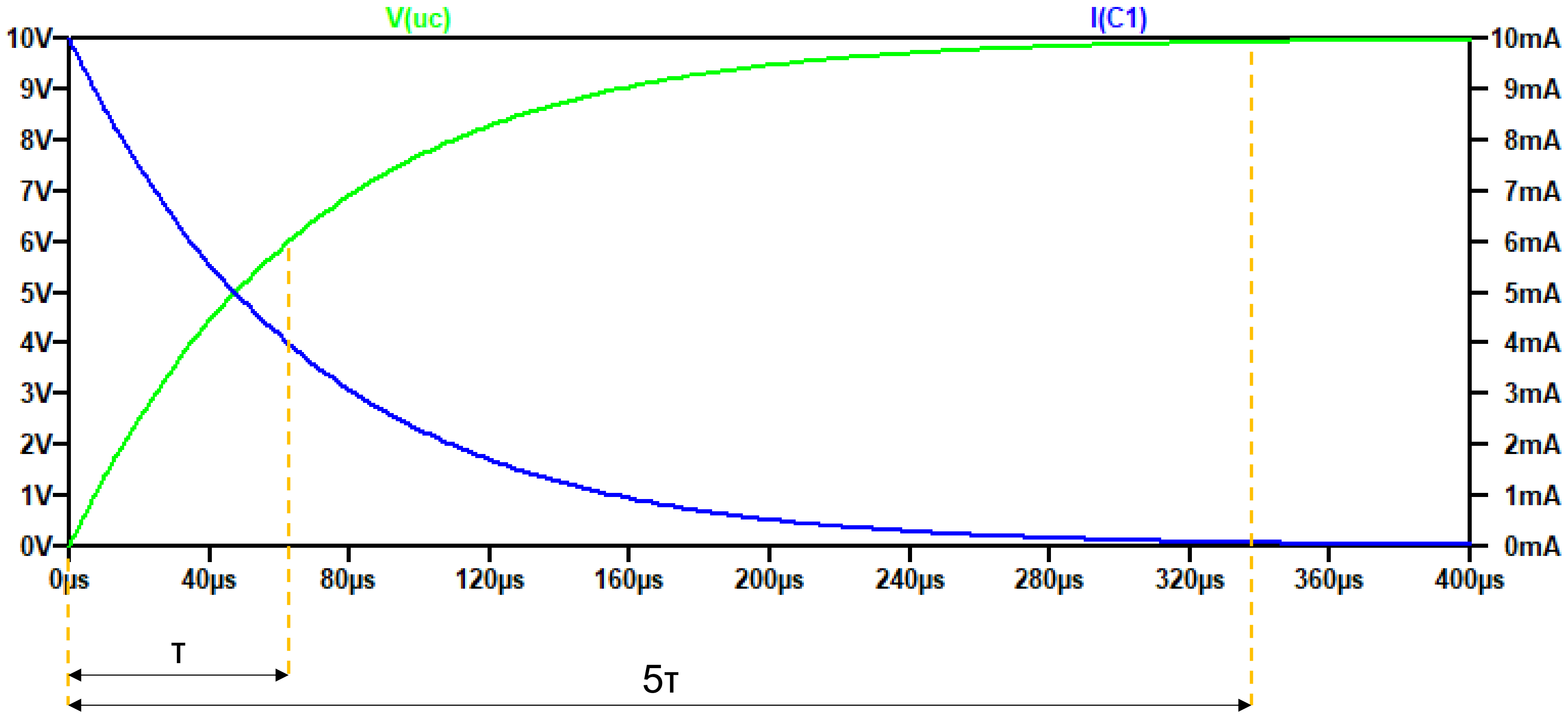
- A töltődés (tranziens folyamat) során U_R és I csökken, míg U_C növekszik
- A rendszer időállandója (τ) az az érték, amíg a kondenzátor a rákapcsolt feszültség 63%-ig töltődik
- A folyamat 5τ idő után tekintett befejezettnek (teljesen feltöltöttnek)
- A kondenzátor feszültsége tetszőleges időpillanatban kiszámítható a:

$$u_C = U\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



τ=RC

Időfüggvények



A példában R=1kΩ és C=68nF

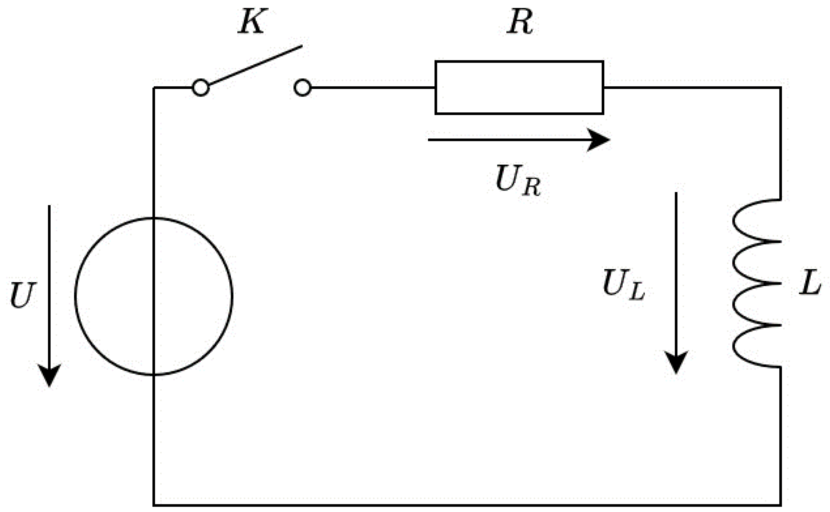
Tekercs be és kikapcsolási jelenségek

- A bekapcsolás pillanatában a rendszer energiamentes (I_L = 0A)
- Mivel a bekapcsolás pillanatában I = 0A, ezért $U_L = U$
- A töltődés (tranziens folyamat) során U_R és I növekszik, míg U_L csökken
- A rendszer időállandója (τ) az az érték, amíg a tekercs árama kb. 63%-át éri el
- A körben folyó maximális áram:

$$I_{max} = \frac{U}{R}$$

- A folyamat 5τ idő után tekintett befejezettnek (befejezettnek)
- A tekercs árama tetszőleges időpillanatban kiszámítható a:

