

# AKTÍV MÁGNESES CSAPÁGY TERVEZÉSE ÉS SZIMULÁCIÓJA

Írta:

MARCSA DÁNIEL  
M.Sc. szakos mechatronikus hallgató

Konzulens:

DR. KUCZMANN MIKLÓS, PH.D.  
egyetemi docens

Elektromágneses Terek Laboratórium  
Távközlési Tanszék  
Széchenyi István Egyetem  
2010. április  
Győr



# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezető</b>	<b>3</b>
1.1. A mágneses csapágy mint szabályozott felfüggesztés . . . . .	4
<b>2. Mágneses aktuátor vizsgálata</b>	<b>7</b>
2.1. Téregyenletek . . . . .	7
2.1.1. Ampere-törvény . . . . .	8
2.1.2. Mágneses Gauss-törvény . . . . .	8
2.2. Mágneses erő . . . . .	9
2.3. Hiszterézis . . . . .	9
<b>3. Radiális mágneses csapágy tervezése</b>	<b>11</b>
3.1. A mágneses csapágy méreteinek meghatározása . . . . .	11
3.1.1. Tervezés menete . . . . .	13
Előírások . . . . .	13
Tengely méretezése . . . . .	13
Működési pont választása . . . . .	14
Tekercs tervezés . . . . .	14
Erősítő méretezés . . . . .	15
3.2. Erő meghatározása . . . . .	16
3.3. A mágneses csapágy numerikus tervezése . . . . .	21
3.3.1. Mágneses csapágy végelelemes modellje . . . . .	23
<b>4. Eredmények</b>	<b>26</b>
<b>5. Összefoglalás</b>	<b>32</b>
<b>A. Mágneses csapágy méretezése</b>	<b>34</b>
<b>B. Erők számítása</b>	<b>36</b>
<b>C. Mágneses csapágy tervezésének végelelemes programja</b>	<b>40</b>
C.1. Varying geometry of Active Magnetic Bearing . . . . .	40

---

C.2. Geometry of Y-shaped Three Pole AMB with COMSOL function . . . .	43
C.3. Solver in COMSOL with MATLAB . . . . .	44

# 1. fejezet

## Bevezető

A mágneses elven működő lebegtetés első technikai alkalmazása 1937-re tehető, amikor Kempler szabadalmaztatott egy lebegő felfüggesztést, mint egyik lehetősége a jövőbeni szállítóeszközök csapágyazásának. Később, a hatvanas években a mágneses csapágyak alapelvét az űrtechnológiában alkalmazták, mellyel a műhold helyzetét irányították. Az első ipari alkalmazások a turbináknál és nagysebességű gépeknél voltak a hetvenes évek végén. Nagyon sokféle mód van érintkezésmentes mágneses felfüggesztés létrehozására, ezek közül egy az aktív mágneses csapágy [1].

A mágneses csapágy különböző előnyei miatt legfőképpen a következő öt területen alkalmazzák:

- *Vákuum és tisztaszoba rendszerek:* A csapágyaknak nincs mechanikai surlódása, az azzal járó szennyeződés és ha szükséges a csapágy a vákuumtartályon kívül is lehet amíg a térerősség keresztül tud haladni a tartály falán. Az aerodinamikai ellenállási veszteség hiánya és az alacsony energiafogyasztása miatt ezeket a csapágyakat alkalmazzák még a lendkerekes energiatárolásnál is [1].
- *Szerszámgépek:* A fő előny a nagy pontosság amit el tud érni, a nagy forgási sebesség és a hozzá tartozó viszonylag nagy terhelhetőség. Ezek a tulajdonságok nagyon hasznosak a nagyteljesítményű fémgörgácsolóknál. A nagy sebesség alapvető követelmény a kis részek pontos leválasztásához [1].
- *Orvosi berendezések:* Egy különleges alkalmazás a mágneses csapágy használata a mesterséges szívpumpában. Ennek egy speciális alkalmazása a ball szívkamrai segédberendezésben mely segíti a beteg szívnek a vérpumpálást a kívánt mértékben, a keringési rendszer fenntartásához [1].
- *Turbógépek:* Valójában a fő alkalmazási területe a mágneses csapágyaknak a turbógépek. Az ilyen turbógépek közé tartoznak a kis molekula pumpáktól kezdve az erőművi, megawattos teljesítményre képes turbógenerátorok és kompresszorok is. A 300 MW-os turbógépek az elsők ahol ez a technológiai újítást már bevált módon alkalmazzák. Az előnye hogy lehet vezérelni és csillapítani a tengely rezgéseit, és ezáltal egy jól definiált dinamikus viselkedése lesz. Továbbá, lehetséges egyszerűsíteni a gép felépítését azáltal, hogy nem folyadékcsapágyat kell alkalmazni, melyben általában olaj van és ezt el kell zárni a feldolgozandó folyadéktól, többségében víztől tömítésekkel. Egy másik fontos sajátossága az önvezérlés és diagnózis, az alacsony karbantartási költségek és az alacsony energia fogyasztása. Az elérhető nagyon

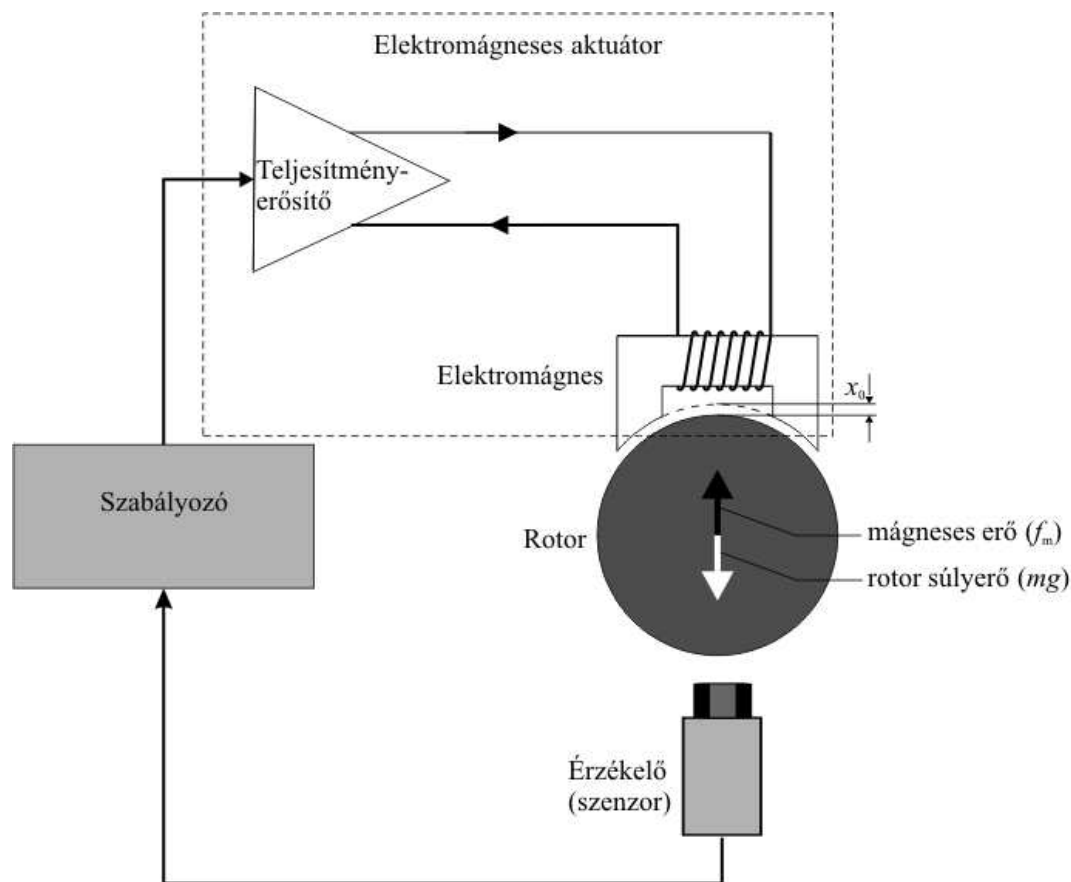
magas teljesítményelektronikai hatások mellett a turbógenerátoroknak alacsony 50/60 Hz-en kell működniük, vagy a nagysebességű gépeknél a magas fajlagos teljesítmény miatt a mágneses csapágy a legmegfelelőbb választás [1].

- *Szupravezető csapágyazás:* A szupravezető csapágyazás fejlődése a vele járó passzív stabilitással tűnik a jövő egyik aktív mágneses csapágy alternatívájának. Azonban, ahhoz hogy elérje a megfelelő csillapítási tulajdonságokat a szupravezető felfüggesztésben a tengely, szükséges egy hozzáadott aktív csillapító valamilyen mágneses csapágy formájában [1].

## 1.1. A mágneses csapágy mint szabályozott felfüggesztés

A mágneses csapágy ipari alkalmazásának több mint 30 éve alatt egyértelművé vált, hogy az aktív mágneses csapágy (AMB - Active Magnetic Bearing) sokkal előnyösebb mint a passzív mágneses csapágyak (PMB - Passive Magnetic Bearing). Az aktív szó a csapágyerők aktívan történő szabályozásából adódik. Passzív mágneses csapágyakat állandó mágnesekkel készítenek. A továbbiakban csak az aktív csapágyakról lesz szó [1].

Az aktívan vezérelt elektromágneses csapágyak nyújtanak megoldást a rotor dinamika egy klasszikus problémájára, azaz a forgó rotor kontaktusmentes, kopás és kenés nélküli



1.1. ábra. Egyszerűsített mágneses csapágy szabályozási köre és annak elemei.

felfüggesztésére, melynek dinamikus tulajdonságai vezérelhetők. Az aktív mágneses csapágy egy tipikusan mechatronikai tervezést igénylő eszköz, mely a mechatronika fő tudományterületeit, a gépészet, a villamosmérnöki tudományok és az informatika klasszikus részeit lefedi [1].

Aktívan vezérelt elektromágnesekkel létrehozott mágneses térerősséget használják leggyakrabban a mágneses felfüggesztéshez. A 1.1-es ábrán egy nagyon egyszerű mágneses csapágy szabályozási köre látható, mely leegyszerűsítve mutatja be az aktív mágneses csapágy legfontosabb részegységeit. A következőkben az egyes részeket röviden ismertetem [1].

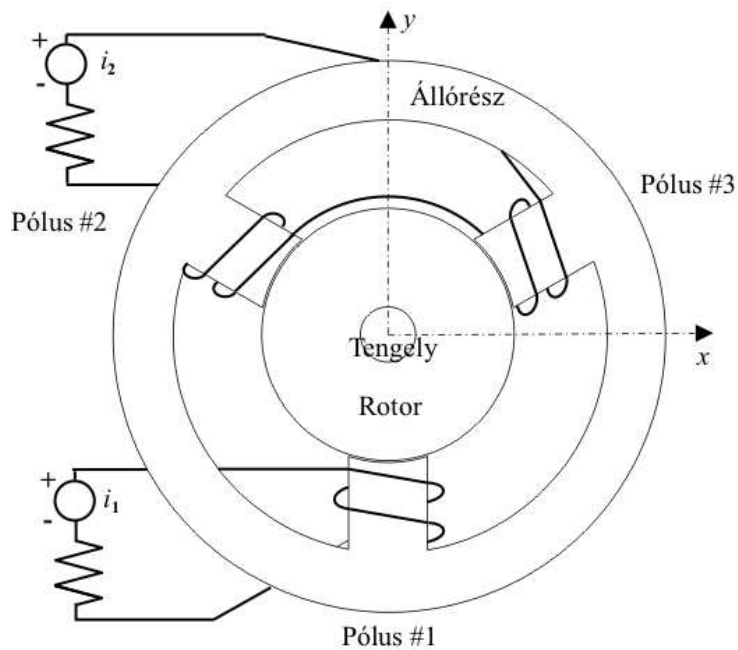
A rotor vagy forgórész szabadon lebeg az előírt  $x_0$  távolságra az elektromágneestől. A kontaktusmentes érzékelő (leggyakrabban örvényáramú vagy indukciós elven alapuló érzékelő) állandóan méri az eltérést a  $x_0$  beállított távolság és a rotor  $x$  pillanatnyi távolsága között, majd ezt továbbítja a szabályozónak (napjainkban ez már digitális szabályozó). A szabályozó fő feladata a rotort a kívánt pozícióban tartani. Ez nem csak a létrejövő erők egyensúlyának fenntartásából, itt az  $f_m$  mágneses erő és a rotor  $mg$  súlyerőjének egyensúlyából áll, hanem a szabályozási kör stabilitásának is teljesülnie kell. Végül a vezérlő a rotor pozíciójának megfelelően küldi a jelet a teljesítményerősítőnek, ami átalakítja ezt a jelet árammá, mely a csapágy elektromágnesének tekercse által létrehozza a kívánt mágneses térerősséget, azaz a kívánt  $f_m$  mágneses erőt [1].

A teljesítményerősítő és a csapágy elektromágnesese egymástól erősen függő elemei a körnek. A mágneses csapágyban nagyon fontosak mindkét résznek a tulajdonságai, mint például az erők dinamikája erősen függ mind a teljesítményerősítőtől és az elektromágnes kialakításától, azaz az erősítő feszültségétől és áramától, a csapágy geometriájától és csapágy tekercseinek menetszámától és induktivitásától. Ezért a teljesítményerősítőt és a csapágy elektromágnesét együttesen elektromágneses aktuátornak nevezik az irodalomban [1].

A 1.1-es ábrán látható elrendezés egy egy szabadságfokú egycsatornás szabályozási rendszert ábrázol, mely erős egyszerűsítése az igazi mágneses csapágyaknak. A rotor forgó és tengelyirányú mozgását nem lehet egyetlen elektromágnessel szabályozni. Ahhoz egy sokkal komplexebb több elektromágnesből álló elrendezés és többcsatornás szabályozás kell. Mindazonáltal a mágneses csapágy szabályozási körének alaptulajdonságait igen jól szemlélteti ez az egyszerű ábra.

