

A PREISACH-MODELL ÉS ALKALMAZÁSA A VILLAMOSMÉRNÖKI GYAKORLATBAN

Írta:

MARCSA DÁNIEL
M.Sc. szakos mechatronikus hallgató

Konzulens:

DR. KUCZMANN MIKLÓS, PH.D.
egyetemi docens

Elektromágneses Terek Laboratórium
Távközlési Tanszék
Széchenyi István Egyetem
2009. október
Győr



Tartalomjegyzék

1. Bevezető	2
2. A Preisach-modell	5
2.1. Az elemi Preisach-operátor	5
2.2. Elemi Preisach-operátorokból felépített Preisach-modell	6
2.3. A Preisach-modell numerikus megvalósítása	7
3. Nemlineáris végelem-módszerben	11
3.1. A mintafeladat	11
3.2. A Maxwell-egyenletek	14
3.3. Tartományok és peremek	15
3.4. A redukált mágneses skalárpotenciál - formalizmus	16
3.5. A fixpont iterációs módszer	18
4. A feladat megoldása	20
4.1. A végelelemes rács	20
4.2. Számítás	21
4.3. Posztprocesszálás	22
5. Köklúzió és jövőbeli tervek	25
6. Irodalomjegyzék	25

1. fejezet

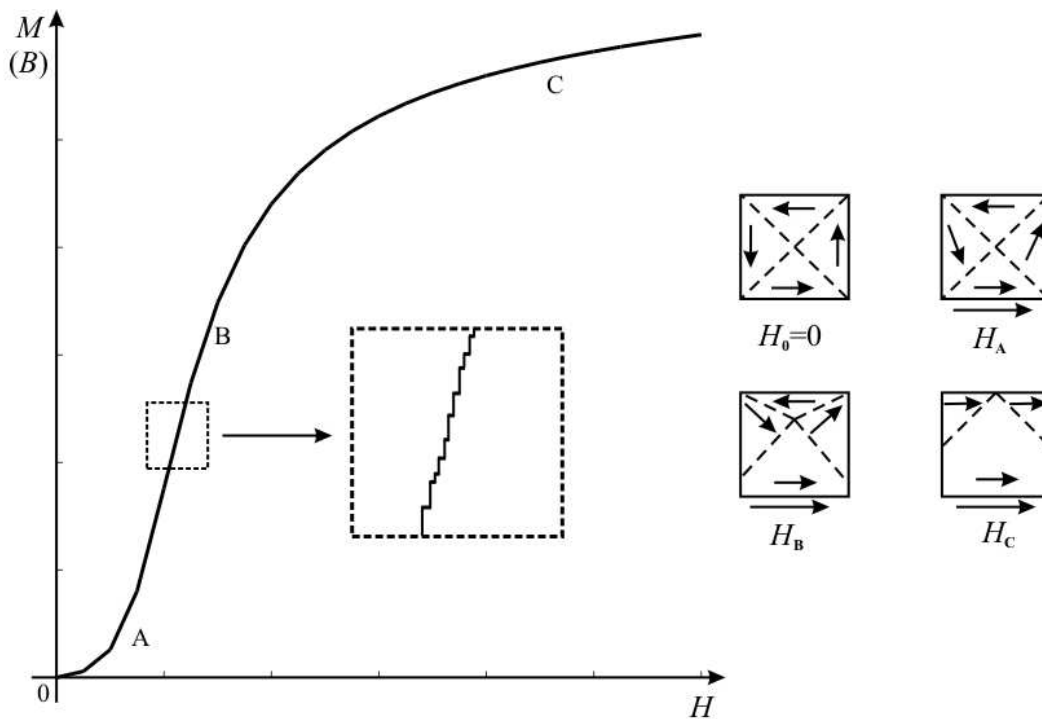
Bevezető

Preisach Ferenc az egyik legjelentősebb és legelterjedtebb hiszterézismodell megalkotója. 1905. március 10-én született Budapesten. Érettségi után, Svájcban, a Zürichi Műszaki Egyetemen 1927-ben szerzett villamosmérnöki oklevelet. Doktorátusát a Drezdai Műszaki Egyetemen készíti. Utána 1934-ig a berlini Siemens műveknél mint villamosmérnök nyert alkalmazást, utána viszont a náci törvények alapján kiutasítják Németországból. Hazatérése után az Egyesült Izzó kutatólaboratóriumában Bay Zoltán mellett dolgozott. A ferromágnesesség, majd az ultrarövid hullámok tárgykörében végzett kutatásokat. A háború kitörése után behívják munkaszolgálatra. Orosz hadifogságban halt meg 1943-ban [1]. 1935-ben jelenik meg a Zeitschrift für Physik-ben az Über die magnetische Nachwirkung című cikke. Ma talán ez a legtöbbet idézett mágnesességgel foglalkozó cikk. Számos fizikus, matematikus, mérnök fejlesztette tovább Preisach eredeti ötletét. A Preisach-modell ma már egymástól többé-kevésbé eltérő hiszterézismodellek gyűjteménye. [1]

Hiszterézis jelenséget leginkább a ferromágneses anyagok hiszteréziseként ismerjük, de ezen kívül a biológiában, a közgazdaságtanban és szinte az élet minden területén találkozhatunk hiszterézissel. Ebben a dolgozatban a ferromágneses anyagok hiszterézisével foglalkozom.

A ferromágneses anyagoknak a mágneses tulajdonsága az anyagok szerkezetével van kapcsolatban. Az anyagok egy csoportjánál az atomi szintű kvantummechanikai kölcsönhatások miatt a külső elektronhéjon elhelyezkedő nagyszámú kompenzálatlan spinű elektron van, ezek mágneses kölcsönhatásban állnak egymással és így mágneses tartományok, domének keletkeznek. A domén mérete az anyagtól és a mágneses tértől függően cm-es nagyságrendű is lehet. A doménszerkezet kialakulásával a teljes szabadenergia mágnesesség szempontjából minimális. A ferromágneses hiszterézis oka a doménszerkezet irreverzibilis változásai és a kristályszerkezeti anizotropia [1–3].

Ha az anyag még nem volt mágneses térben, akkor a szomszédos domének úgy helyezkednek el, hogy az erővonalak egy doméncsoporton belül záródnak. Ez látható az 1.1-es ábrán, négy doménből álló csoport esetén sematikusan a 0 pontban. Ennek megfelelően a testnek kifelé nincs mágneses hatása. Emiatt, igazolhatóan ez a legkisebb energiájú állapota is. A ferromágneses anyagot mágneses térbe helyezve, és növelve a mágneses tér nagyságát, a mágnesezettség növekedése az irreverzibilis doménfal-elmozdulások következménye. Azok a domének, amelyeknek a mágnesezettsége eredendően a mágneses tér irányába mutat, elkezdnek növekedni a többi domén rovására. A telítés közelében a mágnesezettség növekedését főleg a domének mágneses momentumainak

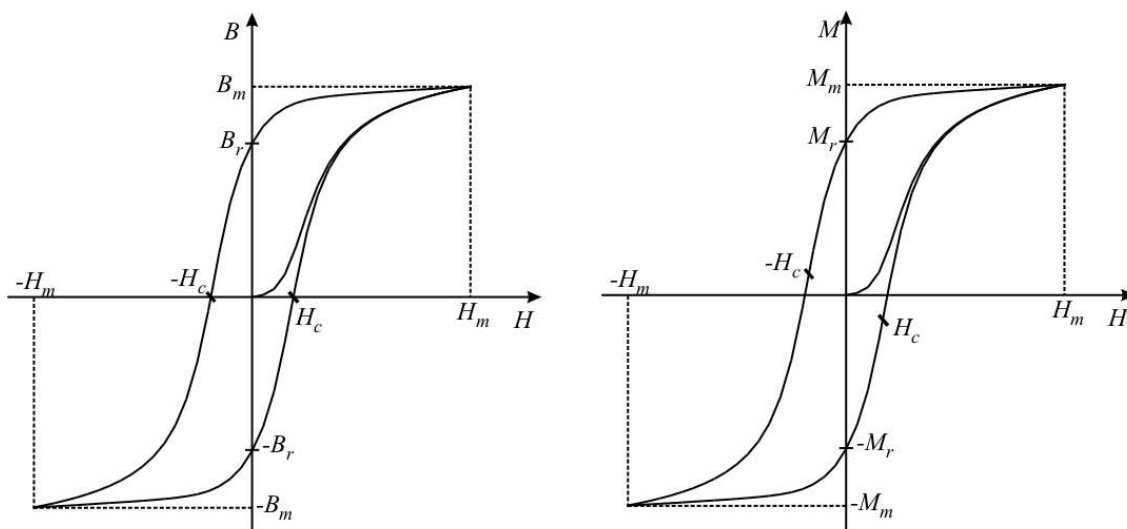


1.1. ábra. A ferromágneses anyag első mágnesezési görbéje és a doménfal változása.

mágneses tér irányába való elfordulásai okozzák [1–3].

Az 1.1-es ábrán látható görbe végeredményben az eredő momentumot vagy az ezzel arányos (M) mágnesezettséget adja meg a (H) mágneses térerősség függvényében. Mivel azonban ferromágneses közegben $M \gg H$, így $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \approx \mu_0\vec{M}$ vagyis a szokásos $B - H$ görbe (mágnesezési görbe) az $M - H$ görbével gyakorlatilag megegyezik [1–3].

Az első mágnesezési görbe (szűzgörbe) alsó része (A szakasz) tehát a reverzibilis faletolódásokkal, a közel lineáris szakasz (B szakasz) az irreverzibilis faletolódásokkal, a telítési tartomány (C szakasz) pedig a momentumok elfordulásával hozható kapcsolatba.



1.2. ábra. A ferromágneses anyag $B - H$ és $M - H$ karakterisztikája.