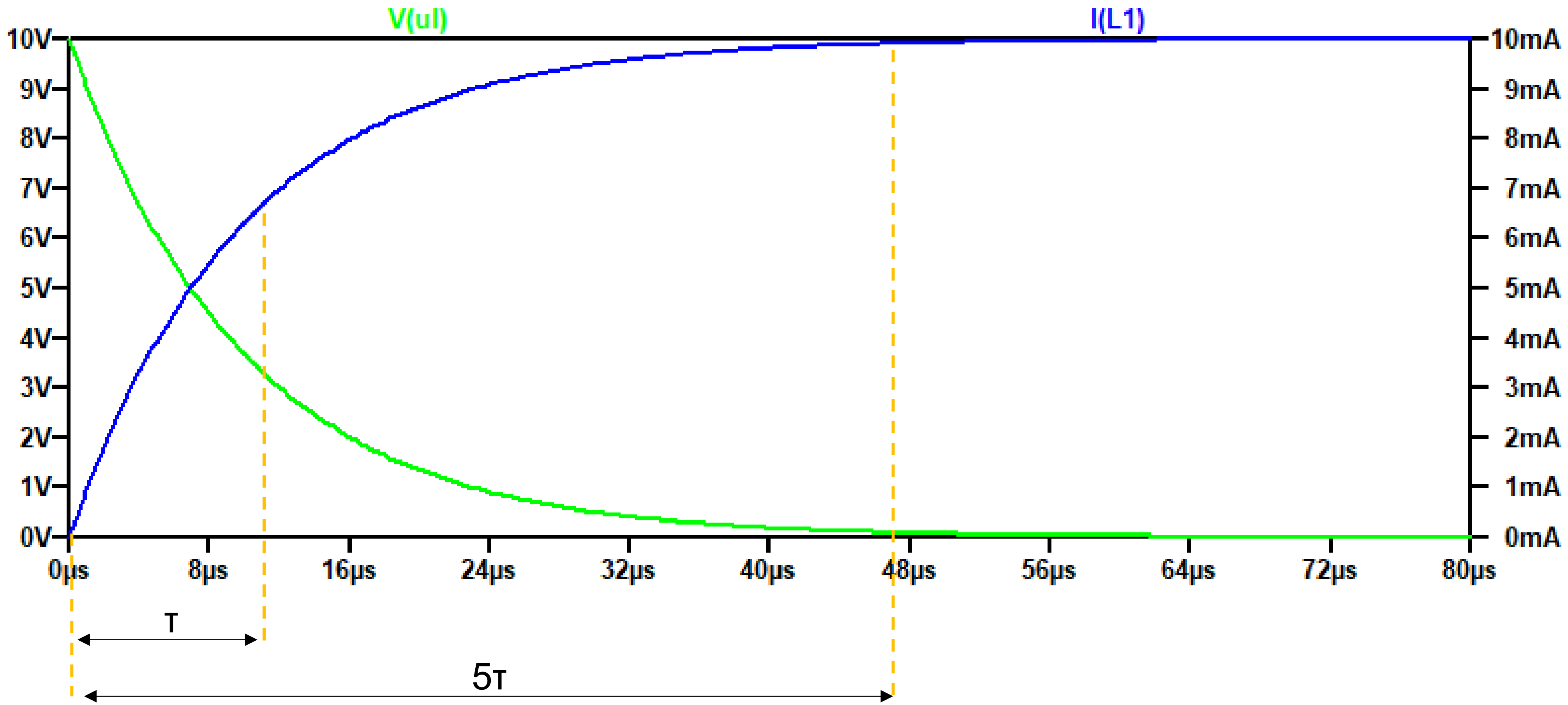
$$i_L = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



τ=L/R

Lenz törvénye!

Időfüggvények

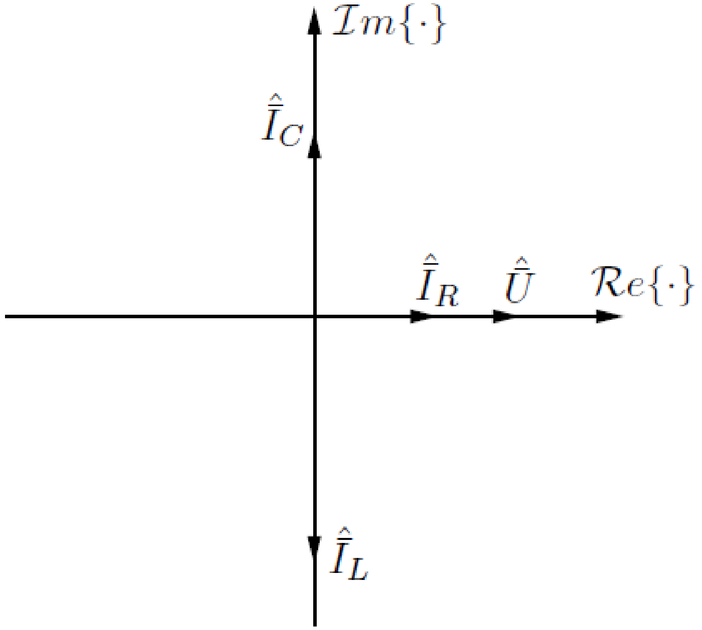


A példában R=1kΩ és L=10mH

Impedancia, reaktancia –bevezetés-

- A korábbiakban megvizsgáltuk, hogy mind kapacitás, mind tekercsek esetén beszélhetünk egy ohm-os jellegű paraméterről, amely egy viszonylag kis értéket képvisel és frekvenciafüggetlen.
- A kondenzátor és a tekercs váltakozó áramú szempontból rendelkezik egy frekvenciafüggő tulajdonsággal, amit reaktanciának nevezünk. A reaktanciát szintén [Ω]-ban mérjük, de értéke és fázisszöge [°] a gerjesztő jel frekvenciájától függ.
- Váltakozó áramú szempontból nem ellenállásokról, hanem impedanciákról beszélünk.
- Az impedancia az áramkör „ellenállása” a váltakozó árammal szemben.
- Jele *Z*, mértékegysége (Ω)
- Az impedancia két részből áll:
    - Ellenállás („Ohmos”) rész – amely „valódi” (hatásos) energiafogyasztást okoz
    - Reaktív rész – amely meddő teljesítményt okoz, energiát tárol és visszaad
- Matematikailag:

$$Z = R + jX$$

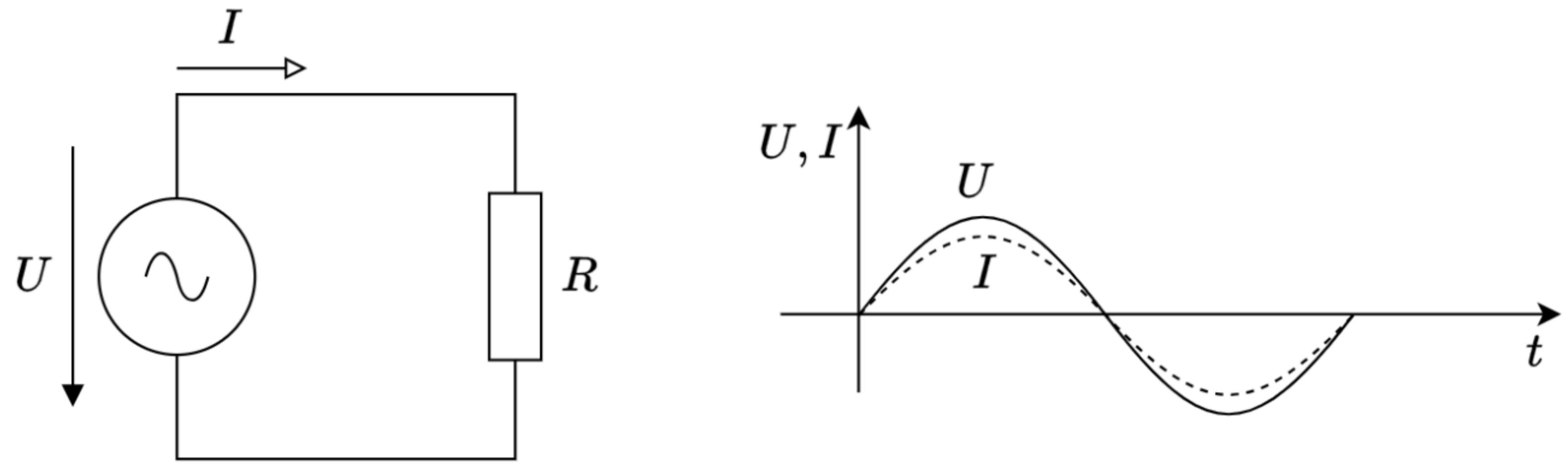


Ellenállás váltakozó áramkörben

- Kapcsoljuk egy ellenállást egy $u = \widehat{U}\sin(\omega t)$ jellegű feszültségforrásra!
- Amennyiben az áramkör csak ezt az Ohmos fogyasztót tartalmazza, abban az esetben az ellenálláson kialakuló áram nagysága az Ohm törvénynek megfelelően:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{\widehat{U}}{R}\sin(\omega t)$$

- Megfigyelhető, hogy az ellenálláson kialakuló áramerősség időbeli változása is szinuszos jellegű, vagyis az ellenálláson eső feszültség és áram azonos fázisban van, megegyezik a gerjesztés időbeli változásával. Az ellenálláson fellépő teljesítmény hatásos (hő) teljesítmény.