A dolgozatban bemutatásra kerül az 1.1-es ábrából az elektromágnesként szereplő rész geometriájának tervezési lépései. Azonban itt már nem egy egyszerű elektromágnesről lesz szó, hanem egy teljes aktív mágneses csapágy működőképes geometriájának tervezéséről és kialakításáról. A tervezésen belül az analitikus tervezés lépéseit és képleteit mutatom be, majd utána az ehhez jól illeszthető gyors és hatékony numerikus tervezési eljárást. Majd a numerikus tervezéssel kapott eredményeket hasonlítom össze és választom ki a legmegfelelőbb geometriát. Az összehasonlításban elsősorban az emelő erőt ( $y$  irányú erő), a minél kisebb  $x$  irányú erőt és a geometria méreteit veszem figyelembe.

Az aktív mágneses csapágyak között a nyolc pólusú csapágyak a legnépszerűbbek, és leggyakrabban használatosak. Azonban egy mágneses csapágnál a legköltségesebb rész a teljesítményerősítő szokott lenni, mely nyolc pólusú csapágy esetén négy darabot jelent. A költségek csökkentése miatt előnyösebb a három pólusú mágneses csapágy, melyet már két erősítőről is lehet táplálni. Ezen felül a három pólusú elrendezésnél egyszerűbb a



1.2. ábra. Három pólusú aktív mágneses csapágy.

hűtés, a pólusok közötti részek miatt, ezen felül még az érzékelők elhelyezéséhez is jóval nagyobb hely áll rendelkezésre [2].

A 1.2-es ábrán egy három pólusú Y alakú mágneses csapágyat lehet látni. A dolgozatban egy ilyen elrendezésű három pólusú aktív mágneses csapágy analitikus és numerikus tervezésének lépéseit mutatom be.

## 2. fejezet

# Mágneses aktuátor vizsgálata

A mágneses aktuátor vizsgálatában a fő cél meghatározni az aktuátor által létrehozott erőt. Az analitikus vizsgálati módszer jól megalapozott, kidolgozott mely betekintést ad az aktuátor tervezésébe a különböző tevezési paraméterek hatásaiba és a vizsgálat felhasználható a tervezési lehetőségek kiválasztására [3].

Általában, a vizsgált feladatnál adott az állórész vas geometriája, a tekercselrendezés, a rotor pozíciója, az áram az állórésztekercsekben és milyen erőt szeretnénk létrehozni.

A tekercs/geometria - erő kapcsolat és a villamos tulajdonságok vizsgálata elvégezhető az aktuátor mágneses struktúrájának nagyon egyszerű analízisével. Ez a közelítés a mágneses hálózatanalízisen alapul, analóg módon a villamos hálózatanalízishez, mint például a hurokáramok módszere. Mint olyan, a vizsgálat elhanyagol néhány hatást, mint például a mágneses tér azon részét ami az aktuátor fémrészen kívül esik nem vesszük figyelembe. Továbbá feltételezzük a tér egyenletességét az aktuátorban. Figyelembe véve a közelítést az előbb említett hibákkal, a vizsgálat nagyon gyors és egyszerű lesz, amiből egy jól és gyorsan alkalmazható analitikus közelítést kapunk [3].

Végül, az előbb említett módon kapott eredményeket tovább lehet vizsgálni, valamilyen jobb közelítést adó módszerrel, olyannal mint például a végeelem-módszer (FEM - Finite Element Method) [4–6]. A végeelem-módszert bonyolultad megvalósítani, de elengedhetetlen az aktuátor tervezésében. A numerikus közelítést nem lehet helyettesíteni a hálózatanalízissel. A végeelem-módszerrel pontosan ki lehet számítani a mágneses tér alakulását a fém részeken kívül, melyek fontosak az aktuátor villamos tulajdonságainak és erőinek hatásaihoz. Az analitikus módszert leginkább az aktuátor főbb méreteinek és elrendezésének meghatározáshoz alkalmazzák, mely után következhet a végeelem-módszer, vagy egyéb numerikus közelítési eljárás, a pontosabb vizsgálatához.

### 2.1. Téregyenletek

A mágneses csapágy téregyenletei esetén a stacionárius mágneses tér Maxwell-egyenleteit használjuk [4–6]. Az egyik ilyen téregyenlet az Ampere-törvény,

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}, \quad (2.1)$$

ahol  $\nabla$  a nabla operátor,  $\vec{H}$  a mágneses térerősség és  $\vec{J}$  a tekercsekben létrejövő áramsűrűség, vagyis a beiktatott áramsűrűség. A magnetosztatika másik törvénye a mágneses Gauss-törvény, a fluxusmegmaradás törvénye,



$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.2)$$

ahol  $\vec{B}$  a mágneses fluxus.

### 2.1.1. Ampere-törvény

A (2.1)-es Ampere-törvényt átírva az inegrális alakjára a következőt kapjuk [4],

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_A \vec{J} \cdot d\vec{a}, \quad (2.3)$$

melynél feltételezve hogy [3]

- $d\vec{l}$  út felbontható  $n_s$  számú kis részre, melyen  $\vec{H}$  konstans,
- $\vec{J}$  áramsűrűség csak az elektromágnesek tekercseiben van,
- $\vec{J}$  egyenletes eloszlású az  $n_c$  számú menetben,

átírhatjuk a (2.3)-as egyenletet a következő alakba, felhasználva a  $JA = NI$  összefüggést,

$$\sum_{i=1}^{n_s} H_i l_i = \sum_{i=1}^{n_c} N_i I_i. \quad (2.4)$$

Végül azt feltételezve, hogy a  $\mu$  permeabilitás minden részben konstans, vagyis igaz lesz a

$$\vec{B}_i = \mu_i \vec{H}_i \quad (2.5)$$

összefüggés, amit behelyettesítve a (2.4)-es egyenletbe a következőt kapjuk:

$$\sum_{i=1}^{n_s} \frac{B_i l_i}{\mu_i} = \sum_{i=1}^{n_c} N_i I_i. \quad (2.6)$$

Azonban ügyelni kell az előjel helyes megválasztására. Ha a körbejárási irányt az óra járásával megegyező irányba veszem fel, akkor az áramot pozitívnak feltételezzük a vizsgált területen és a  $\vec{B}$  mágneses fluxust szintén pozitívnak vesszük az integrálás irányába [3].

### 2.1.2. Mágneses Gauss-törvény

A (2.2)-es mágneses Gauss-törvénynek, vagy más néven a fluxus megmaradás törvényének az integrális alakja a következőképpen néz ki [4],

$$\int_s \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0. \quad (2.7)$$

A területét felbontjuk  $n_p$  darab kis részre, hogy a  $\vec{B}$  mágneses fluxus merőleges legyen minden részre, vagyis

$$\sum_{i=1}^{n_p} \int_{A_i} B_i da = 0, \quad (2.8)$$

továbbá  $\vec{B}$  egyenlő minden kis részben, azaz

$$\int_{A_i} B_i da = B_i A_i = \Phi_i. \quad (2.9)$$

Az előbbi (2.9)-es egyenletből egyértelmű, hogy

$$\sum_{i=1}^{n_p} \Phi_i = 0. \quad (2.10)$$

Azonban itt is figyelni kell az előjelekre. Az előbbi feltételezés akkor lesz igaz, ha  $\vec{da}$  a felület kifelé mutató normálvektora. Továbbá a szummázás előjele akkor lesz pozitív, ha a  $\Phi_i$  fluxus iránya kifelé mutat a térfogathoz [3].

## 2.2. Mágneses erő

A mágneses térerősség által létrehozott mágneses erőt a Maxwell-feszültségtenzor módszerrel tudjuk kiszámítani [5]:

$$\vec{f} = \oint_S d\vec{F} \cdot d\vec{S} \approx \frac{1}{2\mu_0} \int_{\Gamma} |\vec{B}|^2 d\Gamma, \quad (2.11)$$

ahol  $d\vec{F}$  a Maxwell-feszültségtenzor,  $\vec{B}$  a mágneses fluxus,  $S$  a felület melyre integrálunk, azonban kétdimenzióban a  $\Gamma$  perem mentén vett integrállal lehet számolni.

Ez a közelítés jó ha a rotor anyagának nagy a permeabilitása. A hiba forrása a mágneses térerősség azon komponense szokott lenni, amely nem merőleges a ferromágneses rész felületére. Ha pontosan szeretnénk számítani az  $f$  mágneses erőt, a  $\vec{B}$  mágneses fluxust ismerni kell mindenhol a felület mentén.

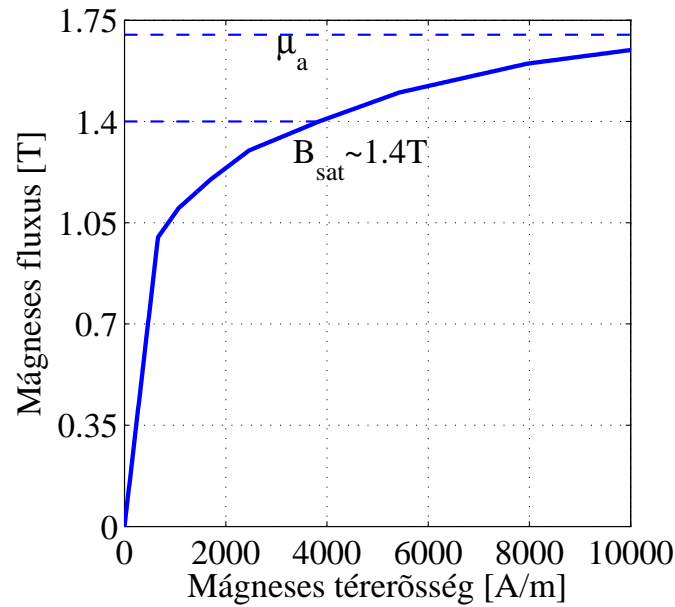
A (2.11)-es egyenletet tovább lehet egyszerűsíteni ha a tengely peremét (melyre integrálunk) felbontjuk  $n_a$  részre, és  $\vec{B}$  konstans minden részben,

$$\vec{f} = \frac{1}{2\mu_0} \sum_{i=1}^{n_a} B_i^2 \vec{A}_i. \quad (2.12)$$

ahol  $\vec{A}_i$  a kis peremszakaszok kifelé mutató normálvektora.

## 2.3. Hiszterézis

A  $\mu$  permeabilitása a  $B - H$  görbe meredekségéből adódik, ahogy a 2.1-es ábra is mutatja. A kezdeti permeabilitás alacsony, középen a permeabilitás nagy majd egy  $\mu_a$  aszimptóta permeabilitáshoz tart. Az aszimptotikus tulajdonságot szaturációnak nevezzük. Ez akkor következik be ha a mágneses domének a ferromágneses anyagban egy irányba állnak az alkalmazott mágneses térerősséggel és az anyag többé már nem erősíti az alkalmazott mágneses teret. A  $B - H$  görbe kinézetét a mágneses modellel írhatjuk le [3,4].



2.1. ábra. Vas-szilícium ötvözet hiszterézis görbéje.

A legegyszerűbb esetben,

$$\vec{B} = \mu \vec{H}, \quad (2.13)$$

a szaturációt hozzáadva,

$$\vec{B} = \begin{cases} \vec{B}_{sat} & : \mu \vec{H} > \vec{B}_{sat}, \\ \mu \vec{H} & : -\vec{B}_{sat} < \mu \vec{H} < \vec{B}_{sat}, \\ -\vec{B}_{sat} & : \mu \vec{H} < -\vec{B}_{sat}. \end{cases} \quad (2.14)$$

A mágneses csapágyak esetében ez egy fontos tulajdonság, hiszen szaturációban a mágneses erő nem nő tovább, így figyelni kell arra hogy ne vezéreljük szaturációba a csapágyat. A 2.1-es ábrán feltüntetett  $\vec{B}_{sat} \approx 1,4$  T-nál nem érdemes tovább menni a görbén, mert abban a tartományban már nem nő nagy mértékben a mágneses erő. Ha mégis működés közben a mágneses térerősség jóval magasabb lenne mint ahol ezt eléri, akkor az anyagválasztásnál kell erre figyelni. A 3%-os vas-szilícium ötvözeteknek általában  $\vec{B}_{sat} \approx 1,2 - 1,6$  T-nál van a szaturáció, de vannak anyagok melyeknek ennél jóval magasabb is lehet [3].

## 3. fejezet

# Radiális mágneses csapágy tervezése

A mágneses csapágy tervezésének a legelső lépése a csapágy alapfelépítését és a hozzá tartozó paramétereket meghatározni, kiválasztani. A mágneses csapágy szabadon választható paramétereit nagy körültekintéssel kell megválasztani, mert ezen múlik a csapágy működése, szabályozhatósága vagy akár az hogy megfelelően működik-e. A szabadon választható paraméterek [3,6]:

- a pólusok/tekercek kialakítása, száma és legyen-e pólussarú a pólus végén,
- szimmetria a csapágy méreteiben, mint például pólusok mérete,
- mágneses anyag megválasztása a szaturáció miatt,
- fluxus osztásos legyen-e a pólus,
- teljesítményerősítő maximális áramerőssége.

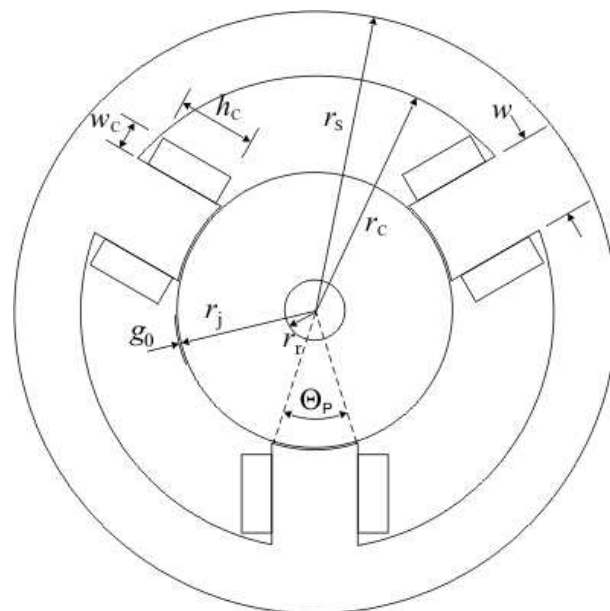
A dolgozatban bemutatásra kerülő mágneses csapágy esetében ezek a paraméterek a következők. A csapágy három pólusú Y alakú mágneses csapágy, pólussaruk nélkül. A mágneses anyag amiből van az állórész és a rotor, annak a  $B_{sat} = 1,4$  T. A pólusok fluxus osztásosak, hiszen ha nem lennének a három pólusú csapágy nem működne. Nem fluxus osztásos pólusokat általában a nyolc pólusú csapágyaknál alkalmaznak. Az Elektromágneses Terek Laboratóriumban lévő erősítők maximális árama  $I_{max} = 30$  A, azonban az alkalmazandó vezeték maximális terhelőárama 10 A. Ezért az  $I_{max} = 9$ A, hogy a tekercsben lévő vezetékek ne legyenek túlterhelve, melyből a  $I_b = 5$  A a működtetőáram.