A 1.2-es ábrán a teljes hiszterézishurok látható, ahol B_m , M_m és H_m a maximális mágneses indukció, mágnesezettség és mágneses térerősség. Az irreverzibilis faletolódások érthetővé teszik a hiszterézis jelenséget is. Ha a külső mágneses tér csökken, a mágnesezettség szintén csökken, azonban a rendeződött doménszerkezet miatt a mágnesezési görbe alakja nem követi az első mágnesezési görbét. Ha a külső mágneses tér megszűnik, nullától különböző mágnesezettség értéket kapunk, ezt nevezzük remanens vagy megmaradó mágnesezettségnek, aminek megfelel a $B_r = \mu_0 M_r$ remanens indukció. Azt a mágneses térerősségértéket, ahol a mágnesezettség vagy indukció nulla (H_c) koercitív térnek nevezzük. Tovább csökkentve a mágneses térerősség értékét, a ferromágneses anyag karakterisztikája ellenkező irányba eltolódik [1–4].

Kinagyítva a hiszteréziskarakterisztika egy kis részét, megfigyelhetjük, hogy a mágnesezési folyamat során a mágnesezettség apró ugrások során változik, nem folytonos a görbe, hanem kvantált (ezt lehet látni a 1.1-es ábrán) [1, 2]. Ezt a jelenséget Heinrich Barkhausen (német fizikus) 1919-ben fedezte fel a következő kísérlettel. Egy ferromágneses rúdra egy tekercset helyezve, azt egy erősítőn keresztül egy hangszóra kötve, lassan változó folyamatosan növekvő külső mágneses tér hatására apró pattogások hallhatók. A pattogásokat a doménfalak irreverzibilis elmozdulásai és a domének mágnesezettségeinek ugrásszerű, szintén irreverzibilis, külső tér irányába való elfordulásai okozzák. A Barkhausen-jelenség volt az első bizonyíték a doménszerkezet létezésére, amit előzőleg elméletileg megjósoltak. Preisach Ferenc a mágnesezettség ugrásszerű változásait elemi operátorok fel- és lekapcsolódásaként értelmezte [1, 4].

A Preisach-modell a skaláris és statikus hiszterézis jelenséget írja le. A modell kapcsolatot teremt a mágneses térerősség nagysága és az irányába eső mágnesezettség vagy mágneses indukció értéke között. Olyan mágnesezési folyamatokat modellez, ahol a hiszterézis nem függ a változás sebességétől [1, 3, 4].

A dolgozatban bemutatásra kerül az előbbieken már megemlített Preisach-hiszterézismodell, és annak numerikus megvalósítása MATLAB [5] segítségével, valamint a numerikus Preisach-modell működése [1, 3, 4]. Ezután a fixpont iterációs módszer [4] rövid ismertetése, és végelelem-módszerrel [4] való összekapcsolása kerül bemutatásra. Végül egy nemlineáris alkalmazáson keresztül mutatom be az eddig felsoroltak gyakorlati hasznát, miért is kell figyelembe venni egyes szimulációknál a nemlinearitást.

A nemlineáris alkalmazás, az International Compumag Society honlapján közzétett TEAM Workshops (Testing Electromagnetic Analysis Methods Workshops) 32 feladatból [6] az első rész.

A feladat maga egy egyszerű geometriájú nemlineáris transzformátor, melynek adott pontjain megmérték az időben változó mágneses fluxus egy periódusát. Ezt a nemlineáris transzformátort szimulációját kell elvégezni valamilyen numerikus térszámítási eljárással, és az eljárással kapott időben változó mágneses fluxut összevetni a mérési adatokkal. Ebben a dolgozatban a végelelem-módszert alkalmazom és kapcsolom össze a fixpont iterációs módszerrel és a numerikus Preisach-moddellel. A szimulációt két- és háromdimenzióban is elvégeztem, majd az így kapott eredményeket hasonlítottam össze a méréssel kapott eredményekhez.

2. fejezet

A Preisach-modell

Mint már a bevezetőben is említettem, ma már a Preisach-modell nem egy modellt takar, hanem egymástól többé-kevésbé eltérő hiszterézismodellek gyűjtőneve. A Preisach-modell a leggyakrabban használt hiszterézismodell különféle alkalmazások esetén, mivel hatékony és robusztus. Ezen kívül van még más hiszterézismodell is, mint például a Jiles-Atherton modell [3], de itt csak a Preisach-moddellel foglalkozunk.

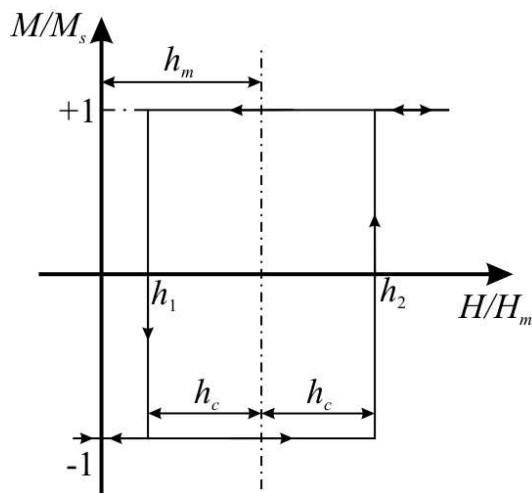
A következőkben bemutatom az elemi Preisach-operátort, majd az ezekből felépülő Preisach-modellt, és ennek a numerikus megvalósítását.

2.1. Az elemi Preisach-operátor

A Preisach-modellnél feltételezzük hogy minden doménnek megfeleltethető egy memóriával rendelkező, elemi Barkhausen-ugrásra képes operátor [1, 4],

$$m(H(t)/H_m) = \begin{cases} -1, & \text{ha } H/H_m < h_1, \\ +1, & \text{ha } H/H_m > h_2, \\ m(H(t^-)/H_m), & \text{ha } h_1 < H/H_m < h_2, \end{cases} \quad (2.1)$$

ahol H/H_m a normalizált mágneses térerősség értéke, $m = M/M_s$ egy operátor elemi mágnesezettsége [4]. A H_m a maximális mágneses térerősség, és M_s pedig a mágnesezett-



2.1. ábra. Egy $\gamma(h_1, h_2)$ elemi hiszterézisoperátor mágnesezési görbéje.

ség értéke telítődés (szaturáció) estén. Ez az operátor egy négyszögletes hiszterézis hurok, ahol a h_1 , h_2 fel- és lekapcsolási tér, melyek normalizált mágnesezési felugrások -1 -től $+1$ -ig, vagy leugrás $+1$ -től -1 -ig. Ez az elemi hiszterézishurok látható a 2.1-es ábrán. Ezt az elemi hiszterézishurkot a $\gamma(h_1, h_2)$ hiszterézis operátorral jellemezhetünk, ami a következőképpen viselkedik. Az operátor kimenete az M/M_s elemi mágnesezettség értéke, ami mindig -1 , ha a H/H_m mágneses térerősség kisebb mint h_1 , az elemi operátor lekapcsolt állapotban található. Ha $M/M_s = +1$, akkor a mágneses térerősség értéke nagyobb mint $H/H_m > h_2$, ilyenkor az elemi operátor felkapcsolt állapotban van. A h_1 és h_2 értékek közötti mágneses térerősségre a mágnesezettség függ az előlelettől. Az operátor megtartja az előző időpillanatban lévő mágnesezettség értékét, lokális memóriaként működik [1, 4].

Az operátor egy adott időpontbeli értéke egyértelműen megadható a h_1 és h_2 fel- és lekapcsolási terek, valamint a mágnesezettség előző időpontban lévő értéke ismeretében. A fel- és lekapcsolási terekkel egyenértékű módon jellemezhető az operátor a h_c koercitív tér, valamint a h_m eltolási vagy kölcsönhatási térértékkel [1, 3, 4],

$$h_c = \frac{h_2 - h_1}{2}, \quad h_m = \frac{h_1 + h_2}{2}. \quad (2.2)$$

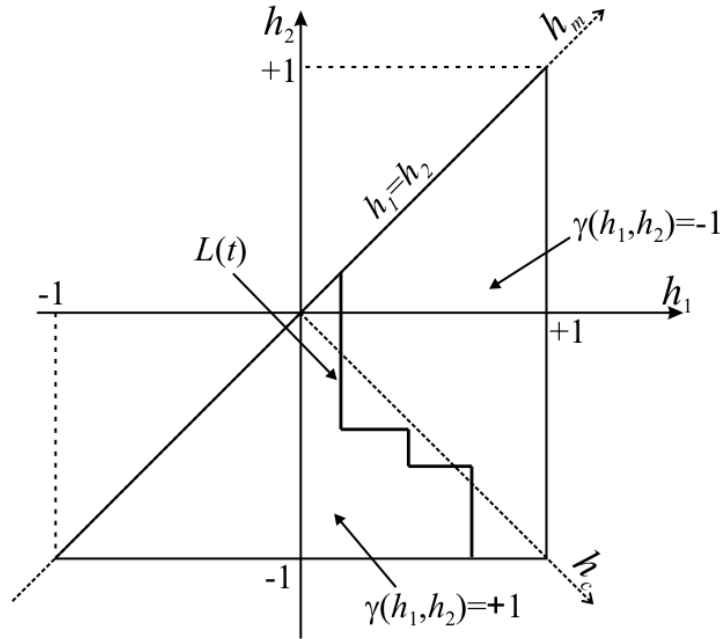
2.2. Elemi Preisach-operátorokból felépített Preisach-modell

A Preisach-modell a ferromágneses anyagot a fentebb bevezetett elemi operátorok összességének tekintjük. Minden operátornak eleget kell tennie a következő feltételnek: $h_1 \leq h_2$ [1].

A h_1 és h_2 fel- és lekapcsolási mágneses térerősségek meghatároznak egy síkot. Ezen a síkon az előbbi feltétel szerint az operátorok $h_1 = h_2$ egyenes alatti $h_1 \geq h_2$ félsíkon helyezkednek el. Ezt a félsíkot nevezzük Preisach-háromszögnek. Az $\gamma(h_1, h_2)$ elemi hiszterézisoperátorokat csak ezen a részen definiáljuk, és ezeknek az operátoroknak a $\pm H/H_m$ -nél nagyobb fel- vagy lekapcsolási tere nem lehet. A Preisach-háromszögön belül még megkülönböztetünk két részt, ahol $\gamma(h_1, h_2) = -1$ és $\gamma(h_1, h_2) = +1$. A két rész közötti vonalat nevezzük $L(t)$ lépcsős görbének. Az előbb felsoroltakat lehet látni a 2.2-es ábrán [1, 3].