Induktivitás váltakozó áramkörben

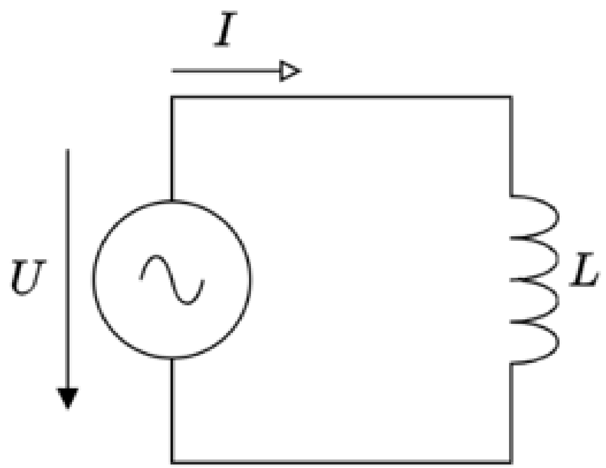
- Kapcsoljunk egy induktivitást egy váltakozó áramú jellegű generátorra, melynek jelalakja szinuszos!
- Lenz törvénye kimondja, hogy amennyiben egy tekercs árama időben megváltozik, abban az esetben indukált feszültség keletkezik, amely az áram időbeli változásának gyorsaságától és a tekercs önindukciós tényezőjétől függ, azaz

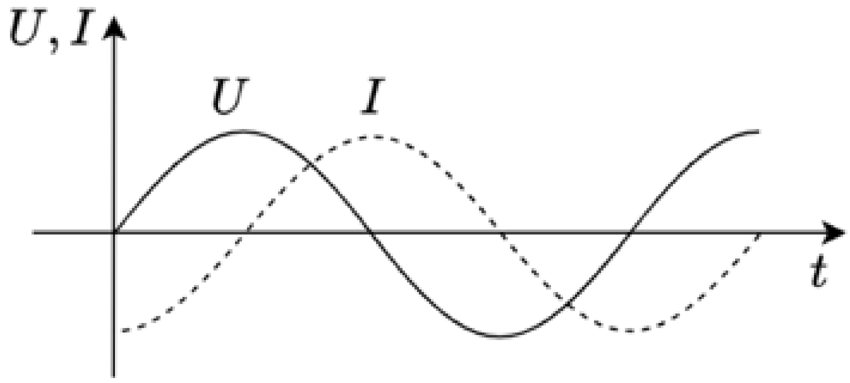
$$u_i(t) = L\frac{di}{dt}$$

- A forrásunk tehát szinuszos jellegű. A tekercs feszültségének időbeli változásához helyettesítsük be a fenti képletbe az a generátor áramának időfüggvényét. Ennek megfelelően a tekercs feszültsége:

$$u_i(t) = L\frac{di}{dt} = L\frac{d\left(\hat{I}_g sin(\omega t)\right)}{dt} = \hat{I}_g Lcos(\omega t)$$

- Azaz a tekercsen mérhető feszültség koszinuszos jellegű lesz. Mit is jelent ez? Az áram időben nem követi a generátor feszültségét, 90°-al lemarad a feszültséghez képest





Induktív reaktancia

- Ismételjük meg a korábbi kísérletet és próbáljuk meg kiszámítani a tekercs ellenállását (például egy diszkrét frekvencián)!
- Az ellenállás a tekercsen mérhető feszültség és áram hányadosaként számítható ki. Ha a kapott eredményt ellenállásmérővel ellenőrizzük, a két ellenállás nagyban különbözni fog: az Ohm törvénnyel számított érték nagyobb lesz, mint a mért érték! Valami más is csökkenti az áramot!
- Ha megismételjük a mérést úgy, hogy a gerjesztő jel frekvenciáját megnöveljük, a mért feszültség és áramérték alapján számított ellenállás értéke nagyobb lesz.
- A jelenség magyarázata, hogy a tekercsnek van egy frekvenciától függő „ellenállása” is, amit induktív reaktanciának nevezünk.
- Jelölése X_L, mértékegysége -mivel ellenállás- (Ω).
- Az induktív reaktancia nagysága a frekvenciával egyenesen arányos, azaz

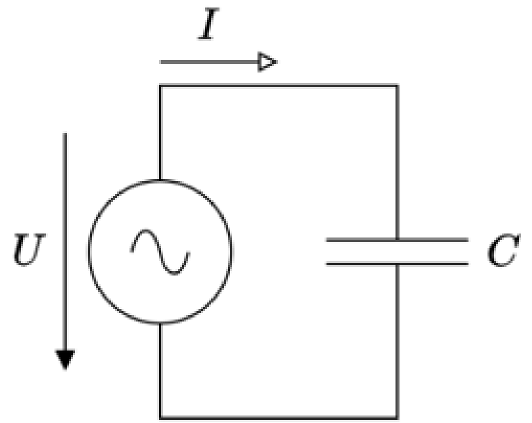
$$X_L = \omega L = 2\pi f L.$$

- Vagyis a tekercs alacsony frekvencián rövidzár, végtelen nagy frekvencián pedig szakadás jelleget mutat (a végtelen nagy ellenállás miatt).

Kapacitás váltakozó áramkörben

- Hasonló kísérletet és gondolatmenetet követünk végig, mint a tekercs esetén.
- Kapcsoljunk egy kondenzátort egy váltakozó áramú jellegű generátorra, melynek jelalakja szinuszos!
- A kondenzátor árama a kapacitástól és a rajta eső feszültség időbeli változásának gyorsaságától függ, azaz

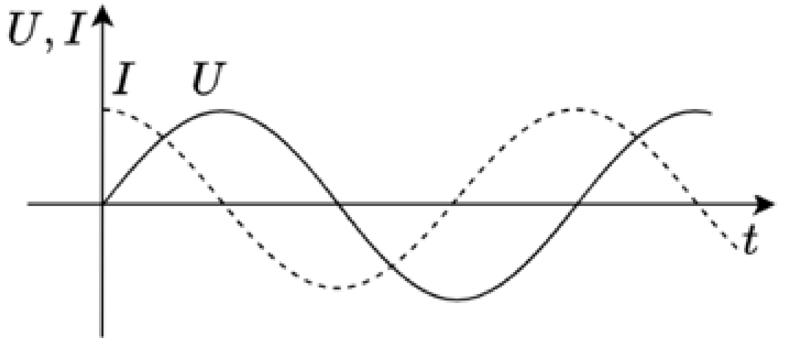
$$i_C(t) = C\frac{du}{dt}$$



- A kondenzátor áramának időfüggvénye kiszámítható, ha fenti képletbe behelyettesítjük a generátor feszültségének időfüggvényét, azaz

$$i_C(t) = C\frac{du}{dt} = L\frac{d\left(\hat{U}_g sin(\omega t)\right)}{dt} = \hat{U}_g \cdot C \cdot cos(\omega t).$$

- Megállapíthatjuk, hogy a kondenzátoron folyó áram időfüggvénye koszinuszos lesz, azaz a kondenzátor árama 90°-al sietni fog a feszültséghez képest.
- A fáziskülönbség magyarázata a kondenzátor töltéstároló képessége miatt van: az első negyed periódusban a kondenzátoron töltőáram folyik, egészen addig, amíg a feszültség el nem éri a csúcsértéket. A feszültség csökkenésekor kisütő áram folyik, amely a legnagyobb értékét zérus feszültség esetén éri el