### 3.1. A mágneses csapágy méreteinek meghatározása

Ebben a fejezetben bemutatom a mágneses csapágy geometriájának tervezéséhez tartozó képleteket és néhány hozzájuk tartozó fontos tudnivalót.

A 3.1-es ábrán egy Y alakú három pólusú mágneses csapágy geometriáját lehet látni. Az ábrán jelölve vannak a fontosabb méretek. A fontosabb méretek és a hozzájuk tartozó mennyiségek a felsorolásban megtalálhatók.

A mágneses csapágyaknál a legegyszerűbb és leggyakoribb megoldás hogy minden pólus azonos méretű, a köztük lévő hely és a tekercsek mérete is azonos. Ez szimmetriának nevezik a mágneses csapágyak tervezésénél.



3.1. ábra. Három pólusú aktív mágneses csapágy.

A pólussarukat általában nem alkalmaznak mágneses csapágyakban, mert csökkenti az emelő erőt, a fluxus sűrűséget.

$r_s$	Állórész külső sugara
$r_c$	Állórész belső sugara
$r_r$	Rotor tengely sugara
$r_j$	Tengely sugara
$g_0$	Légrés
$w$	Pólus szélessége
$\Theta_p$	Pólus szög
$h_c$	Tekercs magassága
$w_c$	Tekercs szélessége
$n_p$	Pólusok száma
$N$	Tekercs menetszáma
$f_i$	Vas arány( $\Theta_p n_p / 2\pi$ )

A pólusok táplálásának összekapcsolását ha alkalmazzák, akkor általában negyedenként ( $90^\circ$ ) alkalmaznak egy erősítőt. Ennek az az előnye hogy könnyebb a vezérlés, viszont az erősítő meghibásodása esetén az a negyed kiesik. Minden pólushoz külön erősítő sokkal biztonságosabb, viszont ahogy már említettem a mágneses csapágyak egyik legdrágább része a teljesítményerősítő. Ezért komoly kutatások folynak a minél kevesebb erősítővel történő megoldások irányában [2].

A tekercsek alakja sem mindegy, hogy milyen. Lehet olyan hogy teljesen kitöltse a pólus melletti részt, vagy pedig csak a pólusra van tekerve. Az előbbit teljes tekercskitöltésnek hívják, az utóbbit eltávolítható tekercsnek [3].

A tekercseknél ha kis sugarú vezetéket használunk akkor sok menetes tekercset tudunk készíteni, míg ha vastag vezetéket akkor kevesebb menetből fog állni a tekercs. De ettől függetlenül a tekercs mérete közel állandó, függetlenül a vezeték sugarától. Azonban a vezeték teljesítménye korlátozott a rajta átvezethető áram miatt. Kis átmérőjű

3.1. táblázat. Előírt paraméterek és kényszerek.

Adat	Paraméter	Érték
Rotor tengely sugara	$r_r$ [mm]	18
Maximális erő	$F_{max}$ [N]	600
Erő négyzetes középértéke	$F_{RMS}$ [N]	250
Maximális jelváltozási sebesség	$\frac{dF}{dt}$ [ $\frac{N}{s}$ ]	$5 \cdot 10^6$
Légrés	$g_0$ [mm]	0,5
DC01-es anyag fluxus sűrűsége	$B_{sat}$ [T]	1,4
Tengely oldalarány	$\gamma$	1,0
Pólusok száma	$n_p$	3

vezetéken kis áram, nagy átmérőjű vezetéken nagy áram vezethető át. Viszont a tekercsel létrehozható áramsűrűségnek a felső határa  $600 \frac{A}{cm^2}$ . Emiatt a tekercs menetszáma is bizonyos korlátok közé van szorítva [3].

Hogy a csapágy pólusai fluxus osztásosak legyenek vagy sem, ez is egy fontos tényező. Ha fluxus osztásos, akkor a vasrészek jobb kihasználtságúak, viszont ha nem fluxus osztásosak akkor kisebbek a veszteségek és egyszerűbb a vezérlés [3].

### 3.1.1. Tervezés menete

A csapágy tervezésének az egyenleteit és a tervezés lépéseit mutatom be egy Y alakú három pólusú aktív mágneses csapágyra.

#### Előírások

A csapágnak néhány paraméterét elő kell írni, melyeket mindenképpen teljesítenie kell. A 3.1-es táblázatban lévő értékek azok a szükséges adatok melyeket mindenképpen meg kell adni, hogy a tervezést el tudjuk kezdeni. Ezen értékeken kívül vannak még különféle konstansok, melyekre a tervezés közben térek ki. A táblázatban szereplő kitételeken kívül még a tekercsek legyen eltávolíthatóak és a pólusok fluxus osztásosak.

Ebben (3.1.) és a (3.2)-es részben az analitikus tervezéshez felhasznált képletek Eric Maslen jegyzetéből [3], Bojştan Polajžer disszertációjából [6] és Matsuda, Kanemitsu, Kijimoto cikkéből [7] származnak.

#### Tengely méretezése

Először az  $F_{max}$  maximális erőből meghatározzuk a légrés felületét. A képletben  $\sigma$  durván 0,3 ha minden tekercset külön táplálunk, és körülbelül 0,23 ha negyedenként tápláljuk. Nálam ez az érték  $\sigma = 0,265$ . Így a légrés felület:

$$F_{max} = \sigma \frac{n_p B_{sat}^2 A_g}{2\mu_0} = 619,988 A_g, \quad (3.1)$$

$$A_g = 96,7761 \text{ mm}^2. \quad (3.2)$$

A következő a pólus szélesség, amit a  $\gamma$  tengely oldalarányból lehet kiszámítani.

$$\gamma = \frac{A_g}{2w(r_r + f_s w)}. \quad (3.3)$$

Ez az összefüggés egy másodfokú egyenletre vezet, így  $w$  pólus szélességnek két megoldása lesz. Azonban mindig az egyik megoldás pozitív a másik negatív, így könnyű eldönteni melyik a helyes megoldás. Az  $f_s$  egy konstans melynek értéke ha fluxus osztásos a pólus akkor 1, ha nem akkor 0,5. Nálam, ahogy az Előírások alfejezetben is írtam fluxus osztásos a pólus, azaz  $f_s = 1$ .

$$w = 18,5646 \text{ mm}, \quad (3.4)$$

amiből a tengely irányú hosszat már könnyű kiszámítani:

$$l = \frac{A_g}{w} = 52,1293 \text{ mm}. \quad (3.5)$$

A tengely sugara pedig

$$d_j = 2r_j = 2(r_s + w) = 52,1292 \text{ mm}. \quad (3.6)$$

### Működési pont választása

Mikor megválasztom a lineáris tartományt, az úgy teszem hogy az  $F_{RMS}$  erő négyzetes középértéke beleessen ebbe a tartományba, ezért

$$F_{lin} = F_{RMS}, \quad (3.7)$$

ebből pedig a működési pont automatikusan következik:

$$\frac{F_{lin}}{F_{max}} = \frac{F_{RMS}}{F_{max}} = \frac{\beta^2}{\sigma}, \quad (3.8)$$

melyből kiszámítva a működési ráta

$$\beta = 0,33229. \quad (3.9)$$

A csapágy a lineáris tartományba működik ha a  $i_{px}$  és  $i_{py}$  mozgató áram nem nagyobb mint a  $I_b$  működtető áram. Néhány rendszerben a linearitás megvan túl ezen a ponton is, mert a teljesítményerősítő mellett van még egy linearizációs áramkör. A csapágy lineáris tartományban működik ha teljesül  $|i_p| \leq \beta I_{sat}$ , ahol  $0 \leq \beta \leq 0,5$ .

### Tekercs tervezés

Az eltávolítható tekercs esetén az  $A_c$  felhasználható tekercs felületet a következő módon számolható:

$$t_c = r_p \tan \frac{\pi}{n} - \frac{w}{2} = 36,729 \text{ mm}, \quad (3.10)$$

ahol  $r_p = r_j + g_0$ .

$$l_c = \sqrt{r_c^2 - (w/2 + t_c)^2} - r_p = \sqrt{r_c^2 - 2117.04} - 26,5646, \quad (3.11)$$

melyben az  $r_p$  ismeretlen, így nem lehet közvetlenül kiszámítani a pólus hosszát,

$$A_v = t_c l_c = 36,729(\sqrt{r_c^2 - 2117.04} - 26,5646). \quad (3.12)$$

A négyzetes középérték kényszerét alkalmazva, ami  $A_v \geq A_c$ , ahol  $A_v$  a tekercs felülete és  $A_c$  a tekercs kívánt felületének mérete. Ezen két mennyiség között az összefüggést még úgy is szokták írni hogy  $A_v = \xi A_c$  ahol  $1 \leq \xi \leq 2$  közé eső konstans szám. Az  $A_c$  tekercs kívánt felületméretének a képlete a következő:

$$A_c = \frac{\beta}{f_c J_{RMS}} \frac{B_{sat} g_0}{\mu_0} \sqrt{1 + \left( \frac{F_{RMS} \sigma}{\beta F_{max}} \right)^2} = 65.017 \text{ mm}^2, \quad (3.13)$$

ahol  $f_c$  a réz tényező, ami körülbelül 0,5 és  $J_{RMS}$  a megengedett tekercs áramsűrűség, ennek értéke 600 A/cm<sup>2</sup>.

A  $A_v$  a tekercs felületének és  $A_c$  a tekercs kívánt felületének kapcsolatát felírva a következőt kapjuk,

$$A_v = 36,729(\sqrt{r_c^2 - 2117.04} - 26,5646) \geq 65.017 \text{ mm}^2, \quad (3.14)$$

melyet átrendezéssel és az egyenlőséget felhasználva megkapjuk az állórész belső sugarát,

$$r_c = 63,8479 \text{ mm}, \quad (3.15)$$

majd  $r_c$ -vel visszahelyettesítve  $l_c$  képletébe a pólus hosszát is megkapjuk,

$$l_c = 17,7018 \text{ mm}. \quad (3.16)$$

Az állórész külső sugarát már könnyen lehet számolni az eddig kiszámolt értékekből,

$$r_s = r_c + f_s w = 82,4126 \text{ mm}, \quad (3.17)$$

és az állórész tengelyirányú hossza

$$l_s = l + 2t_c = 125,5872 \text{ mm}. \quad (3.18)$$

### Erősítő méretezés

Az erősítő villamos teljesítménye meghatározható minden tekercspárra a maximális jelváltozási sebességéből a következő képlettel:

$$VA_{max} = \left| \frac{df}{dt} \right|_{max} \frac{\eta g_0}{\beta n_p} = 10,0314 \text{ kVA}. \quad (3.19)$$

ahol  $\eta$  egy konstans. Ha a pólusokat külön tápláljuk akkor  $\eta=2$ , ha sorosan párba akkor  $\eta=4$ .

Ezen összefüggés értékét úgy kell felhasználni a méretezésnél, hogy a maximális áram kisebb legyen mint az  $I_{sat}$ ,

$$I_{sat} = \frac{B_{sat} g_0}{\mu_0 N} = 10,781 \text{ A}. \quad (3.20)$$

Ha a légrést nagyobbra vagy a  $\beta$  működési pontot kisebbre vesszük, akkor a villamos teljesítmény nőni fog. Az előbb kapott érték segítségével már lehet erősítőt nézni



katalógusból, amihez tartozik egy  $I_{max}$  maximális áram. A maximális áram segítségével pedig meglehetősen határozni a tekercs menetszámát, melynek segítségével azt hogy milyen sugarú vezetőket használjuk, hiszen az  $A_c$  tekercs felületet kiszámítottuk már.

$$NI_{sat} \approx NI_{max} = 9N = \frac{B_{sat}g_0}{\mu_0} = \frac{1,4 \cdot 0,5/1000}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 668,45, \quad (3.21)$$

amiből a tekercs menetszáma

$$N = \frac{668,45}{9} = 61,89 \approx 62. \quad (3.22)$$

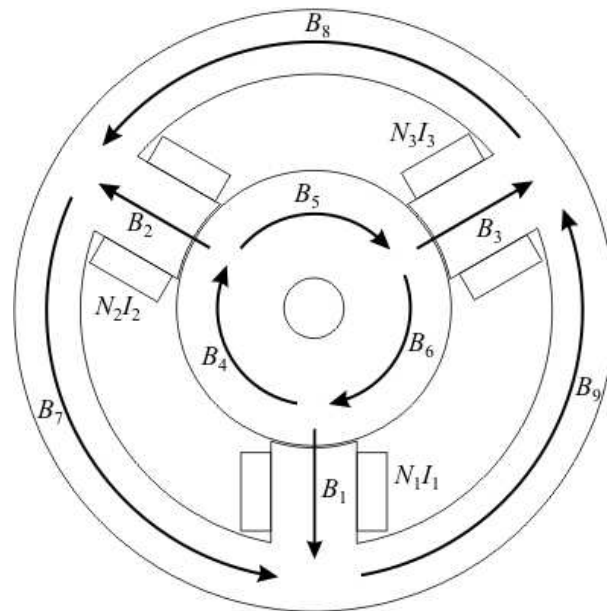
A tekercs 62 menetet tartalmaz  $0,65689 \text{ cm}^2$ -en, amiből könnyen meghatározható a vezeték sugara.