Kezdeti állapotban, mikor $M = 0$, a lépcsős görbe alatti tartományban az összes elemi operátor felkapcsolt állapotban található, a görbe alatti tartományban pedig az összes operátor lekapcsolt állapotban van. A lépcsős görbe balról jobbra mozog ha a mágneses térerősséget növeljük, és fentről lefele ha csökkentjük. A ferromágneses anyag pozitív telítése esetén minden elemi operátor felkapcsolt állapotban található. Negatív telítés esetén minden egyes operátor lekapcsolt állapotban van [1, 4].

Különböző ferromágneses anyagok esetén változik a H_s és az M_s , valamint a hiszterézis-karakterisztika alakja. Ahhoz hogy különböző alakú, és telítésű ferromágneses anyagokat tudjunk leírni, minden egyes operátorhoz egy számot kell hozzárendelni, ami meghatározza, hogy az adott elemi operátor milyen súllyal vesz részt a teljes mágnesezettség kialakulásában. A Preisach-háromszögön a súlyokat egy $\mu(h_1, h_2)$ kétváltozós eloszlás adja, amely jellemző az anyagra. A Preisach-eloszlásfüggvény szimmetrikus a $h_1 = -h_2$ egyenesre, ezért felírható két egyváltozós eloszlás szorzataként, $\mu(h_1, h_2) = \varphi(h_1) \cdot \varphi(-h_2)$ [1, 4].



2.2. ábra. A Preisach-háromszög és a lépcsős görbe.

Az egyváltozós Preisach-eloszlásfüggvény számos esetben, a hiszteréziskarakterisztika alakjától függően Gauss, Lorentz, logaritmikus vagy egyéb analitikusan kifejezhető eloszlás segítségével közelíthető [1].

Preisach-eloszlásfüggvény és a Preisach-háromszög együtt egyértelműen meghatároznak egy ferromágneses anyagot. A Preisach-háromszög tárolja a maximális mágnesezettségnek megfelelő normalizált mágneses térerősséget, valamint az eloszlásfüggvény tárolja a maximális mágnesezettség értékét és a hiszterézisgörbe alakját. A Preisach-eloszlás mindenütt véges és a Preisach-háromszögen kívül az értéke nulla [1].

A mágnesezettség integrál alakban a következőképpen néz ki [1, 3, 4],

$$M(t) = M_s \iint_{h_1 \geq h_2} \mu(h_1, h_2) \gamma(h_1, h_2) H(t) / H_m dh_1 dh_2 \quad (2.3)$$

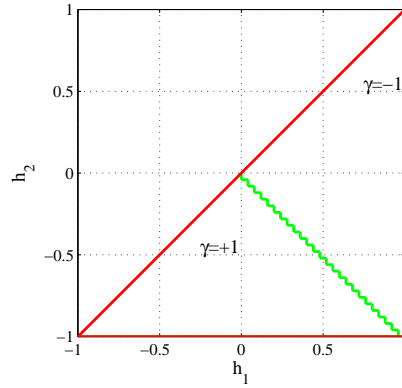
ahol $\mu(h_1, h_2)$ jelöli a Preisach-eloszlásfüggvényt, γ az elemi hiszterézisoperátort és $h_1 \geq h_2$ pedig a Preisach-háromszöget.

2.3. A Preisach-modell numerikus megvalósítása

A (2.4)-es összefüggés integráljának kiszámítása hosszadalmas a mágnesezési folyamat során. A következő eljárás segítségével elkerülhetjük a tényleges számítás során való integrálást, így a Preisach-modell alkalmassá válik mérnöki számítások elvégzésére [4].

A Preisach-háromszög két tartománya közötti lépcsős görbe fordulópontjai tartalmazzák a mágnesezési folyamatok során alkalmazott mágneses térerősség domináns szélsőértékeit. A numerikus megvalósítása során a lépcsőgörbe fordulópontjait tároljuk. Ismerve a lépcsőgörbe alakját, a mágnesezettség egyértelműen meghatározható [4, 7].

A (2.4)-es egyenletet az elemi operátorok súlyozott összegeként közelítjük [4, 7],



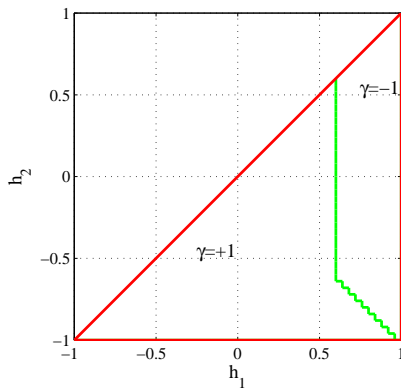
2.3. ábra. A $L(t)$ lépcsős görbe a kezdeti állapotban.

$$M(t) \simeq M_s \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=N+2-i}^{N+1} \mu(h_{1i}, h_{2j}) \gamma(h_{1i}, h_{2j}) H(t) / H_m, \quad (2.4)$$

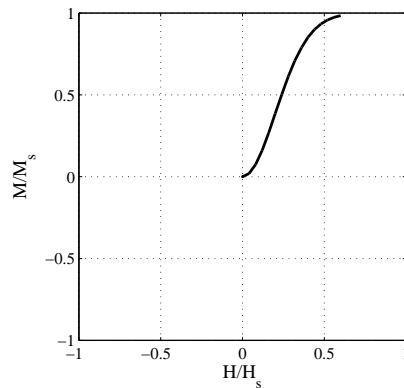
ahol N a Preisach-háromszögön belüli felosztások száma.

A fentiek alapján egy ferromágneses anyag leírásához ismerni kell a Preisach-háromszögön a Preisach-eloszlást. A lépcsős görbe ismeretében meghatározható a mágnesezettség.

A következő ábrákon különböző mágneses térerősségek esetén a lépcsős görbét és a hozzá tartozó hiszterézis görbét lehet látni. A 2.3-as képen a kezdeti állapotot lehet látni, mikor $H = 0$, $M = 0$ és $B = 0$, a pozitívan és negatívan mágnesezett rész egyensúlyban van, vagyis az a rész ahol $\gamma(h_1, h_2) = -1$ és ahol $\gamma(h_1, h_2) = +1$ egyenlőek. Ha növeljük a mágneses térerősséget, a lépcsős görbe balról jobbra mozog, és ezzel együtt a pozitívan mágnesezett részek aránya nő. Ezt mutatja a 2.4-es ábra, mellette pedig a hozzá tartozó első mágnesezési görbe, a szűzgörbe. A következő ábrán (2.5-ös árba) a mágneses térerősséget csökkentjük, azaz a lépcsős görbe fentről lefele mozog, és az eddig pozitív elemi operátorok negatívak lesznek. Továbbá ha jól megfigyeljük, a hiszterézishurokról le lehet olvasni a $+M_r$ pozitív remanens (megmaradó) mágnesezésesség értékét is. A 2.6-os

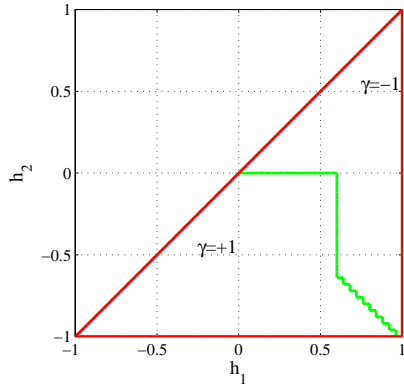


(a) Szűzgörbéhez tartozó lépcsős görbe.

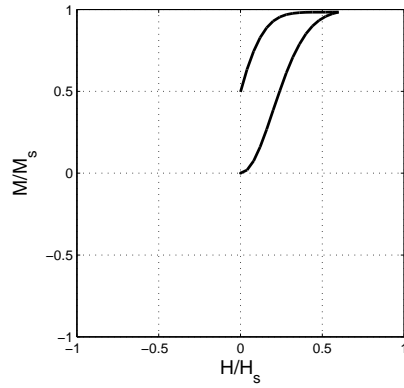


(b) Az első mágnesezési görbe (szűzgörbe).

2.4. ábra. A Preisach-háromszög és az első mágnesezési görbe (szűzgörbe).

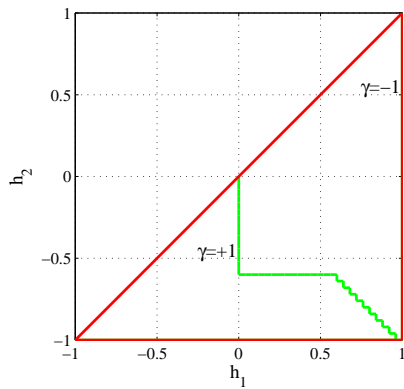


(a) A hiszterézishurok felső részéhez tartozó lépcsős görbe.

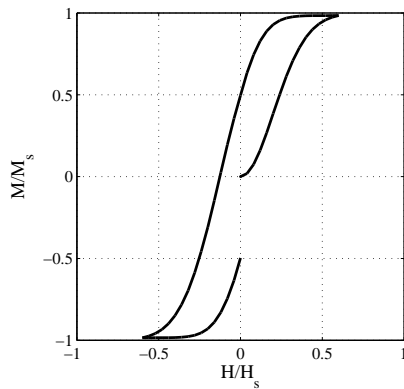


(b) A hiszterézishurok felső része, és a pozitív remanens mágnesség.

2.5. ábra. A hiszterézishurok felső része és a lépcsős görbéje.

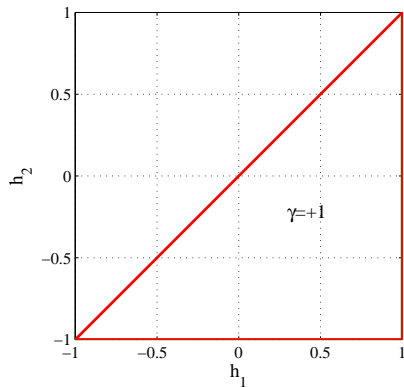


(a) A Preisach-háromszög és a lépcsős görbe.

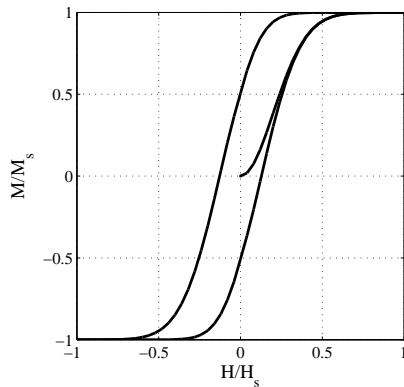


(b) A negatív remanens mágnessézettség.