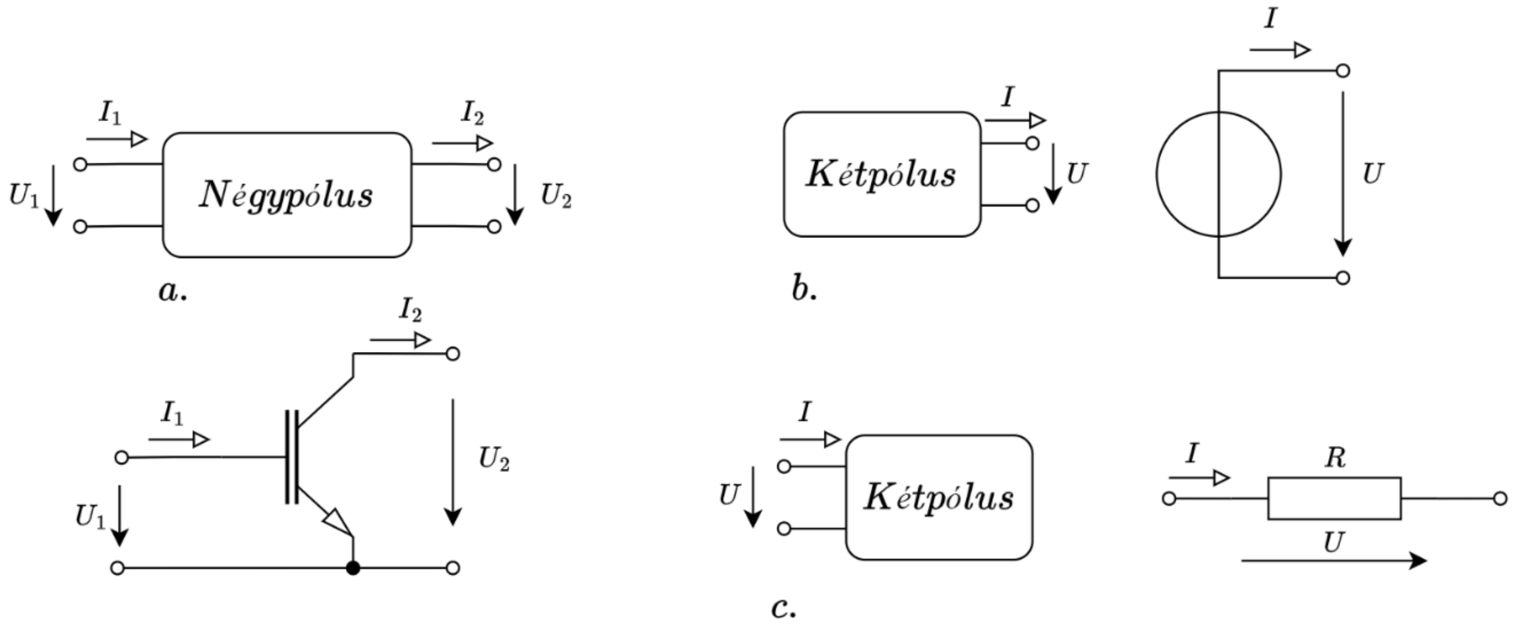
Kapacitív reaktancia

- Ahogy a tekercs esetén, úgy a kondenzátor esetén se fog az U/I hányados az ellenállásmérővel azonos értéket adni, amennyiben váltakozó áramú hálózatra kapcsoljuk.
- A kondenzátor reaktanciája nem lineáris leképzésű, hanem $1/x$ jellegű függvény szerint alakul, vagyis

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

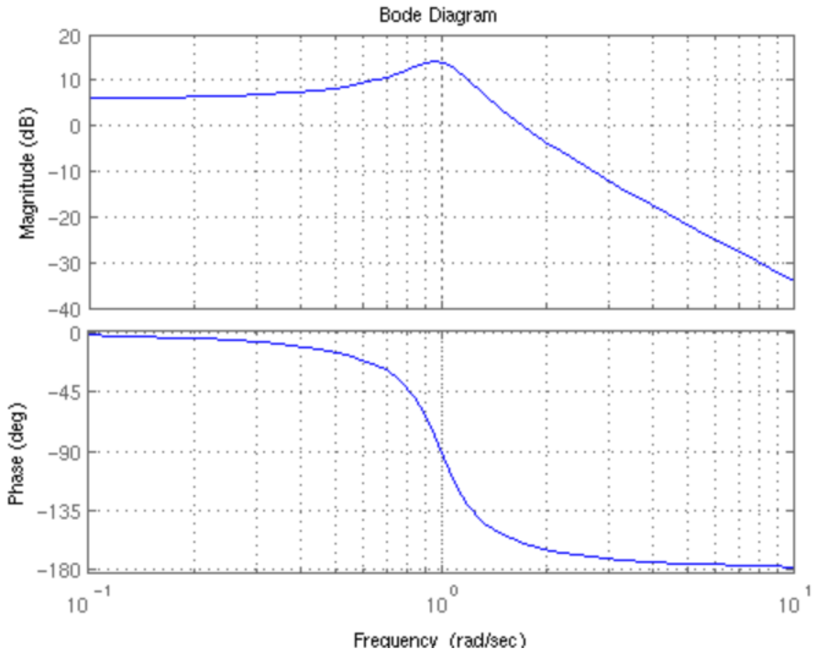
Átviteli karakterisztikák – bevezetés-

- A különböző rendszereket számos szempont szerint lehet osztályozni:
  - A kimeneti és bemeneti energia viszonya szerint
  - Linearitás szerint
  - Villamos pólusok alapján stb.
- Utóbbi alapján a rendszerek két és négypólusként modellezhetők
- A teljesség igénye nélkül definiálhatunk úgynevezett rendszerleíró függvényeket, mint pl.: átviteli függvény, amely a kimenet és bemenet viszonyát írja le. Azaz ${}^{U_2}/_{U_1}$



Bode féle átviteli karakterisztika

- Az átviteli karakterisztikákat a frekvencia függvényében szokás ábrázolni, azaz azt vizsgáljuk, hogy egy adott frekvenciatartományban hogyan viselkedik az áramkörünk.
- Korábban megállapítottuk, hogy a reaktáns elemeket tartalmazó áramkör impedanciája frekvenciafüggő, így a rajta folyó áram és az ejtett feszültség nagysága, továbbá a kettő közötti fázisszög változhat. Tehát ennek megfelelően az ábrázolás során vizsgálnunk kell az amplitúdót (csúcsértéket) és a fázisszöget is.
- A Bode-diagram külön diagramban ábrázolja az amplitúdó és fáziskarakterisztikát
- A vízszintes skála logaritmikus beosztású, így szélesebb tartományban tudunk ábrázolni



Amplitúdó karakterisztika

Fázis karakterisztika

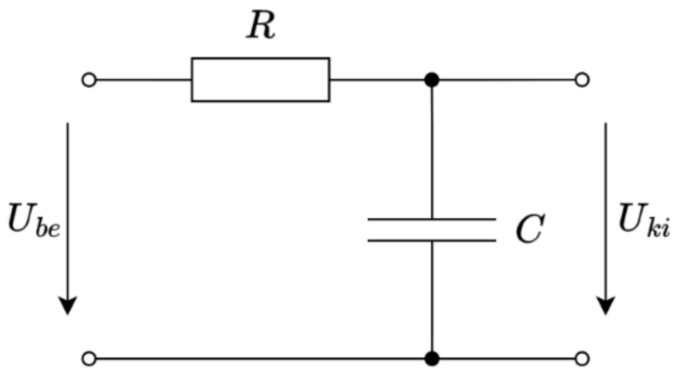
Összetett váltakozó áramú körök – illusztratív példa-

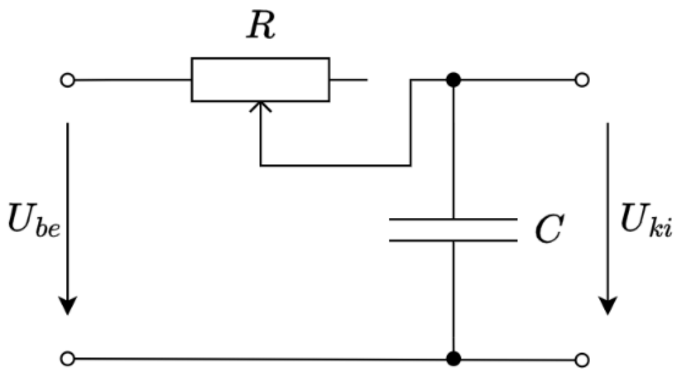
- Az átviteli függvény leírja a rendszer viselkedését, gyakorlatilag azt vizsgáljuk meg, hogy adott gerjesztésre hogyan reagál a rendszer:

$$\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{u_{ki}}}{\boldsymbol{u_{be}}}$$

- Ha véges sok frekvencia pontban megvizsgáljuk a fázis és amplitúdó értékeket, az átviteli karakterisztikához jutunk

- Vegyük példának a soros *RC* áramkört! *R* legyen 1kΩ és *C* legyen 100nF. Vizsgáljuk meg néhány frekvencia pontban! A bemeneti feszültség legyen 1V amplitudójú!