A méretek meghatározása után pedig következhet a csapágy által kifejtett erő meghatározása. A következő fejezetben ezt mutatom be.

### 3.2. Erő meghatározása

Ahogy már az előző fejezetben is említettem, a mágneses aktuátor, jelen esetben mágneses csapágy esetében meg kell határozni a létrejövő erőket. Ezt nagyon jól ismert, egyszerű módszerekkel lehet, olyanokkal mint a hurokáramok módszere és a csomóponti potenciálok módszere [8].

Első lépésként a 3.2-es ábrán látható csapágyra felírjuk az összes egymástól független hurokegyenletet. A nyilak a vastestben és a rotorban létrejövő mágneses fluxus irányát jelöli, melyet a 2.1.1-es fejezetben említett módon vettem fel, hogy pozitív legyen.



3.2. ábra. Három pólusú aktív mágneses csapágy.

A négy egymástól lineárisan független hurokegyenlet:

$$-B_2 \frac{g_2}{\mu_0} - B_2 \frac{l_2}{\mu_0 \mu_r} + B_5 \frac{l_5}{\mu_0 \mu_r} + B_3 \frac{g_3}{\mu_0} + B_3 \frac{l_3}{\mu_0 \mu_r} + B_8 \frac{l_8}{\mu_0 \mu_r} = N_2 I_2 - N_3 I_3 \quad (3.23)$$

$$-B_3 \frac{g_3}{\mu_0} - B_3 \frac{l_3}{\mu_0 \mu_r} + B_6 \frac{l_6}{\mu_0 \mu_r} + B_1 \frac{g_1}{\mu_0} + B_1 \frac{l_1}{\mu_0 \mu_r} + B_9 \frac{l_9}{\mu_0 \mu_r} = N_3 I_3 - N_1 I_1 \quad (3.24)$$

$$B_4 \frac{l_4}{\mu_0 \mu_r} + B_5 \frac{l_6}{\mu_0 \mu_r} + B_6 \frac{l_6}{\mu_0 \mu_r} = 0 \quad (3.25)$$

$$B_7 \frac{l_7}{\mu_0 \mu_r} + B_8 \frac{l_8}{\mu_0 \mu_r} + B_9 \frac{l_9}{\mu_0 \mu_r} = 0 \quad (3.26)$$

A még hiányzó egyenleteket a csomóponti potenciálok módszerével határozzuk meg, hiszem kilenc ismeretlenünk van, a kilenc mágneses fluxus, melynek meghatározáshoz kilenc egyenlet kell. A kilenc egyenletből négy az előbbi négy hurokra felírt egyenlet. Itt pedig még öt darab csomópontra írjuk fel a csomóponti potenciálokat.

$$-B_1 A_1 - B_7 A_7 + B_9 A_9 = 0 \quad (3.27)$$

$$-B_2 A_2 - B_8 A_8 + B_7 A_7 = 0 \quad (3.28)$$

$$-B_3 A_3 - B_9 A_9 + B_8 A_8 = 0 \quad (3.29)$$

$$-B_6 A_6 + B_4 A_4 + B_1 A_1 = 0 \quad (3.30)$$

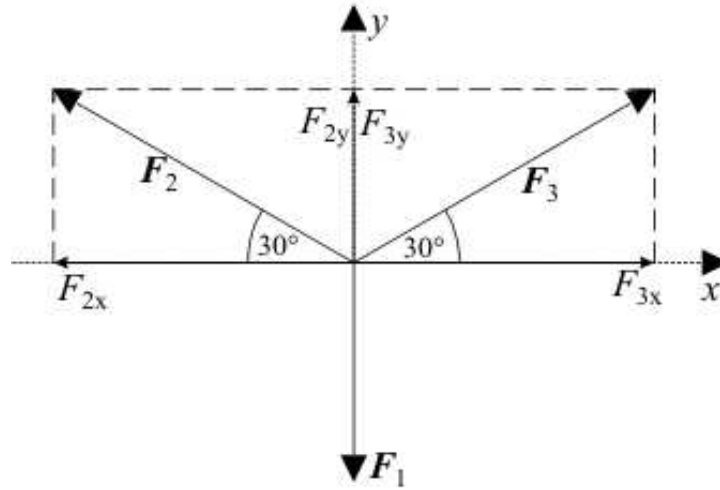
$$-B_4 A_4 + B_2 A_2 + B_5 A_5 = 0 \quad (3.31)$$

Egybe írva az előző kilenc egyenletet az  $\mathcal{R}$  impedancia és a  $\mathcal{N}$  kapcsolódási mátrix formájában:

$$\mathcal{R} = \frac{1}{\mu_0} \begin{bmatrix} 0 & -g_2 - \frac{l_2}{\mu_r} & g_3 + \frac{l_3}{\mu_r} & 0 & \frac{l_5}{\mu_r} & 0 & 0 & \frac{l_8}{\mu_r} & 0 \\ g_1 + \frac{l_1}{\mu_r} & 0 & -g_3 - \frac{l_3}{\mu_r} & 0 & 0 & \frac{l_6}{\mu_r} & 0 & 0 & \frac{l_9}{\mu_r} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{l_4}{\mu_r} & \frac{l_5}{\mu_r} & \frac{l_6}{\mu_r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{l_7}{\mu_r} & \frac{l_8}{\mu_r} & \frac{l_9}{\mu_r} \\ -A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A_7 & 0 & A_9 \\ 0 & -A_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_7 & -A_8 & 0 \\ 0 & 0 & -A_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_8 & -A_9 \\ A_1 & 0 & 0 & A_4 & 0 & -A_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & -A_4 & A_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{N} = \begin{bmatrix} 0 & N_2 & -N_3 \\ -N_1 & 0 & N_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Az  $\mathcal{R}$  impedancia mátrixból kiemeltünk  $\frac{1}{\mu_0}$ -t, mellyel nem követünk el hibát, hiszen a csomóponti potenciálokból felírt egyenleteken nem változtat a  $\mu_0$ -al való osztás.



3.3. ábra. A mágneses csapágyban létrejövő erők.

Az ismeretlen mágneses fluxusokra a következő mátrix egyenletet írhatjuk fel:

$$\underline{B} = \mathcal{R}^{-1} \mathcal{N} \underline{I}, \quad (3.34)$$

ahol  $\underline{B}$  a mágneses fluxusok értékeit tartalmazó oszlopvektor és  $\underline{I}$  az áramértékeket tartalmazó oszlopvektor, valamint  $\mathcal{R}^{-1}$  az  $\mathcal{R}$  mátrix inverze.

Ezután az  $\mathcal{A}_x$  és  $\mathcal{A}_y$  erő összegző mátrixokat írjuk fel. A 3.3-as ábrán lehet látni az elektromágnesek által létrehozott erőket. Az  $\mathbf{F}_2$ -es erőt és az  $\mathbf{F}_3$ -as erőt fel kell bontani az  $x$  és  $y$  komponenseire, hogy kezelhetővé váljon. Ezen komponensek könnyen meghatározhatók a szinusz és koszinusz szögfüggvényekkel.

$x$  irányú erőt csak a kettes és hármas pólus hoz létre. Ezeket a  $\mathcal{A}_x$  mátrix megfelelő helyeire kell beírni előjelhelyesen, azaz például a kettes pólus által létrehozott  $F_{x2}$  erőt a második sok második oszlopába.

$$\mathcal{A}_x = \frac{1}{2\mu_0} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -A_2 \cos(30^\circ) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \cos(30^\circ) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Az  $\mathcal{A}_y$  mátrixnál az előzőekben leírtakat kell csinálni, csak itt az  $y$  irányú erőkre.

$$\mathcal{A}_y = \frac{1}{2\mu_0} \begin{bmatrix} -A_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 \sin(30^\circ) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \sin(30^\circ) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A mátrixban szereplő mennyiségek és a mátrix elé szorzóként kiemelt  $\frac{1}{2\mu_0}$  a (2.12)-es egyenletből következik, mert az erők képlete mátrix alakban a következő:

$$f_x = \underline{B}^T \mathcal{A}_x \underline{B}, \quad (3.37)$$

$$f_y = \underline{B}^T \mathcal{A}_y \underline{B}, \quad (3.38)$$

ahol  $\underline{B}^T$  a  $\underline{B}$  mátrix transzponáltját jelenti, és  $f_x, f_y$  pedig egy-egy skalár szám.

Ezekután meghatározzuk az összefüggéseket a légrés változása és a rotor pozíciója között. Ezt úgy a legegyszerűbb meghatározni hogy kimozdítjuk a rotort valamilyen irányba, majd megnézzük hogyan változott meg a légrés a középponti állapotban lévő rotor  $g_0$  légréséhez képest.

$$g_1 = g_0 + y, \quad (3.39)$$

$$g_2 = g_0 + \cos(30^\circ)x - \sin(30^\circ)y, \quad (3.40)$$

$$g_3 = g_0 - \cos(30^\circ)x - \sin(30^\circ)y. \quad (3.41)$$

Az előzőleg felírt mátrixokban elvégezzük a további lehetséges egyszerűsítéseket. Ilyenek az egyes részeknél lévő keresztmetszetek felületeinek egyenlősége, mint az pólusok felülete  $A_1 = A_2 = A_3 = A_I$ , a rotor keresztmetszetének felülete  $A_4 = A_5 = A_6 = A_{II}$  és az állórész keresztmetszetének felülete  $A_7 = A_8 = A_9 = A_{III}$ . Ezen felül a tekercsek menetszámai is azonosak  $N_1 = N_2 = N_3 = N$ . Az egyes részek hosszai is megegyeznek, mint a pólusok  $l_1 = l_2 = l_3 = l_I$ , a rotor  $l_4 = l_5 = l_6 = l_{II}$  és a tekercs  $l_7 = l_8 = l_9 = l_{III}$  hosszai. Azonban ezeknek az egyenlőségeknek nem feltétlenül kell megfelelnie egy mágneses csapágnak. Lehet olyat is tervezni ahol nem egyenlőek pl. a tekercsek menetszámai, de a mi esetünkben ezek az egyenlőségek teljesülnek az egyes paraméterekre.

Az  $\mathcal{R}$  impedancia mátrix érzékenységet a rotor elmozdulására könnyen ki lehet számolni az  $x$  és  $y$  szerinti deriváltjával.

$$\frac{\partial \mathcal{R}}{\partial x} = \frac{\sqrt{3}}{2\mu_0} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}}{\partial y} = \frac{1}{\mu_0} \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Mivel a tekercsek menetszámai megegyeznek, ezért a  $\mathcal{N}$  csatolási mátrixból kiemelhető az  $N$  menetszám.

$$\mathcal{N} = N \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Az  $\mathcal{A}_x$  és  $\mathcal{A}_y$  erő összegző mátrixokat is lehet egyszerűsíteni. Kiemelünk belőle  $A_I$ -et és a szinusz, koszinusz műveletek eredményeit is ( $\cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  és  $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$ ), hiszen vagy csak koszinuszos, vagy csak szinuszos tag szerepel az egyes mátrixokban.

$$\mathcal{A}_x = \frac{A_I \sqrt{3}}{4\mu_0} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{A}_y = \frac{A_I}{4\mu_0} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Az  $\underline{I}$  tekercsáramokat felírhatjuk a következő formába:

$$\underline{I} = \mathcal{C} \hat{\underline{I}} = \mathcal{C} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_b \end{bmatrix}$$

ahol  $I_b$  a működtető áram, az  $i_{px}$  az  $x$ -irányú elmozdulást, az  $i_{py}$  pedig az  $y$ -irányú elmozdulást vezérlő áram. A  $\mathcal{C}$  mátrix az áramválasztó mátrix, ami a következőképpen néz ki

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \cos(30^\circ) & -\sin(30^\circ) & 1 \\ -\cos(30^\circ) & -\sin(30^\circ) & -1 \end{bmatrix}$$

mely egyértelműen következik az  $\mathcal{A}_x$  és  $\mathcal{A}_y$  mátrixokból.

Az erők képletei a (3.34)-es egyenletet behelyettesítve a (3.37)-es és (3.38)-as egyenletbe a következők lesznek

$$f_x = \underline{I}^T \mathcal{N}^T \mathcal{R}^{-T} \mathcal{A}_x \mathcal{R}^{-1} \mathcal{N} \underline{I}, \quad (3.49)$$

$$f_y = \underline{I}^T \mathcal{N}^T \mathcal{R}^{-T} \mathcal{A}_y \mathcal{R}^{-1} \mathcal{N} \underline{I}. \quad (3.50)$$

Ezekből az összefüggésekből az erők már könnyen kiszámolhatók, ha beírjuk a mágneses csapágy megfelelő méreteit, mert csak az erők az ismeretlenek az összefüggésekben. Azonban arra figyelni kell, hogy az áram és az erő kapcsolata nemlineáris, ami különösen igaz a három pólusú mágneses csapágyra.

A (3.1)-es és (3.2)-es részben bemutatott lépések nagyon könnyen és gyorsan implementálhatók például MATLAB-ban [9], így akár iteratív módon vagy valamilyen optimalizálási eljárással is lehet a csapágy tervezését végezni. Azonban a képletekben sok egyszerűsítés, kerekítés van, ezért nem árt az így kapott eredményeket valamilyen numerikus módszerrel ellenőrizni.

A következő részben a mágneses csapágy numerikus tervezésének egyik lehetséges módját mutatom be.

### 3.3. A mágneses csapágy numerikus tervezése

A dolgozatban mint numerikus módszert a végeselem-módszert [4–6] használom a tervezéshez. A végeselem-módszer napjaink egyik, ha nem a legnépszerűbb és leggyakrabban használt numerikus módszere a mérnöki tervezésben. A végeselem-módszert nagyon sokféleképpen lehet használni a tervezés segítésére. Az egyik ilyen módszer, amit én is használtam a geometria változtatása, majd mindegy egyes geometriaváltozat szimulációja.

Azonban magában a végeselemes szimuláció nagyon hosszú lenne. Hiszen nem tudható hogy a geometria milyen méretek mellett lesz megfelelő, hol lesz az emelő erő a kívánt értéken. Ezért előtte az előbb bemutatott analitikus képletekkel meghatároztam a méretek változásának egy tartományt, melyen belül változik a geometria. Ezzel leszűkítettem a geometria paramétereit egy bizonyos tartományra, így maga a szimuláció

3.2. táblázat. Változó paraméterek és változási tartományuk.