2.6. ábra. A hiszterézishurok alsó része a negatív remanens mágnessézettséggel.



(a) Preisach-háromszög pozitív telítődés esetén.



(b) A teljes hiszterézishurok a szűzgörbével.

2.7. ábra. A teljes hiszterézishurok és pozitív telítődés esetén a Preisach-háromszög.

ábrán a mágneses télerősséget növeljük, így a lépcsős görbe ismér balról jobbra mozog, és a M/M_s mágnessézettség nő. Ezen az ábrán pedig a $-M_r$ negatív megmaradó mágnességet lehet látni. A 2.7-es képen pedig a teljes hiszterézishurkot a szűzgörbével.

A lépcsős görbe azért nem látszik, mert pozitív telítésben van, így az össze elemi operátor felkapcsolt állapotban van.

3. fejezet

Nemlineáris végelem-módszerben

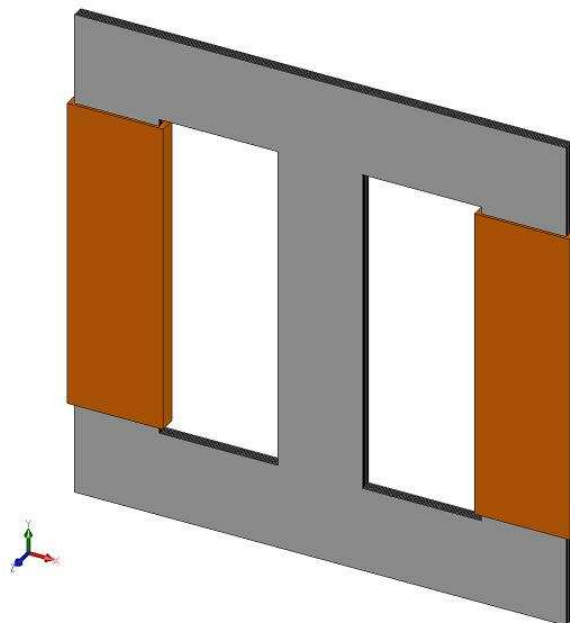
A hiszterézisjelenség fontos szerepet játszik nagyon sok elektromos berendezés működésében. Nem csak a mágneses térerősség eloszlásában játszott szerepére gondolok, hanem a kapcsolódó villamos mennyiségek hullámalakjára is. A villamosmérnöki alkalmazások tervezésébe és a szimulációjába gyakran előfordul, hogy nemlineáris, hiszterézissel rendelkező anyagot tartalmaz a feladat. Ilyen esetben a pontos szimuláció érdekében figyelembe kell venni a ferromágneses anyag viselkedését is. Vagyis az anyag hiszterézis karakterisztikájának pontos modellezése és annak implementálása a használt numerikus eljárásba.

A dolgozatban használt numerikus számítási eljárás a végelem-módszer (Finite Element Method - FEM) [3, 4, 8, 9], mely segítségével parciális differenciálegyenleteket oldunk meg. Azonban a ferromágneses anyag nemlineáris karakterisztikája miatt nemlineáris parciális differenciálegyenleteket kapunk, és ezeknek keressük valamilyen közelítő megoldását. A nemlineáris egyenletek miatt kell a végelem-módszeren kívül még valamilyen nemlineáris egyenletmegoldót alkalmazni. Ilyen például a fixpont iterációs módszer. Ha összekapcsoljuk a végelem-módszert és a fixpont iterációs módszert [4, 9] már találunk közelítő megoldását a nemlineáris parciális differenciálegyenletrendszernek.

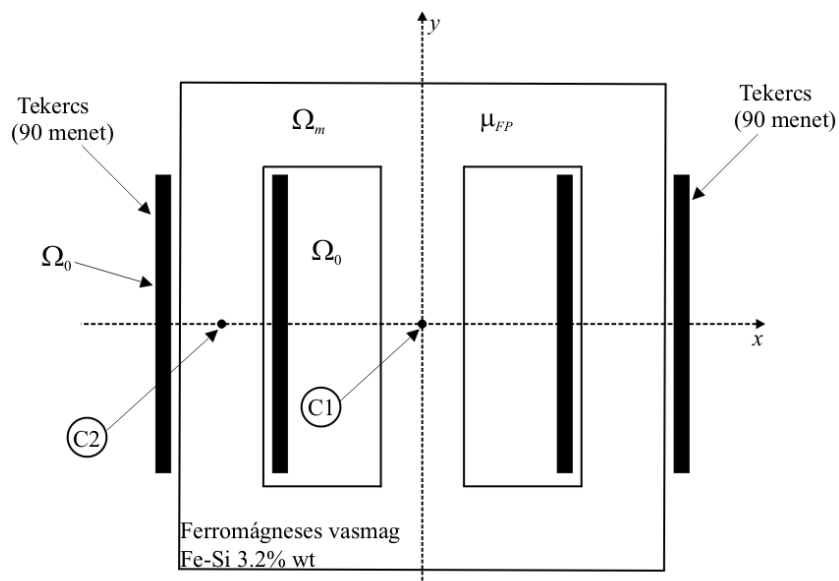
Az itt bemutatott feladat egy egyszerű geometriájú, de nagyon hasonló viselkedésű példa mint az elektromos berendezések nagy többsége. Itt a hangsúly a szimulációs eljárás van, mellyel könnyedén lehet szimulálni különböző feladatokat a hiszterézisjelenség figyelembevételével.

3.1. A mintafeladat

A feladat, mint már említettem egy transzformátor nemlineáris vasmaggal, melyet háromdimenzióban a 3.1-es ábrán lehet látni. Alatta a feladat keresztmetsztét (3.2. ábra) lehet látni [6]. A 3.1-es ábráról jól lehet látni hogy a feladat egy mag típusú transzformátor háromoszlopos vasmaggal, amely vasmag nemlineáris mágneses karakterisztikával rendelkezik. A vasmag öt darab Fe-Si 3,2% wt (3,2% szilíciummal ötvözött transzformátorlemez) 0.48 mm vastag transzformátorlemezéből áll. A vasmag vezetőképessége $\sigma = 1,78 \text{ MS/m}$. A képeken jól láthatóak a két szélső oszlopon elhelyezkedő tekercsek, melyeknek menetszáma 90. A táplálásuk 13,5 V csúcsértékű szinuszos feszültség, úgy hogy egyirányú fluxust hozzanak létre a vasmagban. Továbbá kis frekvencián, 10 Hz-en szimulálom a feladatot, a skin hatás kiküszöbölése miatt [6]. A 3.2-es képen jelölt C1-es és C2-es pontok azt a helyet jelölik ahol mérték az időben változó mágneses fluxust.



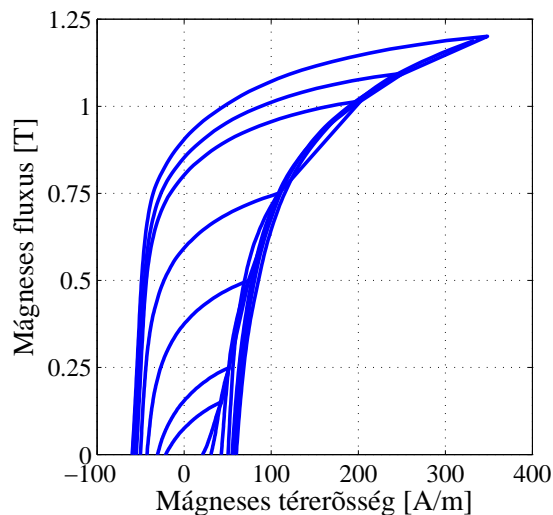
3.1. ábra. A ferromágneses vasmag a tekercsekkel.



3.2. ábra. A ferromágneses vasmag keresztmetszete.

A következő képen (3.3-as ábra) a mért ferromágneses vasmag hiszteréziskarakteristikáit lehet látni különböző mágneses fluxus értékek mellett.

Ahhoz viszont hogy a mért karakterisztikákat használni tudjuk illeszteni kell hozzá egy eloszlásfüggvényt. Ahogy már az előzőekben leírtuk, a karakterisztika alakját a Preisach-eloszlásfüggvény tartalmazza. Továbbá a $\mu(h_1, h_2)$ kétváltozós Preisach-eloszlás szimmetrikus a $h_1 = -h_2$ egyenesre, ezért felírható két egyváltozós eloszlásfüggvény szorzataként, $\mu(h_1, h_2) = \varphi(h_1) \cdot \varphi(-h_2)$ [6]. Ezen egyváltozós eloszlásfüggvényeket pedig tudjuk már valamilyen eloszlásfüggvénnyel közelíteni. Azt viszont nem szabad elfelejteni hogy így csak a skalár hiszterézismoddelt lehet közelíteni.



3.3. ábra. A vasmag mért hiszterézisgörbéi.

Ennél a feladatnál a kétváltozós Preisach-eloszlást a következő egyváltozós Lorentz-eloszlásfüggvénnyel közelítették [6],

$$\varphi(x) = \frac{C_1}{C_2 \cdot C_3 \sqrt{\pi \left(\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{1}{C_2} \right) \right)}} \frac{1}{1 + \left(\frac{x - C_3}{C_2 \cdot C_3} \right)^2}. \quad (3.1)$$

A mégpontosabb illeszkedés miatt ehhez még hozzá kell adni egy reverzibilis részt, ami a következőképpen néz ki [6],

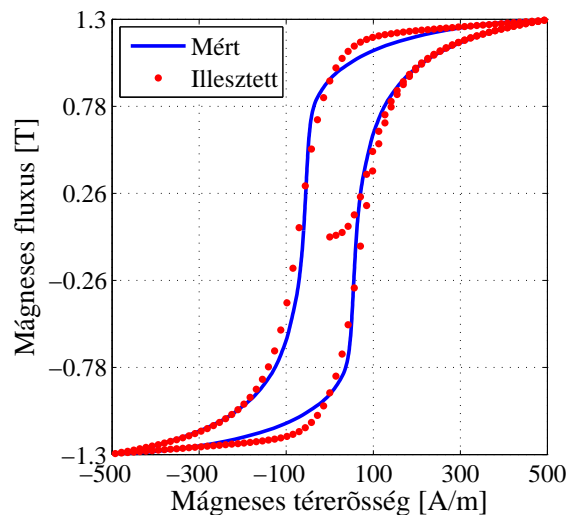
$$B_{rev}(x) = D_3 \cdot x + D_1 \cdot D_2 \tan^{-1} \frac{x}{D_2}. \quad (3.2)$$

A következő táblázatban (3.1. táblázat) pedig a C_1, C_2, C_3 és D_1, D_2, D_3 paraméterek értékei találhatóak, melyek mellett a legjobban illeszkedik a hiszterézisgörbe a mért hiszterézisgörbéhez [6].