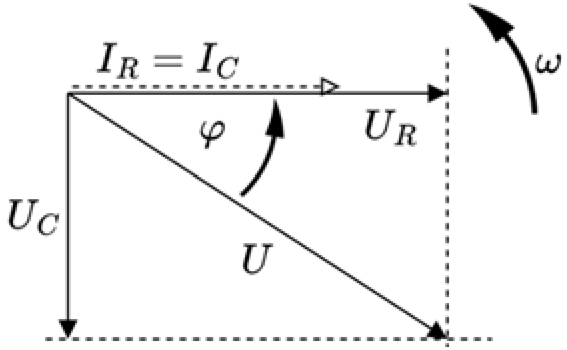


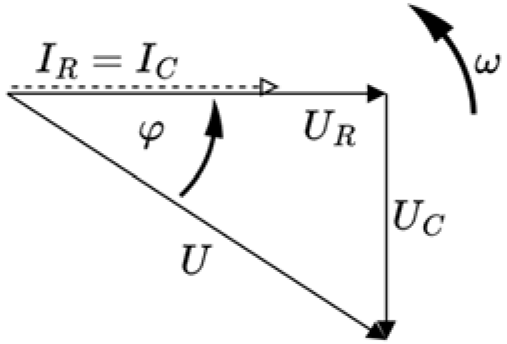
Számítási elv

- Egyenáramú hálózatokban az eredő ellenállás értéke soros kapcsolás esetén az áramkört alkotó ellenállások matematikai összege. Megállapítható továbbá, hogy az áram közös mennyiség lesz, míg a komponensek feszültsége különböző lesz (leszámítva azt a helyzetet, amikor egyformák az ellenállások), azaz

$$\begin{cases} R_e = R_1 + R_2 + \cdots R_n \\ I_e = I_{R1} = I_{R2} + \cdots I_{Rn} \\ U_{R1} \neq U_{R2} + \cdots U_{Rn} \end{cases}$$

- Reaktáns elemeket tartalmazó hálózat esetén ez más módon történik!
- Az alapelv továbbra is igaz lesz, miszerint a soros áramkörben az áram azonos értékű, minden komponensen, de feszültség között négyzetes arány fog kialakulni. Miért?
- Az ellenálláson eső feszültség és áram azonos fázisban van, rajtuk fázis késés (sietés) nem tapasztalható
- A kapacitáson (kondenzátoron) az áram és a feszültség között 90°eltérés tapasztalható, az áram lemarad a feszültséghez képest
- A feszültségek között négyzetes egyenlőség áll fenn!





Számítási eredmények

- Tudjuk, hogy az áramkör egy frekvenciafüggő feszültségosztó, tehát (visszagondolva az egyenáramú feszültségosztóra):

$$H = \frac{u_{ki}}{u_{be}} = \frac{X_C}{Z}$$

- X_C kiszámítható:

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C}$$

- Az átviteli függvény logaritmizált értéke dB-ben:

$$h = 20\log(H)$$

- Vizsgáljuk meg részletesen 1kHz-en:

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi 100Hz100nF} = 1{,}5915k\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{1^2 k\Omega + 15{,}9^2 k\Omega} = 1{,}87k\Omega$$

$$H = \frac{u_{ki}}{u_{be}} = \frac{X_C}{Z} = \frac{1{,}5915k\Omega}{1{,}87k\Omega} = 0{,}846$$

$$h = 20\log(H) = 20\log(0{,}61414) = -1{,}44dB$$

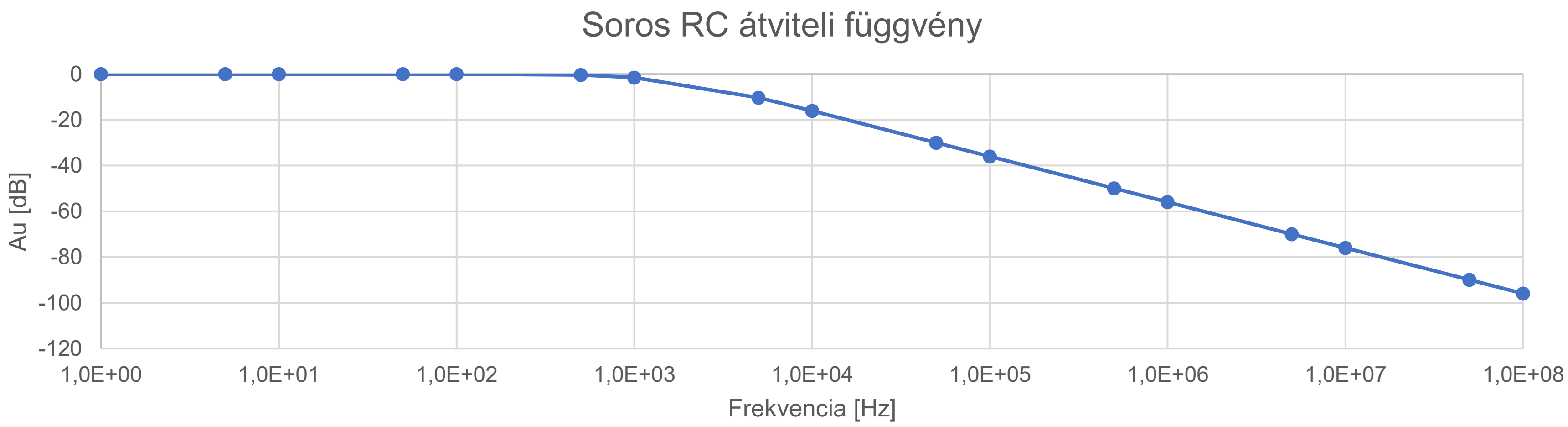
$$\varphi = -\tan^{-1}\left(\frac{R}{X_C}\right) = -\tan^{-1}\left(\frac{1k\Omega}{1{,}5915k\Omega}\right) = -32{,}2°$$