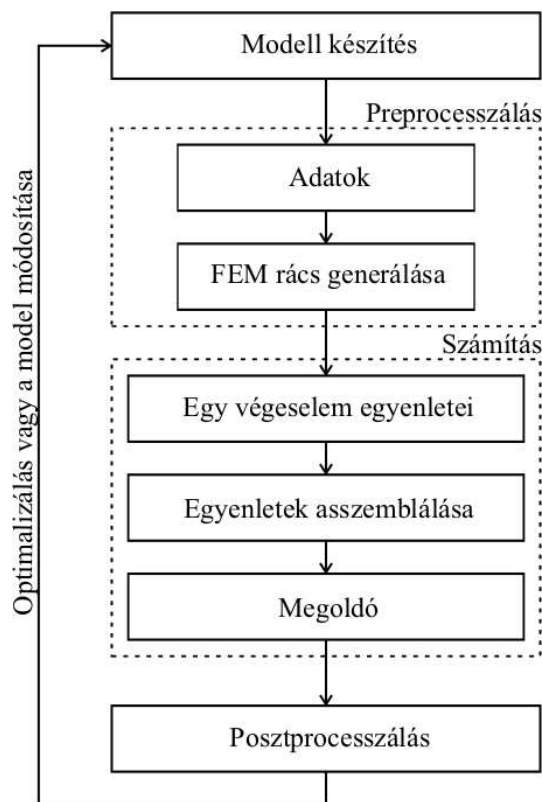
Adat	Paraméter	Analitikusan kapott értékek	Méretváltozási tartomány
Állórész külső sugara	$r_s$ [mm]	82,41	65 - 85
Állórész belső sugara	$r_c$ [mm]	63,84	52 - 65
Tengely sugara	$r_j$ [mm]	26,06	20 - 37
Pólus szélessége	$w$ [mm]	18,56	10 - 26
Pólus hossza	$l_c$ [mm]	17,70	15 - 25
Csapágy tengelyirányú hossza	$l$ [mm]	52,19	30 - 60

gyorsabb lett. Az így kapott eredményekből pedig már könnyedén megtalálható a legjobb paraméterekkel, geometriai méretekkel rendelkező geometria vagy geometriák.

A numerikus szimulációnál a (3.1)-es részben kiszámolt értékeket használtam fel annak meghatározásához hogy a geometria milyen méretek között mozogjon. Ezek az értéke a 3.2-es táblázatban láthatók.

A 3.4-es ábrán a végelem módszer főbb lépéseit lehet látni. Pontokba szedve erre a feladatra bemutatom ezen főbb lépéseket. Magát a végeleemes modellt a MATLAB-ban script formájában a COMSOL parancsaival valósítottam meg [9, 10].

- A legelső lépés a modell meghatározása, melyet szimulálni szeretnénk. Ebben a



3.4. ábra. A végeleemes szimuláció lépései.

lépésben meg kell határozni milyen, vagy melyik parciális differenciálegyenleteket használjunk, milyen peremfeltételek, folytonossági feltételek kellene a modell minél jobb közelítést adó szimulációjához. Azt is meg kell mondani ebben a lépésben hogy milyen a feladat, például örvényáramú vagy stacionárius. Ezen felül milyen az anyagok karakterisztikája, azaz a feladat lineáris, vagy nemlineáris. Miután kiválasztottuk a potenciálokat, a potenciálhoz tartozó parciális differenciálegyenletek gyenge alakját ki kell dolgozni. Ez függ a feladattól is természetesen, de ha a feladat választott matematikai modellje megfelelő a számított elektromágneses mennyiségek közelítése megfelelően pontos értékeket adnak. A feladat geometriáját valamilyen CAD (Computer Aided Design) szoftver segítségével építhetjük meg. A mi esetünkben ebben a lépésben történik a geometria változtatása mindegy egyes ciklusban. A változó geometriánál a 3.1-es ábrán látható méretek közül az  $r_s$  állórész külső ármérője, az  $r_c$  állórész belső sugara, az  $r_j$  tengely sugara, a  $g_0$  légrés, a  $w$  pólus szélessége és a  $r_p$  pólus hossza és az  $l_s$  állórész tengelyirányú hossza. Minden ciklusban egyszerre csak egyféle paraméter változik adott tartományom belül [5].

- A következő lépés a preprocesszálás munkafolyamat. Itt meg kell adni a különböző paraméterek értékeit, olyanokat mint az anyagi tulajdonságok, azaz konstitúciós relációk, a gerjesztő jelet és további hasonló paramétereket. Itt lehet még a geometriát egyszerűsíteni, ha szükséges, amennyiben az szimmetrikus vagy tengelyszimmetrikus a feladat. Ennél a feladatnál a megváltoztatott geometria egyes tartományaira újradefiniálódnak az oda vonatkozó konstansok. Majd rácsot generál a geometriára. Egy ilyen végeleemes rácsot lehet látni a 4.3-ös ábrán [5].
- A következő lépés a végelelem szimulációban a feladat megoldása. A végelelem-módszer egyenleteit, melyek a gyenge alakon alapulnak, fel kell építeni egy végelelemre, majd ezeket az egyenleteket össze kell asszemblálni a végeleemes rácson keresztül. Az asszemblálás azt jelenti hogy az egyenletek teljes rendszerét felépítjük, aminek a megoldása a bevezetett potenciáloknak közelítése. A megkapott algebrai egyenletek teljes rendszere lineáris, függ az anyagtól amit vizsgálunk. Az egyenletek teljes rendszerét pedig meg kell oldani valamilyen megoldóval. A számítás tartalmazhat iterációt is [5].
- A végelelem-módszerben mindegyik elektromágneses mennyiséget (például mágneses tér, mágneses fluxus stb.) a potenciálokból közvetlenül lehet kiszámítani. Veszteség, indukció, energia, erő és más mennyiségeket közvetve. Tehát ebben a lépésben történik az  $\mathbf{F}_x$  és  $\mathbf{F}_y$  erők kiszámítása. Majd pedig ahogy a nyíl is mutatja kezdődik az egész előlről, a geometria újabb módosításával [5].

### 3.3.1. Mágneses csapágy végeleemes modellje

A mágneses csapágy szimulációja az egyszerűsítésekkel úgy történik mint a villamos forgógépeké. A mágneses csapágyat kétdimenziós feladatként lehet kezelni, ha a csapágy végeinél a mágneses tér hatását elhanyagoljuk és a csapágy minden keresztmetszetében azonos tér alakul ki. Ezen felül a mágneses csapágy alacsonyfrekvenciás feladat, ezért a  $\partial \mathbf{D} / \partial t$  eltolási áramsűrűséget elhanyagolom. Továbbá az örvényáramokat se veszem figyelembe, mert mind a tengely, mind az állórész lemezelt, így nem követünk el nagy hibát az elhanyagolással [5].

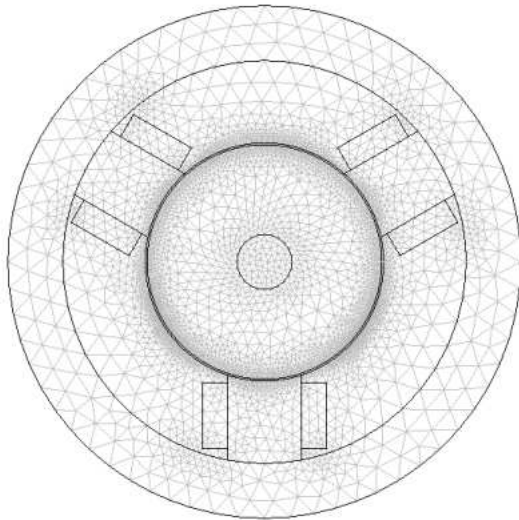


Tehát a mágneses csapágy végeleemes modellje egy kétdimenziós magnetosztatika feladat. A parciális differenciálegyenlete, mely a (2.1)-es Maxwell-egyenletekből nagyon egyszerűen levezethető és a hozzá tartozó peremfeltétel a feladatnak [4-6]:

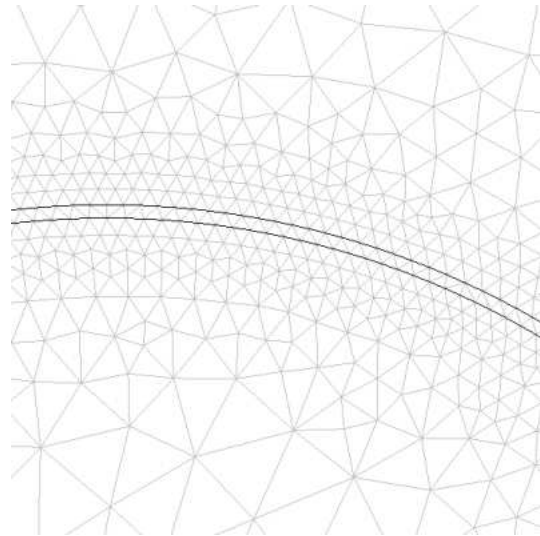
$$\nabla \times (\nu \nabla \times \vec{A}) = \vec{J} \quad \text{a teljes tartományon,} \quad (3.51)$$

$$\vec{n} \times \vec{A} = \vec{0} \quad \text{a feladat külső peremén.} \quad (3.52)$$

Az  $\vec{A}$  a mágneses vektorpotenciál,  $\nabla$  a Hamilton-operátor (nabla-operátor),  $\nu$  a reliktitivitás ( $\nu = 1/\mu$ ),  $\vec{J}$  a forrásáramsűrűség, az  $\vec{n}$  pedig a külső felület kifelé mutató normálvektora.

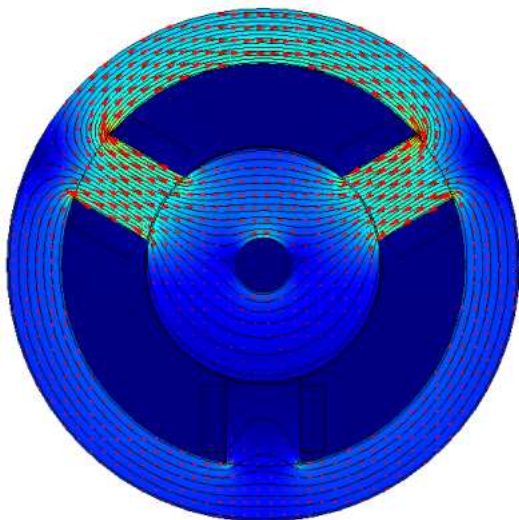


(a) A teljes feladat végeleemes rácsa.

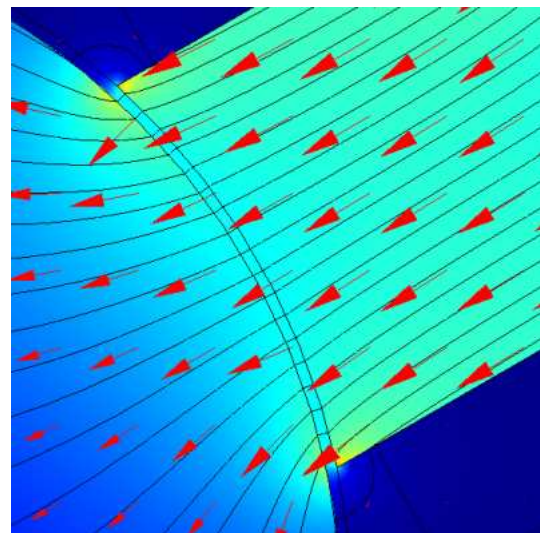


(b) A légrés végeleemes rácsa.

3.5. ábra. A radiális mágneses csapágy végeleemes rácsa.



(a) A mágneses vektorpotenciál és fluxus a csapágyban.



(b) A légrésnél léterjövő mágneses fluxus és vektorpotenciál.

3.6. ábra. A mágneses vektorpotenciál és a mágneses fluxussűrűség a teljes feladatban.

A 3.5-es ábrán a feladat végelemes rácsát lehet látni, továbbá a légrés rácsát kinagyítva. Ez a rács 9766 elemből áll és az ismeretlenek száma 19597. Ezen a rácson történt a változó geometria szimulációja.

A 3.6-es ábrán pedig a végelemes szimulációval kapott eredményt lehet látni. A piros nyilak a normalizált mágneses fluxus vektorokat mutatják, a teljes felületen a mágneses fluxussűrűséget lehet látni, a fekete vonalak pedig a mágneses vektorpotenciált jelölik. A 3.6(b) ábrán pedig a hármás pólusnál létrejövő mágneses fluxust és vektopotenciált lehet látni.

A tengelyre ható erőt a Maxwell-feszültségtenzor módszer segítségével számoltam ki. Ezek közül az egyik a Maxwell-feszültségtenzor módszer a nyomaték számítására. Ez a leggyakrabban használt erő és nyomaték számítási eljárás az villamos berendezések numerikus analizisében. A Maxwell-feszültségtenzorral kétdimenzióban egy vonalra vett integrálással lehet kiszámítani az erőt. A képlete a (2.11)-es összefüggés.