3.1. táblázat. A Lorentz-eloszlás és a reverzibilis rész paramétereinek értékei.

$C_1 [T^{1/2}]$	C_2	$C_3 [Am^{-1}]$	$D_1 [TmA^{-1}]$	$D_2 [Am^{-1}]$	$D_3 [TmA^{-1}]$
1,17	0,79	59,78	$1,86 \cdot 10^{-4}$	10	$1,29 \cdot 10^{-4}$

A fenti képletek ((3.1), (3.2)) és a hozzájuk tartozó értékek felhasználásával az illesztés végeredményét lehet látni a 3.4-es ábrán. Az ábrán jól lehet látni hogy az illesztés nem tökéletes, de első közelítésben megfelel. Pontosabb illesztést valamilyen numerikus illesztéssel lehetne elérni.



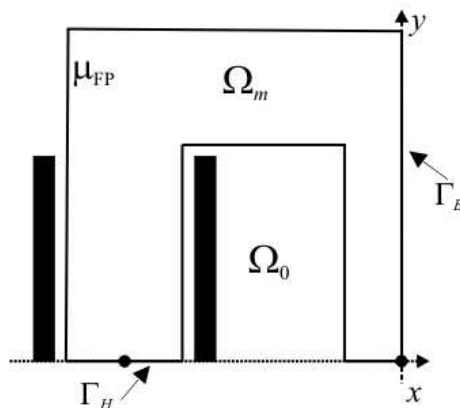
3.4. ábra. Hiszterézisgörbe illesztése a mért hurokra.

3.2. A Maxwell-egyenletek

Mint már a feladat bemutatásánál említettem a feladat alacsonyfrekvenciás, ezért az eltolási áramsűrűséget elhanyagoljuk. A transzformátorok örvényáramú feladatoknak tekinthetők, azaz itt már az elektromos és mágneses tér összekapcsolódik, mert itt függenek az időtől a különböző térjellemzők.

Azonban a szimuláció során az alacsony frekvencia miatt az örvényáram hatását is elhanyagoljuk, vagyis a feladatnál elegendő egy stacionárius potenciálformalizmust használni. Ezen felül még lehet egyszerűsíteni a feladatot, mert két- és háromdimenzióban is vannak a feladatnak szimmetriasíkjai. Ezeket kihasználva kétdimenzióban a feladat negyedét, háromdimenzióban a feladat nyolcadát szimuláltuk, így az ismeretlenek száma nagymértékben lecsökkent, így gyorsítva a szimuláció idejét.

A vizsgált stacionárius problémának két része van. Az egyik az Ω_m nemlineáris mágneses anyag, a ferromágneses vasmag, a másik az Ω_0 nem mágneses, vagy nem vezető rész, mint a levegő és a tekercsek [4,8]. A vizsgált stacionárius probléma sémáját a 3.5-ös ábrán lehet látni.



3.5. ábra. A ferromágneses vasmag negyedének kersztmetszete.

A feladatban használt Maxwell-egyenletek összefoglalására, a differenciálegyenletek a következők [2, 4, 8, 9]:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_0, \quad \text{az } \Omega_0, \Omega_m \text{ tartományban,} \quad (3.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad \text{az } \Omega_0, \Omega_m \text{ tartományban,} \quad (3.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{J}_0 = 0, \quad \text{az } \Omega_0, \Omega_m \text{ tartományban,} \quad (3.5)$$

ahol \vec{H} a mágneses tér, \vec{B} a mágneses fluxus, és a \vec{J}_0 a forrásáramsűrűség. A forrásáramsűrűséget a $\vec{J}_0 = (N/S) \cdot i_{AC}$ képletből kapjuk, ahol N a tekercs menetszáma (ez itt most 90), S a vezeték keresztmetszete m^2 -ben és a fázisáram $i_{AC} = v_{AC} \cdot R$, ahol a fázisfeszültség $v_{AC} = 13,5 \text{ V}$ és az ellenállás $R = 11,74 \Omega$.

A \vec{H} mágneses térerősség és \vec{B} mágneses fluxus között a kapcsolatot a konstitúciós reláció adja meg. Ez a nemvezető anyagban, azaz a levegőben és a tekercsekben a következőképpen néz ki [2, 4, 8],

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (3.6)$$

ahol μ_0 a vákuum permeabilitása ($4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$). A konstitúciós reláció a nemlineáris vasmagban pedig a következőképpen néznek ki [4],

$$\vec{B} = \mathcal{B}\{\vec{H}\} = \mu_{FP} \vec{H} + \vec{R}, \quad (3.7)$$

ahol $\mathcal{B}\{\vec{H}\}$ egy hiszterézis operátor, mellyel a nemlineáris anyagot jellemezzük, μ_{FP} egy alkalmasan választott permeabilitás érték és \vec{R} a fixpont maradék, mely a fixpont módszer használatából következik, és jelen esetben a fluxushoz hasonló mennyiség [4]. A μ_{FP} értéket a

$$\mu_{FP} = \frac{\mu_{max} + \mu_{min}}{2} \quad (3.8)$$

képletből kaphatjuk meg, ahol μ_{max} és μ_{min} a maximális és a minimális meredeksége a hiszterézis karakterisztikának [4].

3.3. Tartományok és peremek

A két részt, Ω_0 -t és Ω_m -et egy közvetítő határfelület kapcsolja össze, melyet Γ_{m0} -val jelölünk [4, 8]. Az egész feladatot $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_m$ körülvevő perem két részre bomlik, Γ_B -re és Γ_H -ra [4, 8]. A Γ_H peremen a mágneses térerősség tangenciális komponense egy adott \vec{K} felületi áramsűrűséggel lesz egyenlő, azonban itt $\vec{K} = \vec{0}$, ezért Γ_H perem a szimmetriasíkoknál lesz [4].

A Γ_B perem a lezárásnál lesz és azoknál a szimmetriasíkoknál ahol a mágneses fluxus normális komponense nulla. A Γ_{m0} közvetítő határfelületen, a mágneses anyag és a levegő között a mágneses térerősség tangenciális komponense és a mágneses fluxus normális komponense folytonos [4, 8].

A peremfeltételek a következőképpen néznek ki [4, 8]

$$\vec{H} \times \vec{n} = \vec{0}, \quad \text{a } \Gamma_H \text{ peremen,} \quad (3.9)$$

és

$$\vec{B} \cdot \vec{n} = 0, \quad \text{a } \Gamma_B \text{ peremen,} \quad (3.10)$$

ahol a tartomány külső normál egységvektora \vec{n} , továbbá

$$\vec{H}_0 \times \vec{n}_0 + \vec{H}_m \times \vec{n}_m = \vec{0}, \quad \text{a } \Gamma_{m0} \text{ peremen,} \quad (3.11)$$

és

$$\vec{B}_0 \cdot \vec{n}_0 + \vec{B}_m \cdot \vec{n}_m = 0, \quad \text{a } \Gamma_{m0} \text{ peremen,} \quad (3.12)$$

ahol \vec{n}_0 , \vec{n}_m , \vec{H}_0 , \vec{H}_m , \vec{B}_0 és \vec{B}_m a tartományok normál egységvektorai, és a mágneses tér és mágneses fluxus vektorainak természetesen a megfelelő régió peremén, illetve még nyilvánvaló hogy $\vec{n}_0 = -\vec{n}_m$ a Γ_{m0} perem mentén.

3.4. A redukált mágneses skalárpotenciál - formalizmus

A mágneses térerősség vektor két részre bontható [4, 8, 10]:

$$\vec{H} = \vec{T}_0 + \vec{H}_m. \quad (3.13)$$

A \vec{T}_0 rotációja egyenlő a \vec{J}_0 forrásáramsűrűséggel, és $\nabla \times \vec{H}_m$ egyenlő nullával, azaz [4, 8, 10]

$$\nabla \times \vec{T}_0 = \vec{J}_0, \quad (3.14)$$

$$\nabla \times \vec{H}_m = 0. \quad (3.15)$$

A \vec{T}_0 divergenciáját pedig Coulomb-mértéknek előírhatjuk [4], azaz

$$\nabla \cdot \vec{T}_0 = 0, \quad (3.16)$$

ennek előírása nagyon hasznos lehet, amikor a \vec{T}_0 függvényt használjuk [4, 8, 10].

A végeelem-módszernél, \vec{T}_0 -t vektor végeelemekkel közelítjük, amíg Φ -t csomóponti végeelemmel. Sok féle módja van hogy \vec{T}_0 -t használva reprezentáljuk a \vec{J}_0 forrásáramsűrűséget [4].

A dolgozatban \vec{J}_0 forrásáramsűrűséget a \vec{T}_0 rotációjával reprezentáljuk, mely eleget tesz a $\nabla \cdot \vec{J}_0 = 0$ egyenletnek, továbbá \vec{T}_0 divergenciáját nullának választjuk meg, a Coulomb-mértéknek megfelelően. Itt kell megjegyezni, hogy \vec{T}_0 -t az egész térben számítjuk, azaz $\mu = \mu_0$ -nak kell lennie az egész feladatban. A használt módszernél a következő funkcionál fejezi ki a \vec{T}_0 áramvektor-potenciál kiinduló egyenletét [4]:

$$\mathcal{F}\{\vec{T}_0\} = \int_{\Omega} |\nabla \times \vec{T}_0 - \vec{J}_0|^2 d\Omega. \quad (3.17)$$

Ez az összefüggés ekvivalens a levegő tartományban értelmezett parciális differenciálegyenlet definíciójával, ami a [4]

$$\nabla \times \nabla \times \vec{T}_0 = \nabla \times \vec{J}_0, \quad \text{az } \Omega \text{ tartományban,} \quad (3.18)$$

és az ehhez tartozó peremfeltételek Γ_B és Γ_H peremen [4]

$$\vec{T}_0 \cdot \vec{n} = 0, \quad \text{a } \Gamma_B \text{ peremen,} \quad (3.19)$$

$$\vec{T}_0 \times \vec{n} = \vec{0}, \quad \text{a } \Gamma_H \text{ peremen.} \quad (3.20)$$

Ezt meglehetősen könnyen numerikus módszerrel, úgy hogy nem kell a Coulomb-mértéket külön előírni [4, 8, 10]. Végül \vec{T}_0 mint ismert értéket tudjuk figyelembe venni, mert ezt a mennyiséget a numerikus szimuláció előtt számoljuk.