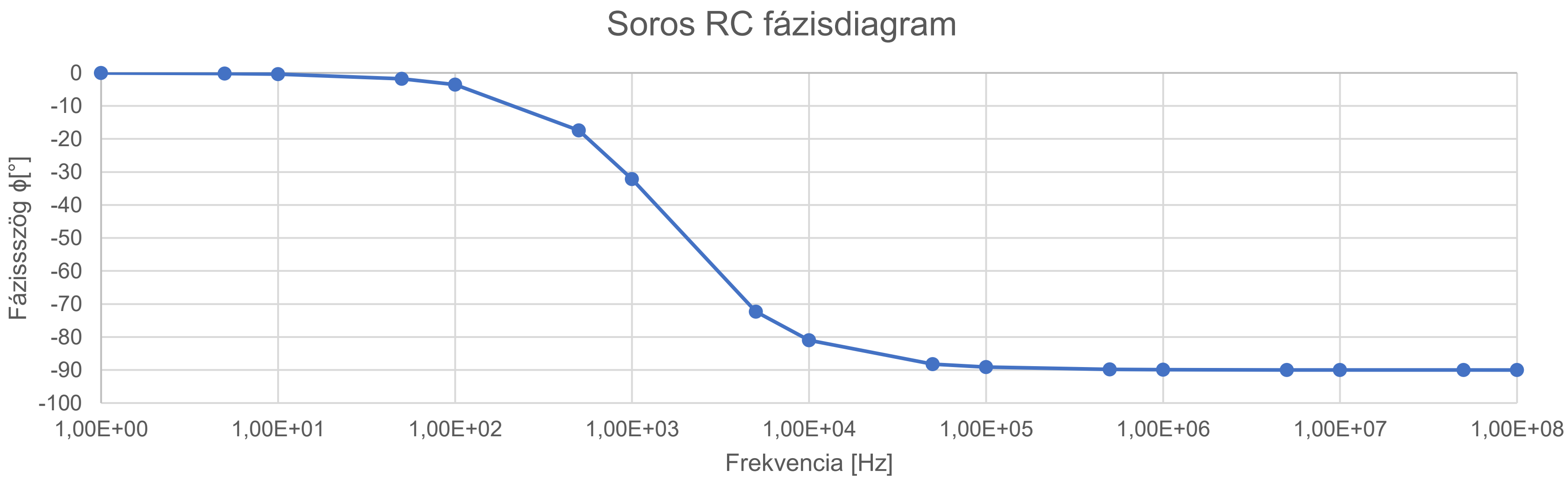
Számított értékek néhány további diszkrét frekvencián

R	1000						
C	1,00E-07						
	f [Hz]		Xc [Ω]	Z [Ω]	H	H [dB]	φ [°]
	1		1,59E+06	1591597	1,00E+00	-1,7E-06	-3,60E-02
	5		3,18E+05	318320,8	1,00E+00	-4,3E-05	-1,80E-01
	10		1,59E+05	159162,8	1,00E+00	-0,00017	-3,60E-01
	50		3,18E+04	31847,63	1,00E+00	-0,00428	-1,80E+00
	100		1,59E+04	15947,35	9,98E-01	-0,01711	-3,60E+00
	500		3,18E+03	3336,572	9,54E-01	-0,40875	-1,74E+01
	1000		1,59E+03	1879,675	8,47E-01	-1,445	-3,21E+01
	5000		3,18E+02	1049,441	3,03E-01	-10,3619	-7,23E+01
	10000		1,59E+02	1012,587	1,57E-01	-16,072	-8,10E+01
	50000		3,18E+01	1000,507	3,18E-02	-29,9471	-8,82E+01
	100000		1,59E+01	1000,127	1,59E-02	-35,9644	-8,91E+01
	500000		3,18E+00	1000,005	3,18E-03	-49,9428	-8,98E+01
	1000000		1,59E+00	1000,001	1,59E-03	-55,9634	-8,99E+01
	5000000		3,18E-01	1000	3,18E-04	-69,9427	-9,00E+01
	10000000		1,59E-01	1000	1,59E-04	-75,9633	-9,00E+01
	50000000		3,18E-02	1000	3,18E-05	-89,9427	-9,00E+01
	100000000		1,59E-02	1000	1,59E-05	-95,9633	-9,00E+01

Megjegyzés: A számításból látszik, hogy a kondenzátor reaktanciája egyre kisebb a frekvencia növekedésével.

Eredmények ábrázolása a frekvencia függvényében (Bode-karakterisztika)



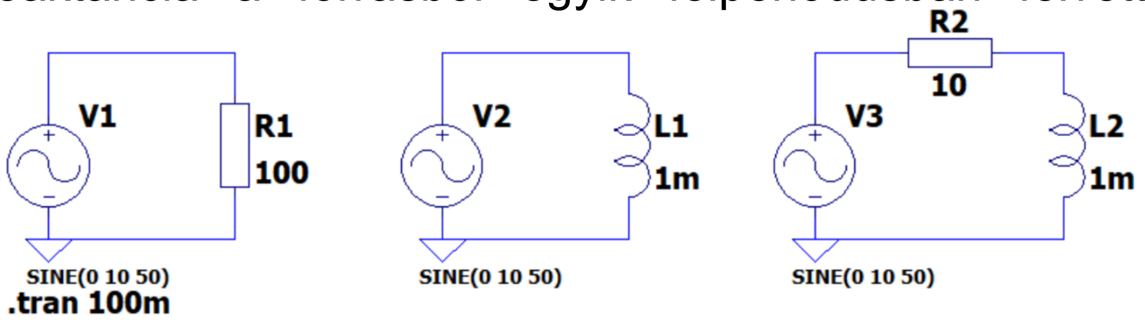


Váltakozó áramú teljesítmények

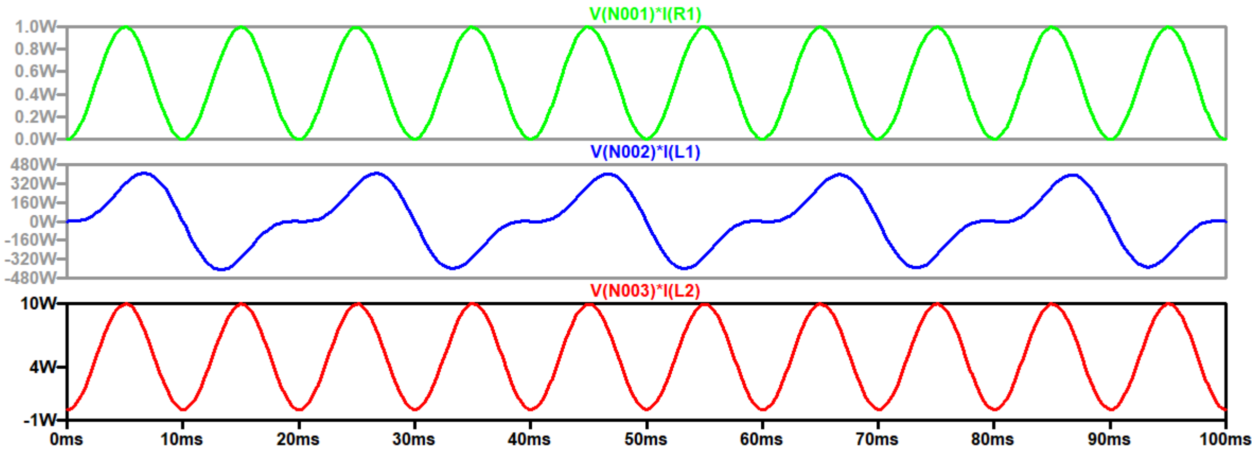
- Egyenáramú esetben a teljesítményt az áram és a feszültség szorzata adja, azaz $P = U \cdot I$
- Váltakozó áramú teljesítmények meghatározásához általánosan az összetartozó áram és feszültség pillanatnyi értékét kell összeszorozni, vagyis
$$p(t) = u(t)i(t)$$
- A rezisztív (ellenállásos) fogyasztón az áram és feszültségjel között nincs fázisbeli eltérés. Vagyis, ha a terhelésünk rezisztív jellegű (ellenállás), abban az esetben a kapott teljesítmény valós, a teljesítménygörbe az időtengely (*t*) felett helyezkedik el. A hatásos teljesítmény jele a *P*, mértékegysége pedig [W]. A hatásos teljesítmény kiszámítható:
$$P = UI\cos(\varphi)$$
- ahol *U* és *I* effektív érték, a $\cos(\varphi)$ pedig az úgynevezett fázistényező, azaz az áram és a feszültség közötti fáziskülönbség koszinusza.
- Vizsgáljuk meg a fenti összefüggést arra az esetre, amikor rezisztív a terhelésünk! Fáziseltérést az áram és a feszültség között nem tapasztalunk: behelyettesítve a fenti képletbe a $\cos(0°) = 1$-et ad, így az okfejtésünk helyes, hiszen a képletben csak az UI szorzat marad.