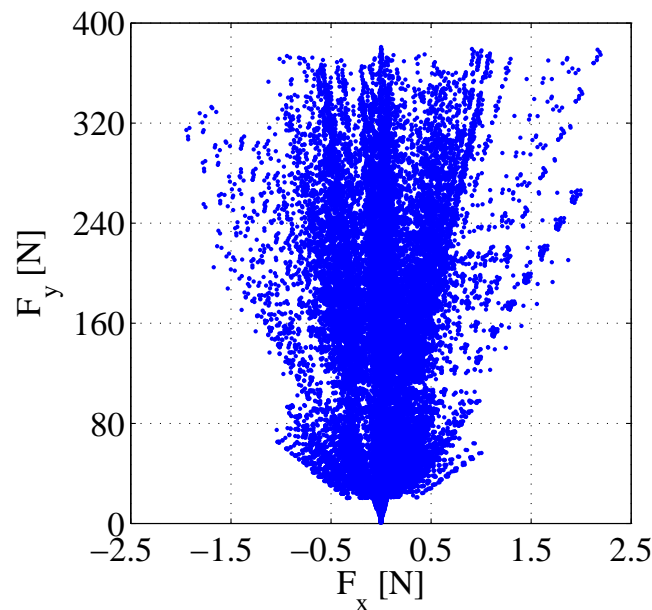
## 4. fejezet

# Eredmények

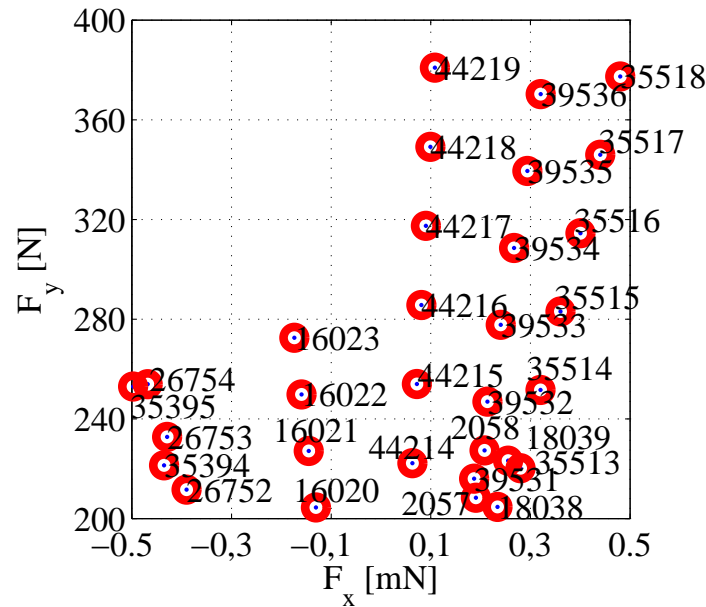
Ebben a fejezetben a numerikusan és analitikusan kiszámított eredményeket hasonlítom össze és a legjobbnak ítélt geometriát mutatom be. A szimulációknál a működtető áram  $I_b = 5$  A, mellyel csak a kettes és hármas pólusokon lévő tekercset gerjesztettem. Így könnyedén megkaphatom a működtető áramnál létrejövő maximális emelőerőt.

Az összehasonlításban az analitikusan kiszámított eredményeket is bemutatom, melyből jól lehet látni hogy a pontos tervezéshez nem elég csak azt alkalmazni. Mint már az előzőekben említettem, az elhanyagolások, egyszerűsítések miatt nem ad kellően pontos eredményt. Ahhoz viszont hogy az analitikus számítások is kellően pontos eredményeket adjon, nagyon bonyolult egyszerűsítések nélküli képleteket kéne használni, amely elvesztené a numerikus szimulációval szembeni fő előnyeit, mint egyszerűség és gyors megvalósíthatóság. Ezért a legegyszerűbb módszert az analitikus és numerikus módszer összekapcsolása.

A 4.1-es ábrán a különböző geometriaméretre tartozó  $F_x - F_y$  erőpár látható. Ebben az esetben 48466 erőpárt jelent, vagyis ennyiféle geometria közül kell kiválasztani



4.1. ábra. Az összes geometriaváltozatra kiszámított  $F_x - F_y$  erőpár.



4.2. ábra. A megfelelőnek ítélt geometriák erőpárja.

a megfelelőket. Azonban jól lehet látni hogy az erőpárok közül elég sok nem felel meg az elvárásoknak, hiszen vagy az  $F_x$  erő túl nagy vagy az  $F_y$  erő kicsi. Így elsöre nagyon sok megoldást kilehet zárni. A feltételek ami alapján kiválasztottam a megfelelőnek tűnő erőpárokat  $-0,5\text{mN} \leq F_x \leq 0,5\text{mN}$  és  $F_y \geq 200\text{N}$ .

Ezeknek a feltételeknek megfelelő erőpárok láthatók a 4.2-as ábrán. Az ábrán a számok az erőpár számát jelölik. Jól lehet látni hogy vannak számsorok is, mint például a 44214 ... 44219, ami ugyanazt a geometriát takarja, csak valamelyik paraméterben van eltérés, mely eltérés az  $y$ -irányú erő nagymértékű növekedését eredményezte. Azonban azt is jól lehet látni az  $y$  irányú erővel együtt az  $x$ -irányú erő is nő.

A 4.1-es táblázatban összegyűjtöttem a 4.2-as ábrán látható pontoknál lévő erők pontos értékeit és a hozzájuk tartozó geometriai méreteket. Ezek a méretek az  $r_s$  állórész külső sugár, az  $r_c$  állórész belső sugara, a  $w$  pólus szélesség, az  $l_c$  pólushossz, az  $r_j$  tengely sugár és az  $l$  tengelyirányú hossz. Az első oszlopban a pontok számát lehet látni, utána a hozzá tartozó  $x$ - és  $y$ -irányú erőket, majd a geometria változó paramétereinek az egyes pontoknál lévő pontos értékeit. A geometriai méreteknél észrevehető, hogy például egy-egy pólus szélességnél vagy állórész sugárnál lettek megfelelőek az erők. Ezen felüle a legkisebb  $x$ -irányú erők legnagyobb külső sugárral rendelkező csapágy esetében jöttek létre.

A következő táblázatban, a 4.2-es táblázatban a numerikus kiszámított értékeket hasonlítottam össze az analitikus eredményekkel. Az első oszlopban megint az egyes pontok számait lehet látni, az utána lévő két oszlopban a numerikus eredményeket, utána pedig a (3.2)-es részben bemutatott módon kiszámolt értékeket. Az analitikus és a numerikus megoldás értékei közelítőleg megegyeznek egymással, azonban észre lehet venni, hogy a legjobb egyezés a kis tengelyirányú keresztmetszetekre adta az analitikus megoldás. Ezen felül még egy probléma az analitikus megoldásnál, hogy az  $F_x$  erő az analitikus megoldásnál nullára jött ki mindig. Ez önmagában nem hiba, hiszem az analitikus közelítést úgy csináltuk meg hogy a tengely nem mozdul el egyik irányba se, azaz

4.1. táblázat. A feltételeknek megfelelő csapágy geometriák paraméterei.

Erőpár száma	$\mathbf{F}_y$ [N]	$\mathbf{F}_x$ [mN]	$r_s$ [mm]	$r_c$ [mm]	$w$ [mm]	$l_c$ [mm]	$r_j$ [mm]	$l$ [mm]
2057	208,3757	0,19067	65	57	16	22	34,5	55
2058	227,3190	0,20800	65	57	16	22	34,5	60
16020	204,4097	-0,13044	68	57	19	23,5	36	45
16021	227,1218	-0,14493	68	57	19	23,5	36	50
16022	249,8340	-0,15942	68	57	19	23,5	36	55
16023	272,5462	-0,17392	68	57	19	23,5	36	60
18038	204,6467	0,23397	69	55	15	19,5	32	55
18039	223,2509	0,25524	69	55	15	19,5	32	60
26752	211,5689	-0,39033	71	54	17	19,5	32	50
26753	232,7258	-0,42936	71	54	17	19,5	32	55
26754	253,8827	-0,46840	71	54	17	19,5	32	60
35394	221,3470	-0,43522	73	52	26	19,5	32	35
35395	252,9680	-0,49740	73	52	26	19,5	32	40
35513	220,1664	0,28013	73	53	26	19,5	32	35
35514	251,6187	0,32015	73	53	26	19,5	32	40
35515	283,0711	0,36017	73	53	26	19,5	32	45
35516	314,5234	0,40019	73	53	26	19,5	32	50
35517	345,9758	0,44021	73	53	26	19,5	32	55
35518	377,4281	0,48023	73	53	26	19,5	32	60
39531	216,0329	0,18700	73	57	26	21	33,5	35
39532	246,8947	0,21372	73	57	26	21	33,5	40
39533	277,7565	0,24043	73	57	26	21	33,5	45
39534	308,6184	0,26715	73	57	26	21	33,5	50
39535	339,4802	0,29386	73	57	26	21	33,5	55
39536	370,3421	0,32058	73	57	26	21	33,5	60
44214	222,2252	0,06314	75	52	26	19,5	32	35
44215	253,9717	0,07216	75	52	26	19,5	32	40
44216	285,7182	0,08118	75	52	26	19,5	32	45
44217	317,4646	0,09020	75	52	26	19,5	32	50
44218	349,2111	0,09922	75	52	26	19,5	32	55
44219	380,9576	0,10824	75	52	26	19,5	32	60

elméletileg  $\mathbf{F}_x$  erőnek tényleg nullának kéne lennie. Ennél az erőnél mutatkozik meg a numerikus és analitikus eredmények között a fő különbség. Mert az analitikusnál az idealizált állapot jött ki, hogy nincs  $x$ -irányú erő, amíg a numerikusnál ez már nem teljesült, mert sokkal közelebb áll a valóságos megoldáshoz mint az analitikus. A valóságban mindig van valamilyen mértékben  $x$ -irányú erő, hiszen ha nem lenne, akkor lehetne olyan csapágyat tervezni, melyhez nem szükségesek az  $i_{px}$  és  $i_{py}$  szabályozó áramok.

A különböző geometriák közül a 44215 számot választottam, mert ott jön létre 250 N körüli emelőerő a legkisebb  $\mathbf{F}_x$  erő mellett.

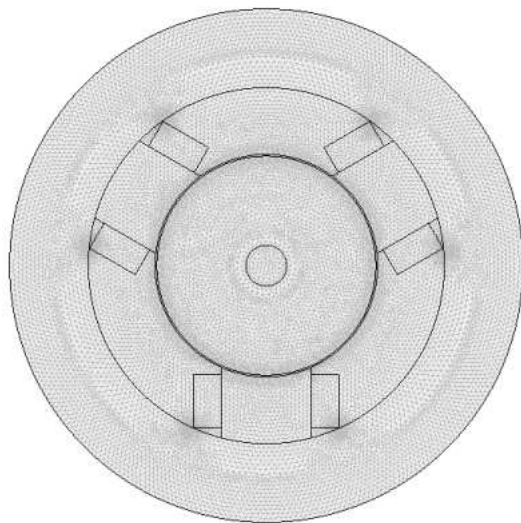
Azért fontos a minél kisebb  $x$ -irányú erő ebben az esetben, mert a tengely a valóságos

4.2. táblázat. Az analitikus és a numerikus eredmények összehasonlítása.

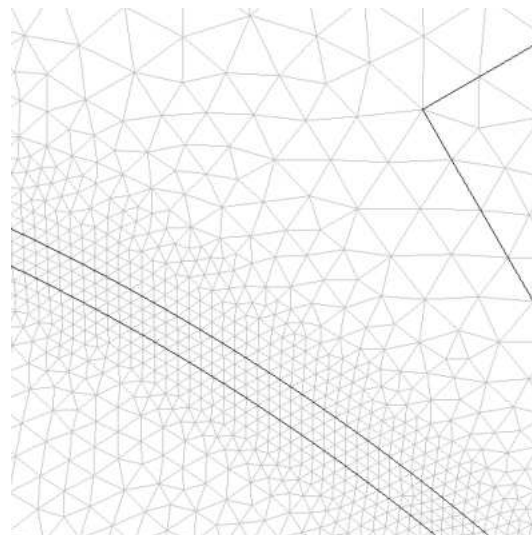
Erőpár száma	Numerikus	Numerikus	Analitikus	Analitikus
	$F_y$ [N]	$F_x$ [mN]	$F_y$ [N]	$F_x$ [mN]
2057	208,3757	0,19067	204,570	0
2058	227,3190	0,20800	220,579	0
16020	204,4097	-0,13044	204,092	0
16021	227,1218	-0,14493	224,180	0
16022	249,8340	-0,15942	243,800	0
16023	272,5462	-0,17392	262,973	0
18038	204,6467	0,23397	196,111	0
18039	223,2509	0,25524	211,860	0
26752	211,5689	-0,39033	204,020	0
26753	232,7258	-0,42936	222,220	0
26754	253,8827	-0,46840	240,062	0
35394	221,3470	-0,43522	223,042	0
35395	252,9680	-0,49740	252,070	0
35513	220,1664	0,28013	222,834	0
35514	251,6187	0,32015	251,799	0
35515	283,0711	0,36017	280,114	0
35516	314,5234	0,40019	307,786	0
35517	345,9758	0,44021	334,830	0
35518	377,4281	0,48023	361,262	0
39531	216,0329	0,18700	221,745	0
39532	246,8947	0,21372	250,4156	0
39533	277,7565	0,24043	278,393	0
39534	308,6184	0,26715	305,697	0
39535	339,4802	0,29386	332,346	0
39536	370,3421	0,32058	358,355	0
44214	222,2252	0,06314	223,390	0
44215	253,9717	0,07216	252,530	0
44216	285,7182	0,08118	281,044	0
44217	317,4646	0,09020	308,890	0
44218	349,2111	0,09922	336,162	0
44219	380,9576	0,10824	362,820	0

helyzetben a dinamikai mozgásaiból adódóan létrejövő erőket is elég nehéz megfelelően szabályozni, és mivel ez az az állapot ahol elméletileg nem szükséges szabályozó áram, mert nyugalomban van a tengely. Azonban ahogy látni lehet a numerikus eredményekből ez nem teljesül, valamilyen kis erő létrejön, mely hozzáadódva a dinamikai mozgából adódó erőkhöz szabályozási instabilitásokat okozhat.

A kiválasztott (44215) csapágó geometriát a végeelemes ráccsal a 4.3-as ábrán lehet látni. A végeelem-módszernél a rács sűrítésével pontosabb megoldást kaphatunk, bár egy bizonyos rácssűrűség fölött már nem eredményez annyival pontosabb közelítő

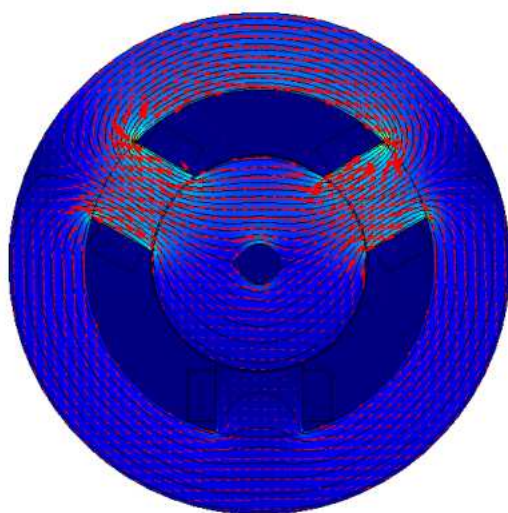


(a) A teljes feladat végeleemes rácsa.