A Φ - formalizmusnál a második lépés meghatározni a mágneses tér egyik részét, \vec{H}_m -et, a (3.13)-as egyenlet második részét. Megkaphatjuk mint a Φ redukált mágneses skalápotenciál negatív gradiense,

$$\vec{H}_m = -\nabla\Phi, \quad (3.21)$$

a következő matematikai összefüggés miatt $\nabla \times (\nabla\varphi) \equiv \vec{0}$, mely igaz minden $\varphi = \varphi(\vec{r})$ skalár függvényre. Ezek után a mágneses térerősség a következőképpen fog kinézni ha visszahelyettesítünk a (3.13). egyenletbe [4]:

$$\vec{H} = \vec{T}_0 - \nabla\Phi, \quad (3.22)$$

mely eleget tesz (3.3)-as egyenletnek a teljes Ω tartományban. Használva a konstitúciós relációkat a mágneses fluxus a következő lesz

$$\vec{B} = \mu(\vec{T}_0 - \nabla\Phi), \quad \text{az } \Omega_0 \text{ tartományban,} \quad (3.23)$$

$$\vec{B} = \mu(\vec{T}_0 - \nabla\Phi) + \vec{R}, \quad \text{az } \Omega_m \text{ tartományban.} \quad (3.24)$$

A mágneses fluxus divergenciája pedig egyenlő nullával, a (3.4)-es egyenletnek megfelelően. Végül a feladat parciális differenciálegyenletei a következőképp néznek ki a két tartományban:

$$\nabla \cdot (\mu\nabla\Phi) = \nabla \cdot (\mu\vec{T}_0), \quad \text{az } \Omega_0 \text{ tartományban,} \quad (3.25)$$

$$\nabla \cdot (\mu\nabla\Phi) = \nabla \cdot (\mu\vec{T}_0) + \nabla \cdot \vec{R}, \quad \text{az } \Omega_m \text{ tartományban,} \quad (3.26)$$

mely egyenletek egy-egy általánosított Laplace-Poisson egyenlet.

A Γ_H peremen, a mágneses térerősség tangenciális komponensére vonatkozó feltétel egy Dirichlet-típusú peremfeltétel lesz,

$$\Phi = \Phi_0, \quad \text{a } \Gamma_H \text{ peremen.} \quad (3.27)$$

A Γ_B peremen, a mágneses fluxus normális komponensére vonatkozó feltétel egy Neumann-típusú peremfeltétel lesz,

$$\vec{B} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow (\mu\vec{T}_0 - \mu\nabla\Phi + \vec{R}) \cdot \vec{n} = 0, \quad \text{a } \Gamma_B \text{ peremen,} \quad (3.28)$$

ahol nincs \vec{R} ott természetesen nem szerepel a peremfeltételben.

A Φ -formalizmusnak a parciális differenciálegyenletei és peremfeltételei a következőképpen néznek ki [4]:

$$\nabla \cdot (\mu\nabla\Phi) = \nabla \cdot (\mu\vec{T}_0), \quad \text{az } \Omega_0 \text{ tartományban,} \quad (3.29)$$

$$\nabla \cdot (\mu\nabla\Phi) = \nabla \cdot (\mu\vec{T}_0) + \nabla \cdot \vec{R}, \quad \text{az } \Omega_m \text{ tartományban,} \quad (3.30)$$

$$\Phi = \Phi_0, \quad \text{a } \Gamma_H \text{ peremen,} \quad (3.31)$$

$$\mu(\vec{T}_0 - \nabla\Phi + \vec{R}) \cdot \vec{n} = 0, \quad \text{a } \Gamma_B \text{ peremen,} \quad (3.32)$$

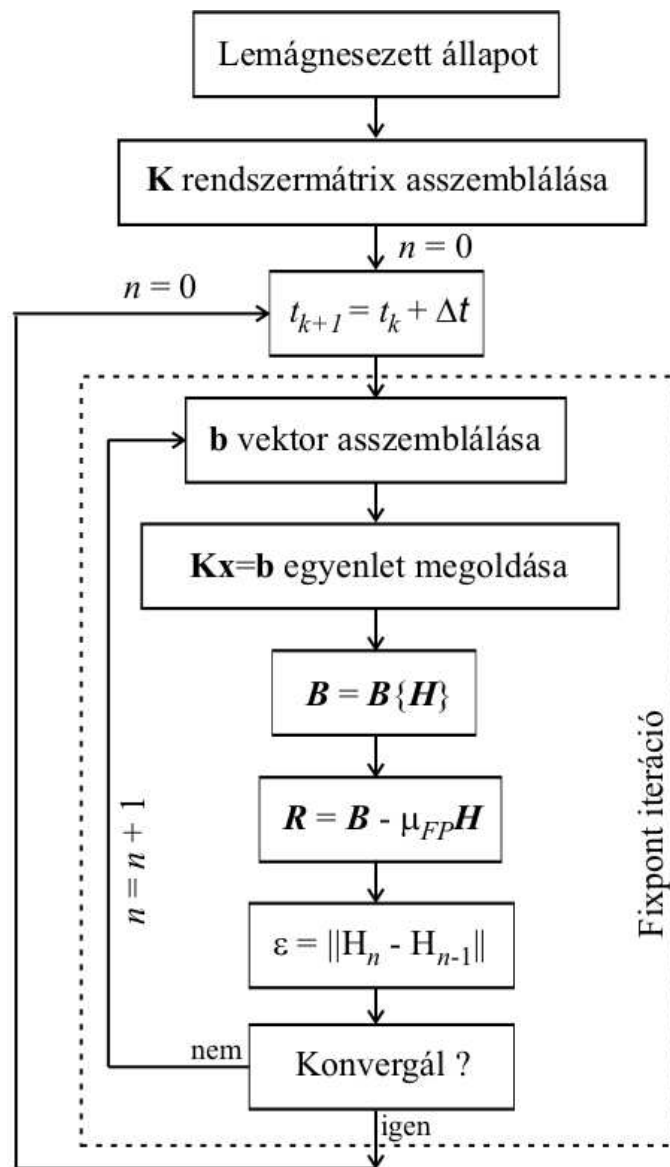
ahol (3.31) egy Dirichlet-típusú peremfeltétel, a (3.32) pedig egy Neumann-típusú peremfeltétel.

3.5. A fixpont iterációs módszer

Mint ahogy a fejezet elején is említettem, a hiszteréziskarakterisztika miatt a megoldandó parciális differenciálegyenletek nemlineárisak lesznek. Emiatt szükség van egy nemlineáris egyenlet megoldóra. Ez a megoldó a fixpont iterációs módszer.

A fixpont-módszer kezdőfeltétele a $t_0 = 0$ időben van, amikor $\vec{H} = \vec{0}$, $\vec{B} = \vec{0}$ és $\vec{R} = \vec{0}$. Ez az állapot a mágneses anyagnál a lemágnesezett állapot, mielőtt az anyagot mágneses térbe helyeztük volna. Ezzel a kezdőfeltétellel indulva meghatározzuk az időben változó \vec{H} mágneses térerősséget minden időpillanatban, és a lépcsős görbét változtatjuk a mágneses térerősség időbeni változásának megfelelően. Ez a művelet megköveteli hogy kiszámítsuk a mágnesezettséget a Lorentz-eloszlásfüggvény Preisach-háromszögre vett integráljaként. Ez a művelet és a lépcsőgörbe változtatása beletartozik az iteratív eljárásba, melyet többször is végigcsinál egy iteráción belül [4, 9].

A fixpont iterációs módszer lépéseit a 3.6-os ábra mutatja, melyek a következők:



3.6. ábra. A fixpont-módszer lépései.

1. Létrehozni és megoldani az aktuális lineáris egyenletrendszert, $\mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ -t. A konstans rendszer mátrix \mathbf{K} nem változik az iteráción belül, ezért elég csak egyszer kiszámítani. Az \mathbf{x} vektor tartalmazza az ismeretlen potenciál csomóponti értékeit.
2. A mágneses térerősség értékét kiszámítani a (3.22). egyenletből (a \vec{T}_0 értéke itt szintén ismert, mert azt már kiszámítottuk minden végelemben).
3. A \vec{B} mágneses fluxus értékét minden végelemben megkapjuk a hiszterézismodellből. Ezeket a $\vec{H} - \vec{B}$ párokat eltároljuk. Csak egy hiszterézisoperátort használunk egy végelemben.
4. Kiszámítjuk és frissítjük az \vec{R} nemlineáris maradék értékét minden végelemben a nemlineáris tartományban, vagyis a vasmagban.
5. Meghatározzuk a számítás hibáját. Ezt a következőképpen tehetjük meg, az előző és a mostani iterációnál minden egyes végelemben kapott mágneses térerősség értékeknek vesszük a különbségét, majd az így kapott értékeknek vesszük valamilyen normáját és ezt az értéket összehasonlítjuk egy előre definiált hibahatár értékkel, mely általában $\varepsilon = 10^{-8}$.
6. A \mathbf{b} vektort összeasszembláljuk az új \vec{R} értékeknek megfelelően.
7. Az iteráció ismétlődik amíg a hiba nem lesz kisebb az előre meghatározott hibahatárnál.