Reaktív elemeken fellépő teljesítmények

- A kondenzátor és tekercs váltakozó áramú hálózatba kapcsolva reaktanciaként viselkedik, vagyis a rajtuk átfolyó áram és feszültség között 90°-os fáziseltérés van (a tekercsen késik az áram, a kapacitáson pedig siet az áram a feszültséghez képest).
- A pillanatnyi teljesítmény értéke meddő lesz: a reaktancia a forrásból egyik félperiódusban felvett teljesítményt a másikban visszaadja.



$\varphi = 0^\circ$ $\varphi = 90^\circ$ $0^\circ < \varphi < 90^\circ$



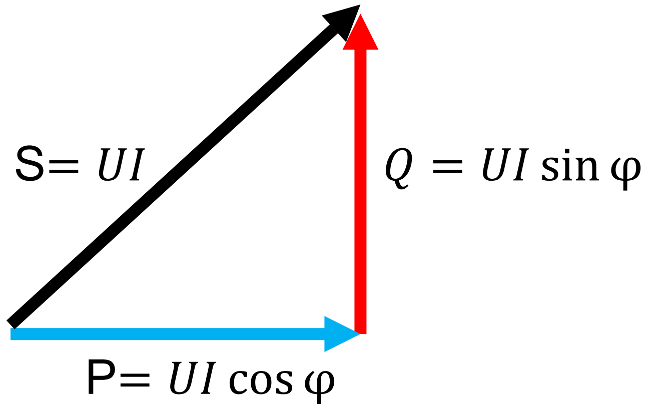
- A gyakorlati életben a valós terhelések az ohmos, induktív és a kapacitív terhelések keveréke, vagyis a fázisszög 0 és 90° között van
- A reaktív teljesítmény az időtengelyre (*t*) szimmetrikus. A meddő teljesítmény jele a *Q*, mértékegysége a [VAr] (volt-amper reaktív).
- A meddő teljesítményt az alábbi összefüggés segítségével számíthatjuk ki:

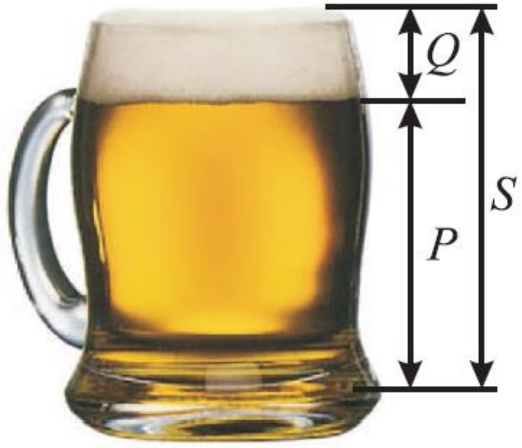
$$Q = UI\sin(\varphi)\,.$$

Váltakozó áramú teljesítmények közötti összefüggések

- A hatásos (*P*) és a meddő teljesítmény (*Q*) együttesen a látszólagos teljesítményt adja, melynek jele *S* és mértékegysége [VA] (volt-amper). Az egyes teljesítmények egymással való viszony az alábbiak szerint alakul

Teljesítmény	Jelölés	Kiszámítás	Mértékegység
Látszólagos	S	$S = UI$	VA
Hatásos	P	$P = UI\cos(\varphi)$	W
Meddő (reaktív)	Q	$Q = UI\sin(\varphi)$	VAr





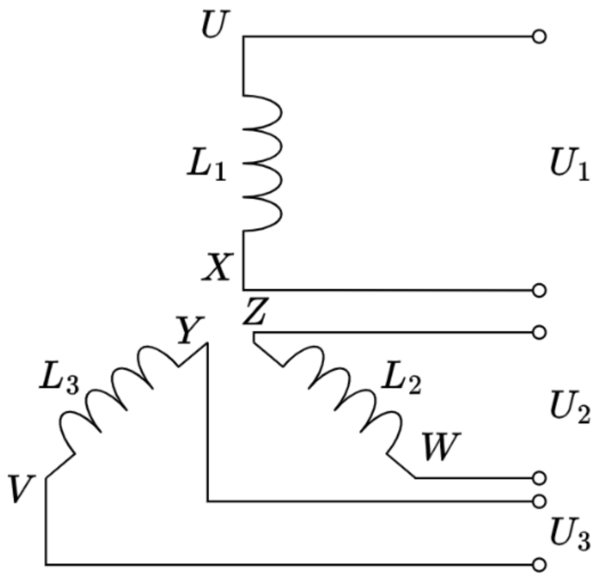
Forrás: Dr. Kuczmann Miklós – Kovács Gergely: Villamosságtan

Fázistényező - $\cos(\varphi)$

- Hatásos teljesítmény esetén az UI szorzat mellett szerepel egy másik kifejezés is, a $\cos(\varphi)$.
- Ez az úgynevezett fázistényező, amely az mondja meg, hogy a hatásos (*P*) és a reaktív (*Q*) teljesítmények aránya. Minél nagyobb ez az érték, annál több a hatásos teljesítményünk.
- Ennek az egyik szélső pontja, amikor a $\cos(\varphi) = 1$, azaz csak hatásos teljesítményünk van.
- Miért rossz, ha alacsony a $\cos(\varphi)$ értékünk és nagy a meddő teljesítmény? Például egy villanymotor esetén a hasznos teljesítményt a hálózatból kivesszük és forgó mozgássá alakítjuk (ez a tengelyteljesítmény).
- Mivel a villamos forgógépek induktívak, így meddőteljesítmény is felhasználásra kerül. Ezt kivesszük a hálózatból, de vissza is kerül oda, vagyis közvetlenül nem tudjuk hasznosítani.
- Gyakorlati szemmel: a meddő energia reaktív veszteséget okoz. Szállítani ugyanúgy „kell”, mint a hatásos energiát, de előbbi a villamosenergia – hálózatot terheli.
- Amikor áramszámlát fizetünk, a meddő energiát is ki kell fizetni. Értelemszerűen az lenne az előnyös, ha a teljesítménytényezőnk minél nagyobb lenne, ideális esetben 1.
- A helyzet kezelésére úgynevezett fáziskompenzálást, vagy fázisjavítást kell végrehajtani, passzív vagy aktív (PFC) módon