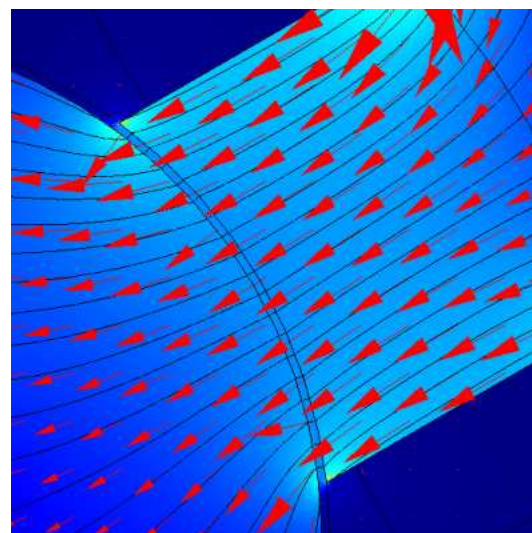


(b) A légrés sűrített végeleemes rácsa.

4.3. ábra. Az összehasonlításhoz használt végeleemes rácsa.



(a) A mágneses vektorpotenciál és fluxus a csapágyban.



(b) A mágneses fluxusvektorok a légrésnél és a pólusban.

4.4. ábra. A kiválasztott mágneses csapágy geometriájában létrejövő mágneses fluxus.

megoldást amennyivel a számítási igény és idő megnőtt. A 4.3(a)-es ábrán a sűrített rácsot lehet látni, mellyel a megfelelőnek ítélt csapágygeometriákat újra szimuláltam. Azonban a légrésben a sűrűbb rács ellenére se lett több rácselem. A légrésben lévő végeleemes háló ugyanolyan lett mint a 3.5(b) ábrán. Ezért ott sűrítettem a rácson, ahogy a 4.3(b) ábrán látni lehet. Így a rácselemek száma 62558-ra nőtt, az ismeretlenek száma pedig 115433 lett.

A 4.4-es ábrán a kiválasztott mágneses csapágy szimulációjának eredményeit lehet látni. A 4.4(a) ábrán a teljes csapágyben létrejövő mágneses fluxus eloszlást, fekete vonalakkal a mágneses vektorpotenciált és piros nyilakkal a mágneses fluxus vektorokat. A mellette lévő ábrán (4.4(b)) a harmadik pólusban és a légrésnél, a légrés körül kialakuló előbb említett térváltozókat lehet látni kinagyítva.

4.3. táblázat. A kiválasztott aktív mágneses csapágy adatai.

Adat	Paraméter	Méret
Állorész külső sugara	$r_s$ [mm]	75
Állorész belső sugara	$r_c$ [mm]	52
Tengely sugara	$r_j$ [mm]	26
Pólus szélessége	$w$ [mm]	19,5
Pólus hossza	$l_c$ [mm]	32
Csapágy tengelyirányú hossza	$l$ [mm]	40
Rotor tengely sugara	$r_r$ [mm]	7,5
Légrés	$g_0$ [mm]	0,5
Maximális erő	$F_{max}$ [N]	830
Erő négyzetes középértéke	$F_{RMS}$ [N]	255
Pólusok száma	$n_p$	3
Tekercs menetszáma	$N$	65

Legvégül pedig a 4.3-as táblázatban a megtervezett radiális aktív mágneses csapágy geometriai méreteit lehet látni. A csapágy  $F_{RMS}$  erője azért 255 N, mivel a sűrűbb légrésben lévő rács miatt pontosabb eredményt kaptam. Az  $F_{max}$  maximális erőt pedig  $I_b = 9$  A működtető áram mellett számoltam ki. A többi érték pedig vagy a kiválasztott csapágy mérete, vagy egy előre rögzített méret, mint például a légrés mérete.



## 5. fejezet

# Összefoglalás

A dolgozatban az aktívan vezérelt mágneses csapágy analitikus és numerikus tervezésének fő lépését, a geometria tervezését mutattam be. A legfőbb cél egy olyan csapágygeometria megtervezése, amely megépítve egy működőképes, olcsó, jól szabályozható konstrukció legyen. A dolgozatban bemutatom az analitikus tervezés lépéseit, képleteit és egy-egy magyarázatot a képletekhez és a képletekben szereplő állandókhoz. Majd mint numerikus tervezés, a végeselem-módszer lépéseit mutatom be röviden, néhány mondatban. A dolgozatban a szimulációt COMSOL Multiphysics és a MATLAB szoftverekkel végeztem el.

Az eredményeknél pedig lehet látni, hogy milyen eltérés van az analitikus és a numerikus megoldás között. Az  $y$ -irányú erőknél nincs olyan nagy eltérés, azonban az  $x$ -irányú erők az analitikus megoldásnál nullák lesznek. Ez, az analitikus megoldás képleteinél történt egyszerűsítésből ered. Azonban az analitikus megoldás is fontos, hiszen általa kaphatunk egy körülbelüli közelítést, melyet tovább lehet pontosítani a numerikus megoldással. A dolgozatban szereplő numerikus szimulációkat is megelőzte egy analitikus számítás a változtatható geometria mérettartományainak meghatározásához. Tehát külön-külön is lehet használni a kétféle tervezési módszert, azonban a legjobb a kettőt összekapcsolva alkalmazni. Az analitikus magában csak egy elég durva közelítést ad, a numerikus szintén magában nagyon sok időt venne igénybe, a kettőt összekapcsolva viszont kellően pontos eredményt kapunk és a szimulációs idő is lecsökken.

A jövőben az itt bemutatott különálló részeket, mint az analitikus és numerikus részt szeretném összekapcsolni, és egy komplex mágneses csapágy tervező programot létrehozni, melynél csak adott paramétereket, kezdeti értékeket kell megadni, a többi pedig a program végigszámolja. Ezen felül szeretném a mágneses csapágy szabályozását megvalósítani, és a csapágy dinamikus modellje helyett a szabályozási körben a megtervezett végeselemes modell szerepelne. Majd a tervezett csapágyat megépíteni és a valós csapágy szabályozási körét összehasonlítani a végeselemes modell szabályozási körével. Mennyire tér el a valóságtól a végeselemes modell.

# Irodalomjegyzék

- [1] Schwitzer G., Maslen E. D. (Eds.), *Magnetic Bearings - Theory, Design, and Application to Rotating Machinery*, Springer, Berlin, 2009.
- [2] Chen S. L., Hsu C. T., Optimal Design of a Three-Pole Active Magnetic Bearing, *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 38, pp. 3458-3466, 2002.
- [3] Maslen E., *Magnetic Bearings, Előadás jegyzet*, Virginia, 2000.
- [4] Kuczmann M., Iványi A., *The Finite Element Method in Magnetism*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 2008.
- [5] Marcsa D., *Induction Motors Simulation by Finite Element Method and Different Potential Formulation with Motion Voltage Term*, BSc Diplomadolgozat, Győr, 2008.
- [6] Polajžer B., *Design and Analysis of an Active Magnetic Bearing Experimental System*, Doktori Disszertáció, Maribor, 2002.
- [7] Matsuda K., Kanemitsu Y., Kijimoto S., Optimal Number of Stator Poles for Compact Active Radial Magnetic Bearings, *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 43, pp. 3420-3427, 2007.
- [8] Fodor Gy., *Villamoságtan I. - Villamos hálózatok*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.
- [9] [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com)
- [10] [www.comsol.com](http://www.comsol.com)

# A. Függlék

## Mágneses csapágy méretezése

```
clear;  
clc;
```

### Specifications

```
rr = 18/1000;           % Rotor shaft radius [m]  
Fmax = 600;            % Peak load capacity [N]  
Frms = 250;           % RMS load capacity [N]  
dfdt = 5e6;           % Maximum slew rate [N/s]  
g0 = 0.5/1000;        % Air gap [m]  
Bsat = 1.4;           % Saturation value of the DC01 magnetic material [T]  
gamma = 1;            % Journal aspect ratio  
np = 3;                % Number of poles  
mu0 = 4*pi*1e-7;      % Permeability of vacuum [Vs/Am]  
sigma = 0.27;         % Coil control constant  
fs = 1;                % Flux splitting  
fc = 0.5;             % Copper factor  
Jrms = 600000;        % RMS coil current density [A/m^2]  
eta = 4;              % Coil interconnection constant  
Imax = 9;             % Peak current [A]
```

### Journal sizing

```
Ag = (Fmax*2*mu0)/(sigma*np*Bsat^2);           % Gap area [m^2]  
jar = [fs,rr,-Ag/(2*gamma)];  
Om = roots(jar);  
w = max(Om);                                   % Leg width [m]  
l = Ag/w;                                       % Axial length [m]  
rj = rr+w;                                      % Journal radius
```

### Bias point selection

```
Flin = Frms;  
beta = sqrt((Flin*sigma)/Fmax);                % Biasing ratio
```

## Coil design

```

rp = rj+g0; % Pole radius [m]
tc = rp*tan(pi/np)-(w/2);
Ac = beta/(fc*Jrms)*(Bsat*g0)/mu0*...
    sqrt(1 +((Frms*sigma)/(beta*Fmax))^2); % Coil area [m^2]
rc = sqrt(((Ac/tc)+rp)^2+((w/2)+tc)^2); % Inner radius [m]
lc = sqrt(rc^2-((w/2)+tc)^2)-rp; % Coil length [m]
lp = rc-rp; % Pole length [m]
rs = rc+fs*w; % Stator Outer Radius [m]
ls = l+2*tc; % Stator axial length [m]

```

## Amplifier sizing

```

VAmax = dfdt*(eta*g0)/(beta*np); % Amplifier capacity [VA]
N = (Bsat*g0)/(mu0*Imax); % Coil winding number

```

## Results

```

disp(['Gap Area [Ag] = ' num2str(Ag*1000) ' cm^2']);
disp(['Leg Width [w] = ' num2str(w*100) ' cm']);
disp(['Axial Length [l] = ' num2str(l*100) ' cm']);
disp(['Journal radius [rj] = ' num2str(rj*100) ' cm']);
disp(['Biasing ratio [beta] = ' num2str(beta)]);
disp(['Coil Area [Ac] = ' num2str(Ac*1000) ' cm^2']);
disp(['Inner Radius [rc] = ' num2str(rc*100) ' cm']);
disp(['Coil Length [lc] = ' num2str(lc*100) ' cm']);
disp(['Pole Length [lp] = ' num2str(lp*100) ' cm']);
disp(['Stator Outer Radius [rs] = ' num2str(rs*100) ' cm']);
disp(['Stator Axial Length [ls] = ' num2str(ls*100) ' cm']);
disp(['Amplifier Capacity [VAmax] = ' num2str(VAmax/1000) ' kVA']);
disp(['Coil Winding Number [N] = ' num2str(N)]);

```

# B. Függelék

## Erők számítása

### Y-shaped AMB current optimisation

```
function Ythreepole
```

```
clear all;  
clc;
```

```
options = optimset ('Display', 'iter', 'TolFun', 1e-20);
```

### Initialisation

All quantities is meter

```
N1 = 65; %turnes of coils  
N2 = 65;  
N3 = 65;  
mu0 = 4 * pi * 1e-7; %permeability of vacuum (air)  
mur = 3000; %relative permeability  
  
Rsout = 0.065; % Outer diameter of the stator  
Rsin = 0.052; % Inner diameter of the stator  
Rrout = 0.032; % Outer diameter of the rotor  
Rrin = 0.006; % Inner diameter of the rotor  
Airgap = 0.0005; % Length of the air gap  
Polewidth = 0.01; % Width of the pole  
Pole = Rrout+Airgap; % Length of the pole
```

### Variables

### Variables

```
i = 0; % Counter variable of the outer stator  
j = 0; % Counter variable of the inner stator  
m = 0; % Counter variable of the pole width  
k = 0; % Counter variable of the pole length
```



```

0 0 0;
0 0 0;
0 0 0;
0 0 0];

```

%Impedance matrice

R=(1/mu0)\*...

```

[      0 -g2-l1/mur  g3+l1/mur      0 l2/mur      0      0 l3/mur      0;
g1+l1/mur      0 -g3-l1/mur      0      0 l2/mur      0      0 l3/mur;
      0      0      0 l2/mur l2/mur l2/mur      0      0      0;
      0      0      0      0      0      0      0 l3/mur l3/mur l3/mur;
-A1      0      0      0      0      0      0 -A3      0      A3;
      0 -A1      0      0      0      0      0      A3 -A3      0;
      0      0 -A1      0      0      0      0      0      A3 -A3;
      A1      0      0      A2      0 -A2      0      0      0      0;
      0      A1      0 -A2      A2      0      0      0      0      0];

```

%Force summation matrice of X component

Ax=(1/(2\*mu0))\*...

```

[0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
0 -A1*cos((30*pi*2)/360)      0 0 0 0 0 0 0 0;
0      0 A1*cos((30*pi*2)/360) 0 0 0 0 0 0 0;
0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
0      0      0 0 0 0 0 0 0 0];

```

%Force summation matrice of Y component

Ay=(1/(2\*mu0))\*...

```

[-A1      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
      0 A1*sin((30*pi*2)/360)      0 0 0 0 0 0 0 0;
      0      0 A1*sin((30*pi*2)/360) 0 0 0 0 0 0 0;
      0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
      0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
      0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
      0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
      0      0      0 0 0 0 0 0 0 0;
      0      0      0 0 0 0 0 0 0 0];

```

%Current selection matrix

```

C=[      0      1 0;
      cos((30*pi*2)/360) -sin((30*pi*2)/360) 1;
      -cos((30*pi*2)/360) -sin((30*pi*2)/360) -1];