Itt a \mathbf{K} rendszer mátrixot a Φ - formalizmus differenciálegyenleteinek és a Neumann-típusú peremfeltételének gyenge alakjából kapjuk [4]. Az \vec{R} nemlineáris maradékot minden iterációs lépésen belül a $\vec{R} = \vec{B} - \mu_{FP}\vec{H}$ képletből kapjuk meg, ezért csak az egyenlet ($\mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{b}$) jobb oldalának, a \mathbf{b} -nek kell változnia egy iteráción belül [4, 9], de a μ_{FP} választott permeabilitás értéke egyszer sem változik a teljes folyamat során.

4. fejezet

A feladat megoldása

A numerikus módszerek, köztük a végelem-módszer (FEM) is több lépésből áll, melyeket végig kell csinálni hogy egy-egy feladatot sikeresen megoldjunk.

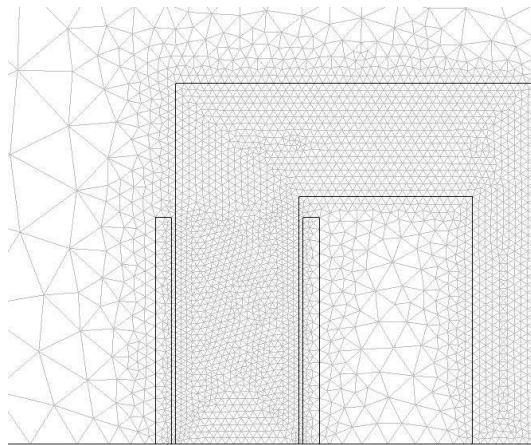
A legelső lépés a modell meghatározása, melyet szimulálni szeretnénk. Ebben a lépésben meg kell határozni milyen, vagy melyik parciális differenciálegyenleteket használjunk, milyen peremfeltételek, folytonossági feltételek kellenek a modell minél jobb közelítést adó szimulációjához. Azt is meg kell mondani ebben a lépésbe hogy milyen a feladat, például örvényáramú vagy stacionárius. Ezen felül milyen az anyagok karakterisztikája, azaz a feladat lineáris, vagy nemlineáris. Miután kiválasztottuk a potenciálokat, a potenciálhoz tartozó parciális differenciálegyenletek gyenge alakját ki kell dolgozni. Ez függ a feladattól is természetesen, de ha a feladat választott matematikai modellje megfelelő a számított elektromágneses mennyiségek közelítése megfelelően pontos értékeket adnak. A feladat geometriáját valamilyen CAD (Computer Aided Design) szoftver segítségével építhetjük meg.

A következő lépés a preprocessálás munkafolyamat. Itt meg kell adni a különböző paraméterek értékeit, olyanokat mint az anyagi tulajdonságok, azaz konstitúciós relációk, a gerjesztő jelet és további hasonló paramétereket. Itt lehet még a geometriát egyszerűsíteni, ha szükséges, amennyiben az szimmetrikus vagy tengelyszimmetrikus a feladat. Itt ebben az esetben a szimmetriasíkokat használjuk ki a feladat egyszerűsítésére.

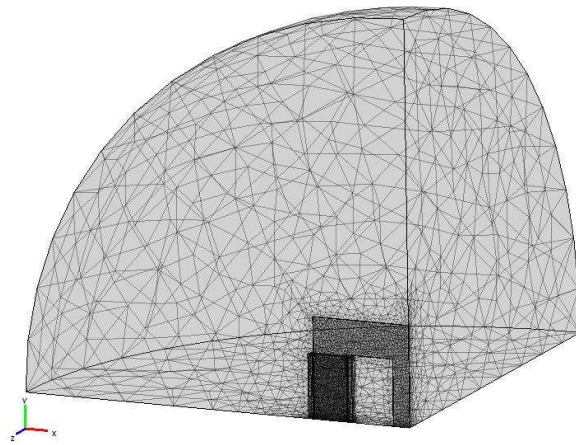
4.1. A végeselemes rács

A preprocessálás lépésben a feladat geometriáját diszkretizálni kell a végeselemes ráccsal. A végeelem-módszer alapötlete, hogy a feladatot, melyet vizsgálunk, osszuk fel minél kisebb elemekre. A végeelemek kétdimenzióban lehetnek háromszög alakúak vagy négyszög alakúak, háromdimenzióban pedig tetraéder vagy kocka alakúak [4].

A végeselemes rácsot, amit a COMSOL Multiphysics [11] segítségével generáltunk a modellekre a 4.1. ábra mutatja. A kétdimenziós modellt (4.1(a). ábra), háromszög elemekkel, a háromdimenziós modellt (4.1(b). ábra) geometriáját pedig tetraéder elemekkel diszkretizáltuk.



(a) A kétdimenziós modell.



(b) A háromdimenziós modell.

4.1. ábra. A két- és háromdimenziós feladat végeelemes rácsa.

4.2. Számítás

A következő lépés a végeelem szimulációban a feladat megoldása. A végeelem-módszer egyenleteit, melyek a gyenge alakon alapulnak [4], fel kell építeni minden egyes végeelemre, majd ezeket az egyenleteket össze kell asszemblálni a végeelemes rácson keresztül. Az asszemblálás azt jelenti hogy az egyenletek teljes rendszerét felépítjük, aminek a megoldása a bevezetett pontenciáloknak közelítése. A megkapott algebrai egyenletrendszer nemlineáris. Ilyenkor kell a már említett fixpont módszer alkalmazni az egyenletek megoldásainak közelítéséhez.

```

Editor - C:\Users\Daniel-Marcsa\Documents\É.T. LABOR\COMSOL\TEAM32\T0-FI\Solver.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
- 1.0 + 1.1 x
77 - mumin = 1.2916e-004;
78 - mumax = 0.0182;
79
80 - muopt      = (mumax + mumin)/2;
81 - fem.const(46) = num2str(muopt);
82
83 - rng_FI      = find(asseminit(fem,'Init',{'FI',1}), 'Out','U');
84 - rng_FIold   = find(asseminit(fem,'Init',{'FIold',1}), 'Out','U');
85 - rng_Rx      = find(asseminit(fem,'Init',{'Rx',1}), 'Out','U');
86 - rng_Ry      = find(asseminit(fem,'Init',{'Ry',1}), 'Out','U');
87 - rng_Roldx   = find(asseminit(fem,'Init',{'Roldx',1}), 'Out','U');
88 - rng_Roldy   = find(asseminit(fem,'Init',{'Roldy',1}), 'Out','U');
89
90 - A = fem.sol.u;
91 - A([rng_FI;rng_FIold;rng_Rx;rng_Ry;rng_Roldx;rng_Roldy]) = ...
92 - zeros(length([rng_FI;rng_FIold;rng_Rx;rng_Ry;rng_Roldx;rng_Roldy]),1);
93
94 - fem.sol      = femsol(A); clear A;
95 - DOF          = find dof(fem);
96 - SOL          = zeros(DOF,1);
97
98 - A            = xmeshinfo(fem);
99 - rng_xyz      = find(A.nameinds==3);
100 - xyz_specimen = A.coords(:,rng_xyz);
101
102 - Hxlast       = zeros(size(xyz_specimen,2),1);
103 - Hylast       = zeros(size(xyz_specimen,2),1);
104 - Bx           = zeros(size(xyz_specimen,2),1);
105 - By           = zeros(size(xyz_specimen,2),1);
106 - Hxprev       = zeros(size(xyz_specimen,2),1);
107 - Hyprev       = zeros(size(xyz_specimen,2),1);
108
109 - for i = 1:size(xyz_specimen,2),
110 -     LASTx(i).PrTr = PrTr;
111 -     LASTx(i).row  = row;
112 -     LASTx(i).column = column;

```

4.2. ábra. Az nemlineáris rész megoldásához használt script egy része.

Ennek egyik módja a COMSOL Multiphysics és a MATLAB összekapcsolása [5, 11], melyet a szoftverek lehetővé tesznek. A lineáris részt a COMSOL sajátmegoldójával oldatjuk meg, majd ehhez a megoldáshoz jön a nemlineáris rész, melyhez szükséges a fixpont iterációs módszer. A fixpont iterációs módszert szintén a MATLAB-ban a COMSOL függvények segítségével programozzuk le egy script formájában. Ebben a scriptben függvények segítségével hívjuk meg a már előzőleg, szintén MATLAB-ban lekodólt Preisach-modellt. A 4.2. ábra a nemlineáris rész megoldásához használt script egy részét mutatja.

4.3. Posztprocesszálás

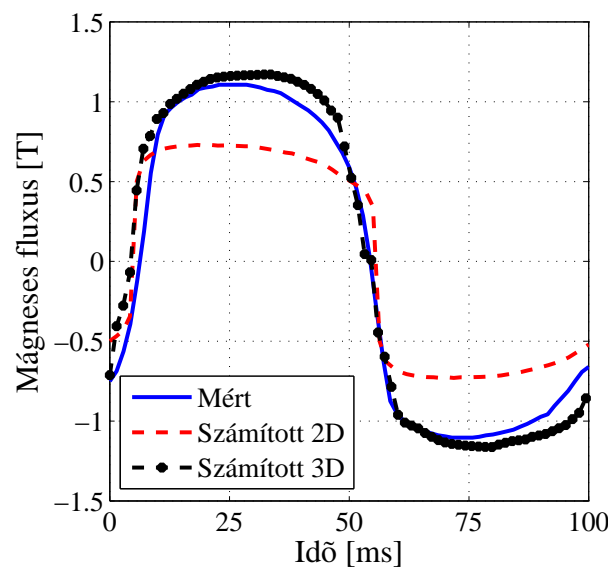
A végeelem-módszerben mindegyik elektromágneses mennyiséget (például mágneses tér, mágneses fluxus stb.) a potenciálokból közvetlenül lehet kiszámítani.

Az Φ - formalizmusnál a \vec{H} mágneses tér az elsődleges mennyiség. Az elsődleges mennyiségek például a konstitúciós relációkkal együtt adják a többi mennyiséget.