Többfázisú rendszerek

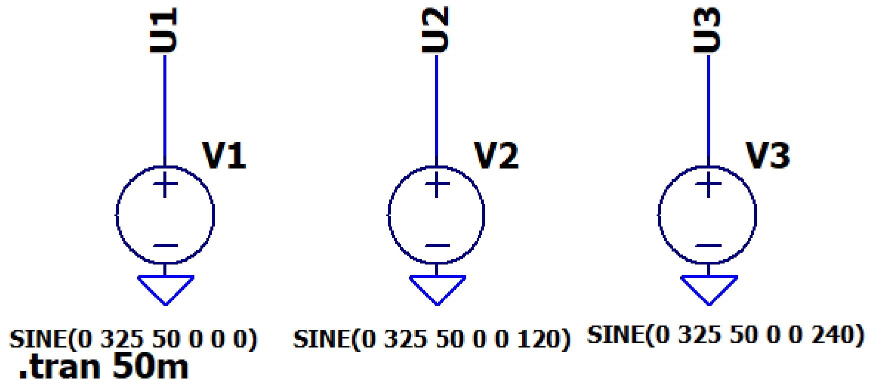
- Többfázisú hálózatról akkor beszélünk, ha egyszerre több, időben eltolt fázis áll rendelkezésre.
- Egyfázisú rendszereknél egy vezetőkeretet forgattunk a homogén mágneses térben.
- Megállapítottuk, hogy amennyiben a forgás sebessége állandó, a vezetőkeret kapcsain időben szinuszosan váltakozó feszültség indukálódik.
- Mi történik akkor, ha nem egy vezetőkeretet, hanem három, egymáshoz képest 120°-al elforgatott vezetőkeretet forgatunk ugyanabban a homogén mágneses térben?
- Az eredmény azonos frekvenciájú (periódusidejű) és csúcsértékű indukált feszültség, időben 120°-al eltolva. Háromfázisú hálózatban az egyes tekercseket *L1*, *L2*, és *L3*- al szokás jelölni (MSZ EN 60617 / IEC 60617 szabvány szerint). Ezek lesznek a fázistekercsek.
- A háromfázis miatt minden fázistekercsnek két vége lesz. A fázistekercsek kezdetét *U*, *V* és *W*-el, míg a végeiket *X*, *Y* és *Z*-vel jelölik.
- Ennek megfelelően az elrendezés 6db vezetéket eredményez

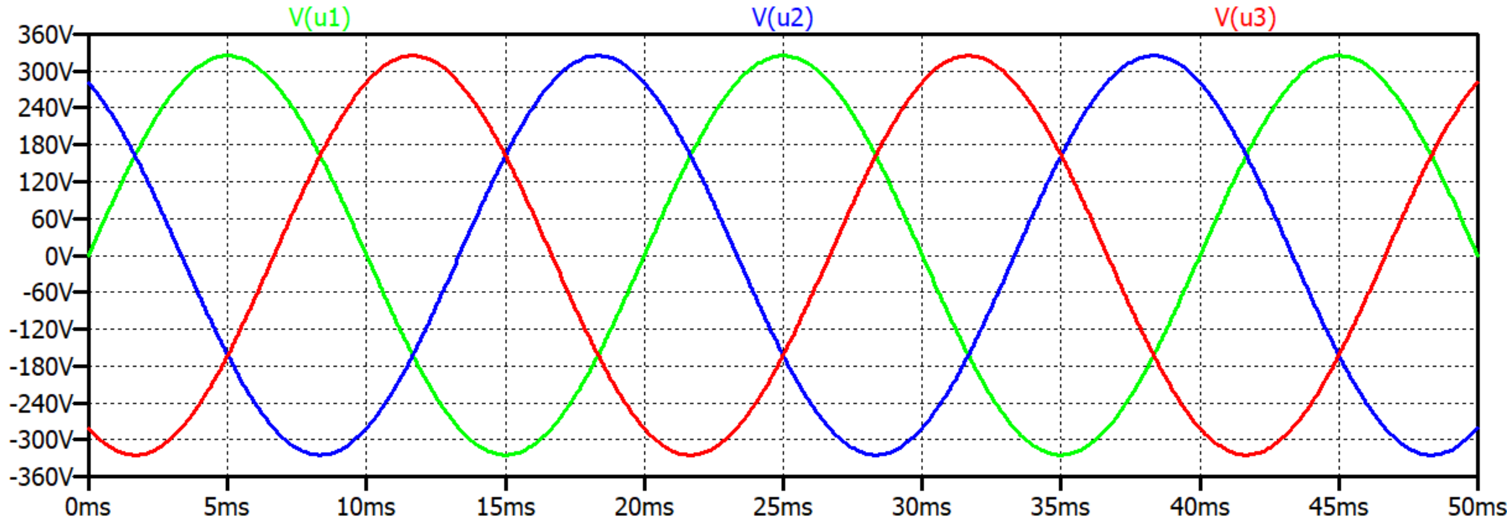


Láncolás

- Fontos megállapítás, hogy bármelyik időpillanatot kiválasztva a feszültségek összege zérus lesz, azaz:

$$\sum U = 0$$





- $t = 5ms$-nál összegezve a feszültségeket:

$$U_1 + U_2 + U_3 = 325V + (-163{,}69V) + (-161{,}281V) \cong 0$$

Vezetékek száma

- A generátor feszültségei azonos nagyságúak (Magyarországon $\hat{U} \cong 325V$) és a köztük lévő szögkülönbség 120°.
- Általános többfázisú rendszerek esetén a fázisszög (φ) a

$$\varphi = \frac{2\pi}{n} = \frac{360°}{n}$$

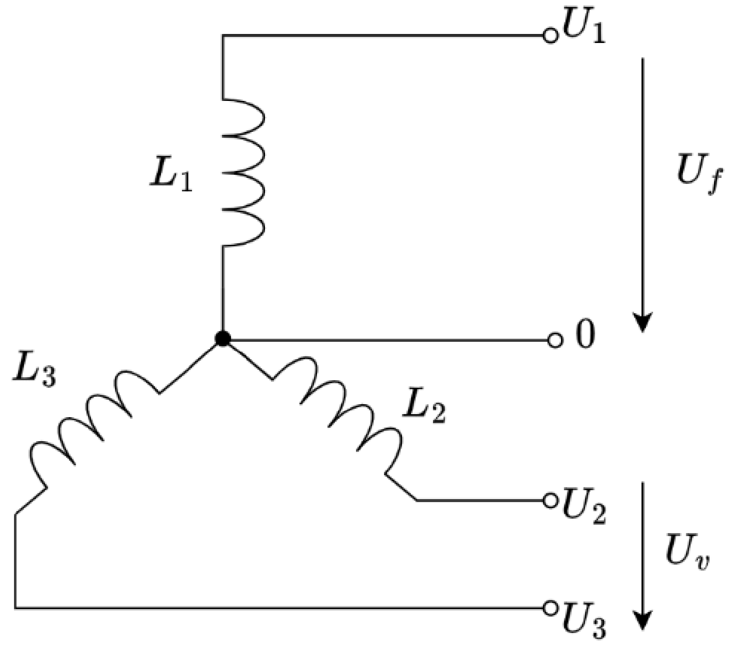
ahol *n* a rendszer fázisszámát jelöli

- Megállapítható továbbá, hogy egy *n* fázisszámú rendszer esetén a vezetékek száma *2n*-re adódik (mivel egy fázistekercsnek két kivezetése van).
- A vezetékek száma (n+1)-re vagy n-re redukálható a fázistekercsek összekapcsolásának segítségével. A két legfontosabb kapcsolási mód a csillag és a delta (vagy háromszög) kapcsolás.

Csillagkapcsolás

- Csillag kapcsolás esetén a három fázistekercselés végpontjait egyetlen pontban fogjuk össze, melyet csillagpontnak nevezünk (innen az elnevezés).
- A csillagpontot gyakran földelik, melyet nullvezetőnek neveznek. Az eredmény: tetszőleges fázistekercs végpontja (*U*, *V* és *W*) és a csillagpont között fázisfeszültséget, bármely két fázistekercs között (*UV*, *UW*, *VW*) vonali feszültséget mérünk.
- Magyarországon a fázisfeszültség értéke 230V, míg a vonali feszültség 400V.
- A vonali feszültség a fázisfeszültség $\sqrt{3}$-ad része, azaz

$$U_V = \sqrt{3}U_f.$$



Háromszög (delta) kapcsolás

- A delta vagy háromszög kapcsolás esetén az egyes fázisokat sorba kapcsoljuk. A vonali feszültségek (két fázis közötti feszültség) a tekercsek közös csatlakozási pontjairól vehetők le.
- Delta kapcsolásban a vonali és a fázisfeszültség azonos. A vonali áram két szomszédos fázisvezető áramának vektoros össze, azaz

$$I_V = \sqrt{3} I_f.$$