```

B = inv(R) \* N \* C \* [ix;iy;ib];

$$FX = B' * Ax * B;$$

$$FY = B' * Ay * B;$$

$$\text{error} = \text{abs}(FX) + \text{abs}(FY - F_j);$$



## C. Függelék

# Mágneses csapágy tervezésének vége-selelemes programja

### C.1. Varying geometry of Active Magnetic Bearing

```
% Varying geometry of Active Magnetic Bearing
% Varying parameters:   - Stator outer, inner diameter
%                       - Rotor outer, inner diameter
%                       - Air gap
%                       - Pole length
%                       - Axial length
%                       - Air gap

clear;
clc;

% Initialisation
%-----
fi=30;
Rsout=0.065;    % Outer diameter of the stator
Rsin=0.052;    % Inner diameter of the stator
Rrout=0.032;   % Outer diameter of the rotor
Rrin=0.006;    % Inner diameter of the rotor
Airgap=0.0005; % Length of the air gap
Polewidth=0.01; % Width of the pole
Pole=Rrout+Airgap; % Length of the pole
hossz = 30;

n=10;          % End value of the for loops
q=5;          % End value of the for loops (Inner rotor diameter)
g=16;         % End value of the for loops (Polewidth)
i=0;          % Loop counter variable of the outer stator
j=0;          % Loop counter variable of the inner stator
k=0;          % Loop counter variable of the pole length
l=0;          % Loop counter variable of the inner rotor
```

```

m=0;
h=0;          % Counter of the forces
o=0;

Q=1;         % Scale factor of the outer stator
W=1;         % Scale factor of the inner stator
Z=1;         % Scale factor of the outer rotor
U=1;         % Scale factor of the inner rotor
E=1;         % Scale factor of the pole length
R=0.032113081; % Lower point of the pole curve
T=0.051759057; % Upper point of the pole curve
Fx=0;
Fy=0;
P=Polewidth;

tic
for i=0:n

Q=(Rsout+0.001*i)/Rsout;

for j=0:q

W=(Rsin+0.001*j)/Rsin;

for m=0:g

P = Polewidth + 0.001*m;
T=sqrt((W*Rsin)^2-(P/2)^2);
R=sqrt((E*Pole)^2-(P/2)^2);
fem = bb(Q,W,Z,E,U,R,T,P,fi);

for o = 0:6
ho = hossz + o*5;
[fxx, fxy, fyx, fyy, h] = megoldo(fem, i, Rsout, fi, m, ...
    j, l, k, h, ho);
Fx(h) = fxx + fyx;
Fy(h) = fxy + fyy;
disp([' ->' num2str(h) ', ' num2str(i) ', ' num2str(j) ', ...
    ' num2str(m) ', ' num2str(k) ', ' num2str(l) ', ...
    ' num2str(o) ', ' 'Fx=' num2str(Fx(h)) ', ' 'Fy=' num2str(Fy(h))]);
end

if j>4
for k=0:n
E=(Pole+0.0005*k)/Pole;
R=sqrt((E*Pole)^2-(P/2)^2);
fem = bb(Q,W,Z,E,U,R,T,P,fi);

```

```

for o = 0:6
ho = hossz + o*5;
[fxx, fxy, fyx, fyy, h] = megoldo(fem, i, Rsout, fi, m, ...
j, l, k, h, ho);
Fx(h) = fxx + fyx;
Fy(h) = fxy + fyy;
disp([' ->' num2str(h) '., ' num2str(i) ', ' num2str(j) ', ...
' num2str(m) ', ' num2str(k) ', ' num2str(l) ', ...
' num2str(o) ', ' 'Fx=' num2str(Fx(h)) ', ' 'Fy=' num2str(Fy(h))]);
end

if k > 0
for l=k-1:k
Z=(Rrout+0.0005*l)/Rrout;
U=(Rrin+0.0005*l)/Rrin;
fem = bb(Q,W,Z,E,U,R,T,P,fi);

for o = 0:6
ho = hossz + o*5;
[fxx, fxy, fyx, fyy, h] = megoldo(fem, i, Rsout, fi, m, ...
j, l, k, h, ho);
Fx(h) = fxx + fyx;
Fy(h) = fxy + fyy;
disp([' ->' num2str(h) '., ' num2str(i) ', ' num2str(j) ', ...
' num2str(m) ', ' num2str(k) ', ' num2str(l) ', ...
' num2str(o) ', ' 'Fx=' num2str(Fx(h)) ', ' 'Fy=' num2str(Fy(h))]);
end

end

else
disp([' ->' 'A palyinka egeti a belemet! :-)' ' <- ' ]);
end

Z=1;
l=0;
end

else
disp([' ->' 'A rekeszes sort szeretem! :-)' ' <- ' ]);
end

E=1;
R=sqrt((E*Pole)^2-(P/2)^2);
k=0;
end

```

```

end

fem = bb(Q,W,Z,E,U,R,T,P,fi);
for o = 0:6
ho = hossz + o*5;
[fxx, fxy, fyx, fyy, h] = megoldo(fem, i, Rsout, fi, m, ...
    j, l, k, h, ho);
Fx(h) = fxx + fyx;
Fy(h) = fxy + fyy;
disp([' ->' num2str(h) '., ' num2str(i) ', ' num2str(j) ', ...
    ' num2str(m) ', ' num2str(k) ', ' num2str(l) ', ...
    ' num2str(o) ', ' 'Fx=' num2str(Fx(h)) ', ' 'Fy=' num2str(Fy(h))]);
end

end
toc

```

## C.2. Geometry of Y-shaped Three Pole AMB with COMSOL function

```

function fem = bb(Q,W,Z,E,U,R,T,P,fi);

    g14=circ2('0.065','base','center','pos',{0,0},'rot',0');
    [g14]=scale(g14,Q,Q);
    g15=circ2('0.052','base','center','pos',{0,0},'rot',0');
    [g15]=scale(g15,W,W);
    g16=circ2('0.032','base','center','pos',{0,0},'rot',0');
    [g16]=scale(g16,Z,Z);
    g22=circ2('0.0325','base','center','pos',{0,0},'rot',0');
    [g22]=scale(g22,E,E);
    g23=circ2('0.006','base','center','pos',{0,0},'rot',0');
    [g23]=scale(g23,U,U);

    g24=curve2([P/2,P/2],[R,T]);
    [g25]=geomcopy({g24});
    [g26]=geomcopy({g25});
    g26=move(g26,[-P,0]);
    g24=rotate(g24,3.141592653589793-(fi*pi/180),[0,0]);
    g26=rotate(g26,3.141592653589793-(fi*pi/180),[0,0]);
    [g44,g45]=geomcopy({g24,g26});
    [g48,g49]=geomcopy({g44,g45});
    g48=move(g48,[0,0]);
    g49=move(g49,[0,0]);
    g48=rotate(g48,2.0943951023931953,[0,0]);
    g49=rotate(g49,2.0943951023931953,[0,0]);

```

```

[g52,g53]=geomcopy({g48,g49});
[g56,g57]=geomcopy({g52,g53});
g56=move(g56,[0,0]);
g57=move(g57,[0,0]);
g56=rotate(g56,2.0943951023931953,[0,0]);
g57=rotate(g57,2.0943951023931953,[0,0]);

g31=rect2('6*.0014','11*.0014','base','center',...
'pos',{0,0},'rot',0);
[g31]=move(g31,-P/2-0.0042,-((T-R)/2)-R+5.20012e-4);
[g32]=geomcopy({g31});
[g33]=geomcopy({g32});
g33=move(g33,[P+0.0084,0]);
g31=rotate(g31,3.141592653589793+(fi*pi/180),[0,0]);
g33=rotate(g33,3.141592653589793+(fi*pi/180),[0,0]);
[g34,g35]=geomcopy({g31,g33});
[g36,g37]=geomcopy({g34,g35});
g36=move(g36,[0,0]);
g37=move(g37,[0,0]);
g36=rotate(g36,2.0943951023931953,[0,0]);
g37=rotate(g37,2.0943951023931953,[0,0]);
[g38,g40]=geomcopy({g36,g37});
[g41,g42]=geomcopy({g38,g40});
g41=move(g41,[0,0]);
g42=move(g42,[0,0]);
g41=rotate(g41,2.0943951023931953,[0,0]);
g42=rotate(g42,2.0943951023931953,[0,0]);

clear c s
c.objs={g48,g49,g57,g56,g26,g24};
c.name={'B3','B4','B6','B5','B2','B1'};
c.tags={'g48','g49','g57','g56','g26','g24'};

s.objs={g37,g36,g22,g16,g42,g33,g41,g31,g23,g14,g15};
s.name={'R4','R3','C4','C3','R6','R2','R5','R1','C5','C1','C2'};
s.tags={'g37','g36','g22','g16','g42','g33','g41','g31', ...
'g23','g14','g15'};

fem.draw=struct('c',c,'s',s);
fem.geom=geomcsg(fem,'repairtol',1.0E-10);

```

### C.3. Solver in COMSOL with MATLAB

```

function[fxx, fxy, fyx, fyy, h] = megoldo(fem, i, Rsout, fi, m, ...
j, l, k, h);

```

```

h = h + 1;

```

```

% Constants
fem.const = {'mu0','4*pi*1e-7', ...
    'I2','5', ...
    'mur','3000', ...
    'murAl','1', ...
    'd','0.00132', ...
    'Sw','d*d*pi/4', ...
    'N','65', ...
    'A','5*.0014*13*.0014', ...
    'J2','N*I2/A', ...
    'I1','0', ...
    'J1','N*I1/A'};

% Initialize mesh
fem.mesh=meshinit(fem, ...
    'hauto',1);

    % Application mode 1
clear appl
appl.mode.class = 'PerpendicularCurrents';
appl.module = 'ACDC';
appl.sshape = 2;
appl.assignsuffix = '_emqa';
clear bnd
bnd.type = {'A0','cont'};
bnd.ind = [2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2, ...
    2,2,2,2,2,2,2,2,2,1,1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2, ...
    1,2,2,2,2,2,2,2,2,1,2,2,2,2];
appl.bnd = bnd;
clear equ
equ.Jez = {'-J1',0,'J2',0,'J1','-J2',0,0};
equ.mur = {1,1,1,'mur',1,1,'mur',1};
equ.maxwell = {{},{},{},{},{},{},'force','force'};
equ.ind = [1,2,3,4,4,2,2,5,6,4,3,6,4,2,7,8];
appl.equ = equ;
fem.appl{1} = appl;
fem.frame = {'ref'};
fem.border = 1;
clear units;
units.basesystem = 'SI';
fem.units = units;

% Descriptions
clear descr
descr.const= {'murAl','Aluminum'};
fem.descr = descr;

```

```

% ODE Settings
clear ode
clear units;
units.basesystem = 'SI';
ode.units = units;
fem.ode=ode;

% Multiphysics
fem=multiphysics(fem);

% Extend mesh
fem.xmesh=meshextend(fem);

% Solve problem
fem.sol=femstatic(fem, ...
    'solcomp',{'Az'}, ...
    'outcomp',{'Az'}, ...
    'blocksize','auto');

% Save current fem structure for restart purposes
fem0=fem;

% Plot solution
postplot(fem, ...
    'tridata',{'normB_emqa','cont','internal','unit','T'}, ...
    'tribar','off', ...
    'trimap','jet(1024)', ...
    'contdata',{'Az','cont','internal','unit','Wb/m'}, ...
    'contlevels',20, ...
    'contbar','off',...
    'contlabel','off', ...
    'contstyle',[0.0,0.0,0.0], ...
    'axis',[-(Rsout+0.001*i),(Rsout+0.001*i),...
        -(Rsout+0.001*i),(Rsout+0.001*i)]);

    pause(0.1)

```

## Figures

```

axis([- (Rsout+0.001*i),(Rsout+0.001*i), ...
    -(Rsout+0.001*i),(Rsout+0.001*i)]);
set(gca,'Box','on');
axis square;
M(h) = getframe;
    if h<10,
        saveas(gcf,['AMB_000' num2str(h)],'bmp');
    end

```

```

elseif h>9 & h<100
    saveas(gcf,['AMB_00' num2str(h)],'bmp');
elseif h>99 & h<1000
    saveas(gcf,['AMB_0' num2str(h)],'bmp');
else
    saveas(gcf,['AMB_' num2str(h)],'bmp');
end;

```

## Force calculation

```

if ( j==0 & m <= 4 ...
    | j==1 & m < 4 ...
    | j==2 & m < 2 ...
    | j==3 & m < 1 )

    perem=[43,44,58,61];

elseif ( j==2 & m >= 2 ...
    | j==3 & m>=1 ...
    | j==4 & m>=2)

    perem=[45,46,58,61];

elseif ( j==5 & m==0 & l >= 2 & k >= 2 ...
    | j==5 & m==1 & l >=3 & k >= 3 )

    perem=[43,44,58,61];

elseif ( m==2 & l >= 4 & k >= 4 & j==5 ...
    | m==3 & l >= 4 & k >= 4 & j==5 ...
    | m==4 & l >= 5 & k >= 5 & j==5 ...
    | m==5 & l >= 6 & k >= 6 & j==5 ...
    | m==6 & l >= 7 & k >= 7 & j==5 ...
    | m==7 & l >= 8 & k >= 8 & j==5 ...
    | m==8 & l >= 8 & k >= 8 & j==5 ...
    | m==9 & l >= 9 & k >= 9 & j==5 ...
    | m==10 & l >= 10 & k >= 10 & j==5 )

    perem=[43,44,58,61];

else

    perem=[45,46,58,61];

end

% Integrate

```



```
X=postint(fem,'force_nTx_emqa', ...
          'unit','N/m', ...
          'recover','off', ...
          'dl',perem, ...
          'edim',1);

fx = X/25;

% Integrate
Y=postint(fem,'force_nTy_emqa', ...
          'unit','N/m', ...
          'recover','off', ...
          'dl',perem, ...
          'edim',1);

fy = Y/25;

fxx = fx * cos(fi*pi/180);
fxy = fx * sin(fi*pi/180);
fyx = -fy * sin(fi*pi/180);
fyy = fy * cos(fi*pi/180);

end
```