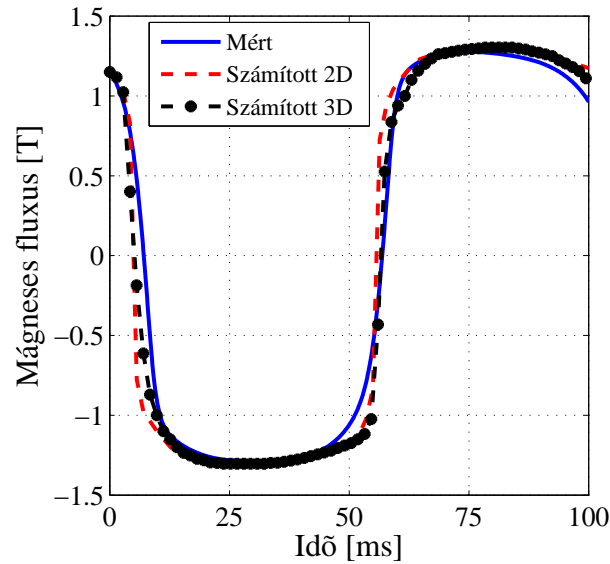
A 3.2-es ábrán jelzett két pontban számoltam ki az időben változó mágneses fluxust, és hasonlítottam össze a méréssel kapott mágneses fluxus egy periódusával.

Mint a feladat ismertetésénél írtam a vasmag vastagsága 2,5 mm, míg a szélessége és magassága körülbelül 170 mm. Vagyis elhanyagolhatóan kicsi a vastagsága, ezért lehet a harmadik dimenziót elhanyagolva kétdimenziós feladatként kezelni. Viszony ez nem mindig jó, mint ahogy majd ennél a feladatnál is lehet látni. Kétdimenziós esetben úgy tekintjük a harmadik dimenziót mintha végtelen lenne, és emiatt néha nem kapunk pontos eredményt. Emiatt érdemes odafigyelni hogy mit egyszerűsítünk a modellben, mert néha ez az eredmények rovására mehet.

A 4.3-as ábrán a C2-es pontban, a szélső oszlop középpontjában mért és számított időben változó mágneses fluxust lehet látni. A képen jól lehet látni hogy a kétdimenziós szimuláció nem adott pontos eredményt. Ez az előbb említett, elhanyagolt vastagság miatt van. Az eltérés mérvadónan a szórt inuktivitásoknak tulajdonítható, ami a tekercs



4.3. ábra. Az időben változó mágneses fluxus a szélső oszlopban.

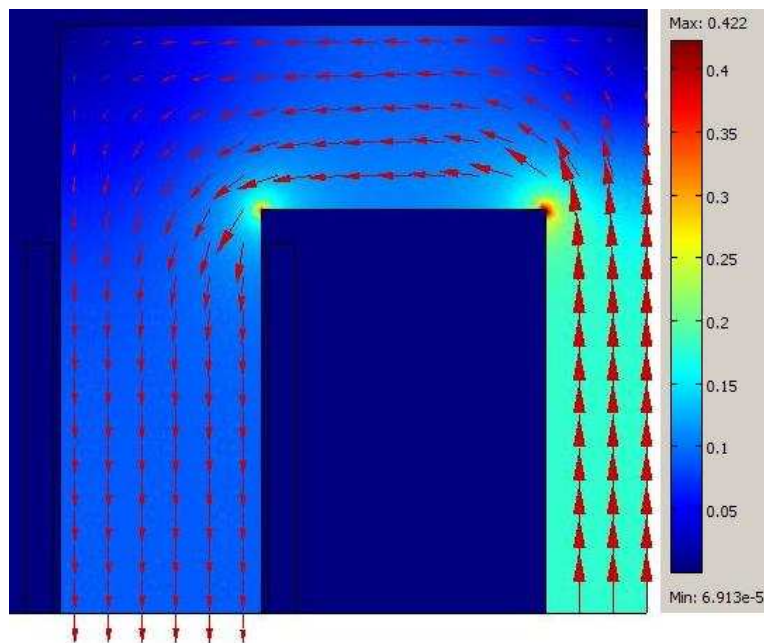


4.4. ábra. Az időben változó mágneses fluxus a középső oszlopban.

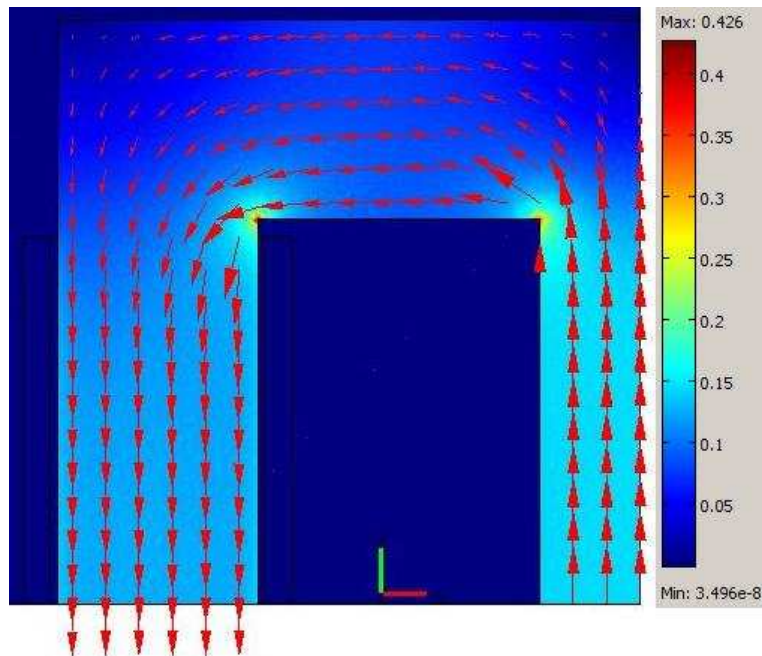
körül alakul ki a harmadik dimenzió irányába. Ugyanezen a képen a háromdimenziós szimuláció már jó eredményt adott, mert itt már benne vannak a szimulációban az előbb említett szórt induktivitások.

A 4.4-es ábrán pedig a C1 pontban, a középső oszlopban mért és számított időben változó fluxust lehet látni. Ennél a pontnál a kétdimenziós szimuláció és jó eredménnyel szolgált. Ebben a pontban a mágneses fluxus két- és háromdimenzióban számított és mért periódusa közel azonos.

A 4.5-ös és 4.6-os képen pedig a mágneses fluxust lehet látni a vasmagban. A normalizált mágneses fluxus vektorokon jól lehet látni, hogy a kétdimenziós szimulációnál



4.5. ábra. A kétdimenziós szimuláció eredménye.



4.6. ábra. A háromdimenziós szimuláció eredménye.

a szélső oszlopban kisebb a fluxus mint a háromdimenziós esetben. Pedig a mért fluxus görbék maximumából is kilehet olvasni hogy a középső és szélső oszlopban közel azonos nagyságú mágneses fluxus jön létre. Ez a közel megegyező nagyság a háromdimenziós szimulációnál teljesül, ahogy a 4.6-os ábra mutatja. Az ábrák melletti színskálából kilehet olvasni, hogy a két- és háromdimenziós eredményeknél a maximális fluxus értéke majdnem ugyanannyi. A fluxusmaximumok a belső sarkoknál jönnek létre.

5. fejezet

Koklúzió és jövőbeli tervek

A dolgozatban egy, a villamosmérnöki gyakorlatban gyakran előforduló problémára mutattam be egy újszerű megoldást. A legfőbb eredmény egy olyan eljárás bemutatása, amellyel gyorsan, hatékonyan és korszerűen lehet figyelembevenni az anyagok nemlinearitását. Ennek segítségével a nemlinearitásból adódó jellemző változásokat még gyártás előtt korrigálni lehet, így egy-egy újonnan tervezett eszközt, berendezést sokkal olcsóbban, költséghatékonyabban lehet elkészíteni. A dolgozatban a szimulációt COMSOL Multiphysics és a MATLAB szoftverekkel végeztem el, továbbá a modell felépítésén, szimulációján keresztül rövid ismertetőt adtam ezen szoftverekről.

A dolgozatban bemutatásra került a mágneses hiszterézis és ezen jelenség numerikus megvalósítása, melynek segítségével figyelembe vehetővé válik a hiszterézis jelenség a szimulációban. Majd bemutattam egy egyszerű nemlineáris potenciálformalizmust, és egy nemlineáris egyenletmegoldót, a fixpont iterációs módszert röviden. Legvégül pedig ezeknek az összességeként, egy feladaton keresztül igazoltam a Preisach-modell és a végeelem-módszer összekapcsolásának helyes működését. Az eredményeknél ezt jól lehet látni, hiszen kijöttek a méréssel kapott eredmények a szimulációk során.

A jövőben a hiszterézismodellt szeretném gyorsítani, és megvalósítani egy vektor hiszterézismodellt, hiszen maga a hiszterézis jelenség vektoriális. Ezen felül szeretnék megismerkedni a hiszterézisméréssel, a hiszterézismérő berendezés vezérlésével, szabályozásával, valamint a méréssel kapott eredmények kiértékelésével.

Irodalomjegyzék

- [1] Szabó Zs., A Preisach-hiszterézismodell, *Híradástechnika*, Vol. LVIII, pp 47-56, 2003.
- [2] Fodor Gy., *Elméleti Elektrotechnika III.* (kézirat), Tankönyvkiadó, Budapest, 1992.
- [3] Iványi A., *Hysteresis Models in Electromagnetic Computation*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1997.
- [4] Kuczmann M., Iványi A., *The Finite Element Method in Magnetics*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 2008.
- [5] www.mathworks.com
- [6] TEAM Benchmark Problems, Problem 32 - A Test-Case for Validation of Magnetic Field Analysis with Vector Hysteresis, <http://www.compumag.co.uk/problems/problem32.pdf>
- [7] Mayergoyz I. D., Mathematical Models of Hysteresis, *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. MAG-22, pp. 603-608, 1986.
- [8] Bíró O., Edge element formulations of eddy current problems, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 169:391405, 1999.
- [9] Bottauscio O., Chiarabaglio C., Chiampi M., Repetto M., A Hysteretic Periodic Magnetic Field Solution using Preisach Model and Fixed Point Technique, *IEEE Trans. on Magn.*, Vol. 31, pp. 3548-3550, 1995.
- [10] Bíró O., Preis K., Richter K. R., On the use of the magnetic vector potential in the nodal and edge finite element analysis of 3D magnetostatic problems, *IEEE Trans. on Magn.*, 32:651654, 1996.
- [11] www.comsol.com